

基于 Abdou 算子的空间自适应图像去模糊算法

黄剑航, 张建中

HUANG Jian-hang, ZHANG Jian-zhong

厦门大学 通信工程系, 福建 厦门 361005

Department of Communication Engineering, Xiamen University, Xiamen, Fujian 361005, China

E-mail: xmujuh@yahoo.com.cn

HUANG Jian-hang, ZHANG Jian-zhong. Spatially adaptive image deblurring algorithm based on Abdou operator. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(22): 192-194.

Abstract: During digital image deblurring, the local information of the image is incorporated into regularization to adaptively adjust the regularization parameter for better preserve the edge and texture of the image and suppress ringing effects. This paper calculates the gradient amplitude of each pixels by introducing Abdou operator, constructing the weighting matrix s in the spatial domain with the consideration of human visual system. And the final step is to solve the problem by the method of conjugate gradient. Compared with the method proposed by Legendijk which is based on local variance, the method based on Abdou operator is feasible and quite simple with good results.

Key words: digital image; deblurring; regularization; Abdou operator; CG method

摘要: 在数字图像去模糊的正则化求解过程中, 为了更好地保持图像的边缘和纹理, 抑制振铃效应, 需要结合图像不同空间位置的信息, 自适应地调节正则化参数。通过引入 Abdou 算子计算图像中每个像素的梯度幅值, 并考虑人类的视觉系统特性, 构造出空间域上的加权矩阵 s , 从而对正则化参数自适应加权, 并采用共轭梯度法进行去模糊求解。与 Legendijk 提出的基于局部方差构造加权矩阵的复杂计算不同, 基于 Abdou 算子求解的方法简单可行, 去模糊效果良好。

关键词: 数字图像; 去模糊; 正则化; Abdou 算子; 共轭梯度法

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.22.057 文章编号: 1002-8331(2008)22-0192-03 文献标识码: A 中图分类号: TP391.41

1 引言

数字图像的传输、获取是个降晰(Blurring)的物理过程, 最终观测到的图像等效于原始图像信号通过一个系统得到的响应, 并叠加一定噪声。该过程用二维离散卷积来描述:

$$y(i, j) = \sum_m \sum_n h(i, j; m, n) x(m, n) + n(i, j) \quad (1)$$

其中, x 是原始图像, y 是观测到的图像, n 是加性高斯白噪, h 是离散化的点扩展函数(PSF), 它相当于离散二维单位冲激响应。该模型用矩阵-向量的形式表示为^[1]:

$$y = Hx + n \quad (2)$$

其中, x, y, n 分别是原始图像、观测图像和噪声行堆叠排列而成的列向量, 其维数均 $n^2 \times 1$; H 是由点扩展函数 h 生成的卷积核矩阵。通常, 在原始图像进行卷积时采用循环边界条件, 这时 H 是一个分块循环矩阵(BCCB), 其维数为 $n^2 \times n^2$ 。

图像去模糊(Deblurring)(或称反降晰)就是在已知观测图像和点扩展函数的情况下, 通过反卷积求解原始图像 x 。一般

情况下, 去模糊是个病态逆问题, 观测图像所含的微小噪声扰动会造成解的很大变化。为此, 常常应用 Tikhonov-Miller 正则化理论, 对求解的目标函数引入平滑约束的正则化项, 把病态问题转化为良态的问题^[2]。

常规的正则化方法对图像整体采用同一个正则化参数, 有可能会造成图像边缘、纹理模糊, 丢失细节信息, 并在图像内灰度值急剧跳变的地方产生振铃效应。针对这些问题, Legendijk 提出了图像的空域自适应复原算法^[3], 该算法根据图像的局部方差构造求解的空间自适应加权矩阵。与之不同, 本文构造了一种基于 Abdou 算子的空间自适应加权矩阵, 结合整个图像内部空间域上的边缘信息, 并考虑人类的视觉系统特性, 自适应地对正则化参数进行加权处理, 使得对图像的不同像素采用了不同的正则化参数值, 从而很好地控制了图像不同空间位置的平滑程度。最后对建立的空间自适应正则化方程, 用共轭梯度法进行迭代求解。实验表明, 该法计算简单, 能在去模糊的基础上, 减小振铃效应, 很好地保持了图像中的边缘、纹理细节。

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.40774065); 福建省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Fujian Province under Grant No.2006J0044)。

作者简介: 黄剑航(1978-), 男, 硕士, 主要研究方向: 数字信号处理; 张建中(1963-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向: 智能信号处理、地震波层析成像、网络分析等方面的理论及其应用研究。

收稿日期: 2007-10-11 修回日期: 2007-12-28

2 图像的空域加权正则化去模糊算法

2.1 一般的正则化去模糊算法

图像去模糊的解可以用下列两个集合表达式的交集来表示:

$$\|Hx-y\|^2 \leq \varepsilon \quad (3)$$

$$\|Qx\|^2 \leq E \quad (4)$$

其中, ε 是噪声的能量, E 是图像的高频能量, Q 通常是一个 Laplace 算子或者单位矩阵。式(3)保证了去模糊图像对原图像的近似程度, 式(4)限制了图像的高频分量。通过 Tikhonov-Miller 正则化将该约束优化转化为无约束优化, 即最小化下列目标泛函^[2]:

$$\varphi(\mu, x) = \|Hx-y\|^2 + \mu \|Qx\|^2 \quad (5)$$

上式对 x 求导得

$$\nabla_x \varphi(\mu, x) = 2H^T(Hx-y) + 2\mu Q^T Qx \quad (6)$$

令该导数为零, 得到去模糊的图像即为下列方程的解

$$(H^T H + \mu Q^T Q)x = H^T y \quad (7)$$

正则化参数 μ 控制了目标泛函中两项的权重, 如果图像中噪声较大, 则需要较大的值来增加正则化项的权重来抑制噪声。一般地, μ 可以使用信噪比法, 约束最小二乘法, 广义交叉检验法等方法确定^[4]。

2.2 引入空域加权的正则化去模糊算法

图像的空域加权正则化去模糊是对常规正则化方法的一种改进, 它结合了图像空间上的边缘纹理信息, 自适应地对每个像素与原值的逼近程度以及每个像素的平滑程度进行加权。因此要构造尺寸为原图像大小的加权矩阵 r, s , 其中每个加权系数满足 $r_{ij}, s_{ij} \in [0, 1]$ 。由于目标函数式(5)采用矩阵-向量形式, 且由两项范数的平方和构成, 要实现每个像素的空间加权, 需要将这两项范数修正为关于加权矩阵的范数, 这样目标函数改写为^[1]:

$$\varphi(\mu, x) = \|Hx-y\|_R^2 + \mu \|Qx\|_S^2 \quad (8)$$

其中, $\|Hx-y\|_R^2 = (Hx-y)^T R(Hx-y)$, $\|Qx\|_S^2 = (Qx)^T S(Qx)$ 分别是关于 R, S 的范数的平方。相应地, 式中 R, S 为对角阵, 它由加权矩阵 r, s 的元素按行堆叠逐个排列在对角位置构成。引入空间自适应加权矩阵后, 图像去模糊问题转化为求解下列方程:

$$(H^T R H + \mu Q^T S Q)x = H^T R y \quad (9)$$

S 对角阵对正则化参数进行加权, 控制图像在边缘和平坦区域的不同平滑程度, 对去模糊的效果起到最直接的作用; R 对角阵的作用不那么明显, 因此本文中选取 $R=I$, 并主要讨论了加权矩阵 s 的构造方法。

3 构造 s 加权矩阵的方法

对于 s 加权矩阵的选取要考虑到人的视觉系统特征^[5]: 人眼对像素灰度值剧烈跳变地方存在的噪声的不太敏感, 如边缘、纹理; 而对平坦区域的噪声相对比较敏感。前者区域要有小的 s 元素值加权, 以降低正则化项权重, 减小平滑度, 防止边缘模糊, 丢失细节信息; 后者反之, 要增大平坦区域的平滑度, 更好地去除噪声。

要获得图像内的边缘、纹理信息, 可以采用空间域上的梯度法^[6], 使用边缘检测算子分别在图像的行方向和列方向上进行二维卷积, 获得二维空间上的每个像素位置对应的梯度幅值。梯度幅值较大的区域就是像素值变化比较大的区域, 较小的区域就是相对平坦的区域, 对于图像的其他区域, 梯度幅值

介于其间。

由于观测图像存在一定的噪声, 为了更好地进行边沿信息提取, 这里采用 Abdou 提出的 7×7 大小的截顶棱锥算子^[7]来求取像素梯度幅值, 以下简称 Abdou 算子, 其行和列梯度响应模板分别为

$$A_R = \frac{1}{34} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 3 & 0 & -3 & -2 & -1 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & -2 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$A_C = A_R^T \quad (11)$$

其中 T 表示转置。该算子尺寸较大且对于远离边缘中心的像素线性逐减权重, 对观测图像起到了一定的平滑滤波作用, 具有较好的抗噪声性能。而常用的 Sobel, Canny 算子在抗噪声方面则显得不足^[8]。

这样每个像素点的梯度幅值表示为:

$$m(i, j) = \sqrt{(A_R(i, j) * x(i, j))^2 + (A_C(i, j) * x(i, j))^2} \quad (12)$$

式中 $*$ 代表二维卷积, 所得的 $m(i, j)$ 是个非负值, 且其最小值约等于 0。通过下式将 $m(i, j)$ 归一化到 $[0, 1]$ 间:

$$m(i, j) = m(i, j) * (1/M) \quad (13)$$

其中 M 是所有像素梯度幅值的最大值。

由以上分析可知, 像素梯度幅值 $m(i, j)$ 大的像素相应的 s 加权矩阵元素值小, 像素梯度幅值 $m(i, j)$ 小的像素相应的 s 加权矩阵元素值大, 因此用下列简单式子构造 s 加权矩阵:

$$s(i, j) = 1 - m(i, j) \quad (14)$$

其一维示意图如图 1 所示, 横坐标表示像素位置, 曲线 a 表示像素值 ($0 \sim 1$ 范围), 曲线 b 表示归一化梯度幅值, 曲线 c 表示 s 元素值。从图中可以看出, 曲线 c 在中间像素跳变的位置具有较小的加权值, 这和所要求的空间自适应加权系数特点相符。

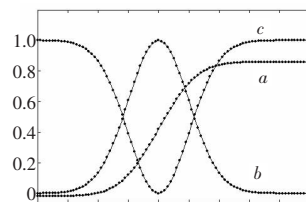


图 1 像素归一化梯度幅值和加权矩阵 s 在一维情况下曲线图

Abdou 算子作用于 Lena 图像得到的梯度幅值和加权矩阵 s 如图 2 所示。可以看出原图中的边缘和细节部分都已经被捕捉。图 2(b) 加权矩阵图像 s 中边缘细节显示为黑色, 接近于 0, 代表了在像素值跳变处应选择较小的正则化加权系数。



图 2(a) Lena 图像的梯度幅值图 图 2(b) Lena 图像的加权矩阵 s 图

4 共轭梯度法迭代求解

在求解逆问题时, 迭代方法可以避免直接求逆矩阵, 还能

利用一部分中间结果来获得对某些中间参数更好的估计。通常采用迭代方法对图像空域自适应去模糊的方程式(9)进行求解。令 $A=H^T R H+\mu Q^T S Q, b=H^T R y$, 该式简化为 $Ax=b$ 。由于系数矩阵 A 正定对称, 本文用共轭梯度法(CG法)^[9]求解, 能在较少的次数内完成迭代。利用CG算法计算如下:

- (1)选取初始: x_0 =初始观测值 $y_0, r=b-Ax_0, p=r, tol=1e-7, k=0$;
- (2)迭代部分: while $\|x-x_{old}\|^2/\|x_{old}\|^2 > tol$
 - $\alpha = \text{sum}(r.*r)/\text{sum}(p.*(Ap)), x=x+\alpha p,$
 - $r_{old}=r, r=r-\alpha Ap,$
 - $\beta = \text{sum}(r.*r)/\text{sum}(r_{old}.*r_{old}), p=r+\beta p, k=k+1;$
 - end

其中, * 代表逐个元素相乘, sum() 代表向量或者矩阵内所有元素的和。

这里正则化参数 μ 选取方法为: 先根据文献[10]中的式子进行估值, 即

$$\mu = \frac{\lambda \|y - Hx_0\|^2}{\|y\|^2} \quad (15)$$

其中 y 是观测到的模糊图像, 取初始估值 $x_0=y, \lambda$ 是个修正因子, 通常 $10 < \lambda < 30$ 。得到了 μ 的范围后, 在较小的步长 $\Delta\mu$ 下, 对每一个取定的 μ 值, 用CG法完成一次求解, 然后选取去模糊效果最好的结果所对应的 μ 值作为该图像最佳的正则化参数估值。去模糊效果由改进信噪比(Improved Signal to Noise Ratio, ISNR)来评估:

$$ISNR = 10 \lg \frac{\|y - \tilde{x}\|^2}{\|x - \tilde{x}\|^2} \quad (16)$$

其中, x 为图像真实值, \tilde{x} 为去模糊结果。在选取最佳 μ 值的循环过程中要保证在 μ 值范围内 ISNR 值是最大峰值; 否则重新选取 μ 值范围。

5 实验分析

选取 256x256 大小的 Cameraman 和 Lena 图片做仿真(见图3), $R=l$, 为方便起见取 $Q=l$ 。采用 7x7, 9x9 大小的运动模糊算子(45°方向)和散焦模糊算子, 分别加入归一化后标准差为 $\sigma=0.01, \sigma=0.02$, 的加性高斯白噪声, 对采用 Van Cittert 迭代法的去模糊和采用CG法的空域自适应加权去模糊结果进行比较。



图3 在运动模糊算子大小 9x9 加性高斯噪声 $\sigma=0.01$ 情况下两种方法去模糊效果对比

从 Cameraman 图像去模糊的结果明显可以看出, Van Cittert 迭代法去模糊在图像中人的边缘引起振铃, 产生波纹, 导致模糊, 而本文方法计算的加权矩阵 s 很好地结合了整幅图

像空间域的不同细节, 对正则化程度进行了不同的加权, 这样的自适应处理很好地保留了边缘和细节, 使得结果在视觉上有较大改善。

从表1和表2可以看出, 随着噪声的增大, 所需要的正则项权重加大, 即 μ 值增大, 并且相应 ISNR 值要降低。采用空间自适应去模糊算法的 ISNR 值比无空域加权的去模糊算法的相应值不同程度地有所提高。

表1 Cameraman 图像在不同情况下的改进信噪比 ISNR 及其 μ 取值

Cameraman 图像运动模糊	归一化高斯白噪 $\sigma=0.01$		$\sigma=0.02$	
	7x7	9x9	7x7	9x9
Van Cittert/dB	4.531 3	3.964 9	2.696 9	2.675 6
CG/dB	5.051 0	4.727 0	2.991 4	3.130 6
μ 取值	0.009	0.008	0.029	0.032

表2 Lena 图像在不同情况下的改进信噪比 ISNR 及其 μ 取值

Lena 图像 散焦模糊	归一化高斯白噪 $\sigma=0.01$		$\sigma=0.02$	
	7x7	9x9	7x7	9x9
Van Cittert/dB	3.231 0	3.374 8	2.389 0	2.637 6
CG/dB	3.925 3	3.990 1	2.618 5	2.757 8
μ 取值	0.013	0.010	0.030	0.023

6 结论

在正则化求解过程中, Legendijk 提出的加权矩阵根据局部方差的思想获得, 需要计算图像的局部均值, 局部方差, 还要估计图像的噪声均值和方差^[3]。而本文采用的基于 Abdou 算子的梯度幅值法, 绕开了上述相对烦琐的求解过程, 比较简单地构造了空间自适应加权矩阵, 并用共轭梯度法求解。实验结果表明, 本文提出的算法简单可行, 在运算量相对较小的情况下能取得良好的效果, 并克服了常规正则化求解过程中出现的振铃效应, 边缘过模糊等问题。

参考文献:

- [1] 邹谋炎.反卷积和信号复原[M].北京:国防工业出版社, 2001: 13-18.
- [2] Nagy J G, Palmer K.Iterative methods for image deblurring: a Matlab object-oriented approach[J].Numerical Algorithms, 2004, 11(36): 73-93.
- [3] Legendijk R L, Biemond J.Regularized iterative image restoration with ringing reduction[J].IEEE Transaction on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1988, 36: 1874-1888.
- [4] van Kempen G M P, van Vliet L J.The influence of the regularization parameter and the first estimate on the performance of Tikhonov regularized non-linear image restoration algorithms[J].Journal of Microscopy, 2000, 4(198): 63-75.
- [5] 刘鹏, 张岩, 毛志刚.一种基于模糊函数的自适应平滑约束图像复原算法[J].中国图象图形学报, 2005, 9(10): 1178-1183.
- [6] 郎文辉, 冯焕清.基于局部体特征的体切片自适应重建[J].计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 11(17): 2441-2446.
- [7] 邓鲁华.数字图像处理[M].北京:机械工业出版社, 2005.
- [8] 黄陈蓉, 张正军, 吴慧中.图像多尺度秩和统计间隙的模糊边缘检测模型[J].计算机研究与发展, 2005, 12(42): 2111-2118.
- [9] Nagy J G, Plemmons R J.Iterative image restoration using approximate inverse preconditioning[J].IEEE Transactions on Image Processing, 1996, 7(5): 1151-1162.
- [10] 陈武凡.空域中退化图像的有效算法[J].计算机学报, 1999, 12(22): 1267-1271.