第13卷 第12期 高能物理与核物理 Vol. 13, No. 12
1989年12月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Dec., 1989

诱导引力理论中的 Baby 宇宙

高怡泓 高洪波
(中国科学技术大学近代物理系,合肥) (浙江大学物理系,杭州)

摘 要

本文讨论诱导引力理论中 Baby 宇宙的量子效应. 我们证明了在诱导引力理论中 Baby-Parent 宇宙相互作用是非定域的,并论证了在低能极限下诱导的宇宙学常数为零. 这一论证并不依赖于诱导势的细节.

一、引 言

最近,Baby 宇宙及其对时空耦合常数所产生的效应引起了人们的兴趣[1-8]. 如果考虑多宇宙相互作用系统的量子行为,人们可以论证: Baby 宇宙的量子场自动地将低能宇宙学常数移到零点.

这类论证是否同样适用于其它的物理耦合常数? 这是目前人们关注的未经解决的疑难[7]. 根据经验,要从理论上计算某个耦合常数,首先要设法使得这一常数成为动力学变量. 例如,由于计及 Baby 宇宙的量子起伏,有效宇宙学常数 $\Lambda_{\rm eff}$ 成为依赖于 Baby 宇宙场的动力学变量,因此我们可以计算并论证 $\Lambda_{\rm eff}=0$.

根据 Mach 原理,Einstein 引力理论中的宇宙学常数 Λ 和引力常数 G 并不是真正的"基本常数",它们必须由宇宙中的物质场 φ 动力学地确定. 物理学家曾经不止一次地试图在引力理论中定量地实现 Mach 原理[9-13],目前较为流行的一种尝试是 Adler-Zee 诱导引力理论[12,13]. 在这一理论中,诱导的 Newton 常数 $G_{\rm ind}$ 和宇宙学常数 $\Lambda_{\rm ind}$ 应该由强、弱、电磁三种相互作用从动力学上确定. 因此,在诱导引力的框架中研究 Baby 宇宙的量子效应也许有助于直接或间接地确定除宇宙学常数之外的其它物理学常数.

本文讨论 Adler、Zee 等人给出的简化的诱导引力模型所描述的 Baby 宇宙. 在下一节中,我们建立诱导引力二次量子化的 Euclidean 路径积分程式,并在不计 Baby 宇宙量子效应的情况下分析诱导宇宙学常数 $\Lambda_{\rm ind}$ 是否为零的问题. 在第三节中,我们加入 Baby 宇宙的量子效应. 为此目的,我们在诱导引力的作用量中引入轴子场的耦合,使得该模型具有导致拓扑改变的引力瞬子解. 在此基础上,我们采用 Coleman 的方法论证了低能诱导宇宙学常数为零. 这一论证不依赖于诱导引力标量势函数的细节. 最后一节总结我们得到的结果并给出一些定性的讨论.

本文 1989 年 2 月 5 日收到.

二、诱导引力量子化的欧氏程式

考虑时空流形 M_4，其度规 $g_{\mu\nu}$ 具有 Minkowski 号差(-+++). 纯粹的诱导引力的 Minkowski 作用量为[12,13]

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2R-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-V(\varphi)\right]+\text{表面项} \tag{1}$$

其中标量势 $V(\varphi)$ 是下方有界的函数，通常取成

$$V(\varphi)=\frac{1}{8}\lambda(\varphi^2-v^2)^2 \tag{2}$$

而 ϵ、λ 是无量纲参数. 诱导的 Newton 常数 $G_{\rm ind}$ 和宇宙学常数 $\Lambda_{\rm ind}$ 由下式确定

$$(16\pi G_{\rm ind})^{-1}=\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2$$
$$\Lambda_{\rm ind}=\frac{1}{8}\lambda(\varphi^2-v^2)^2. \tag{3}$$

作 Wick 转动

$$\begin{cases}x_0\to -ix_0,\ \partial_0\to i\partial_4,\ \sqrt{-g}\to\sqrt{g},\\ iS\to -S_E\end{cases}$$

我们得到诱导引力的 Euclidean 作用量

$$S_E=\int d^4x\sqrt{g}\left[-\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2R+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+V(\varphi)\right]. \tag{4}$$

二次量子化的配分函数可由下式定义:

$$Z=\int[d\varphi][dg_{\mu\nu}]e^{-S_E[\varphi,g_{\mu\nu}]} \tag{5}$$

其中的泛函积分

$$\int[dg_{\mu\nu}]e^{-S_E[\varphi,g_{\mu\nu}]} \tag{6}$$

可以采用鞍点近似方法计算. 引进 cut-off 能标

$$M\ll\sqrt{\frac{\epsilon}{2}}|\varphi|,$$

我们有

$$\int[dg_{\mu\nu}]e^{-S_E[\varphi,g_{\mu\nu}]}=e^{-\Gamma_M[\varphi,\bar g_{\mu\nu}]} \tag{7}$$

其中 $\Gamma_M[\varphi,\bar g_{\mu\nu}]$ 是有效作用量，$\bar g_{\mu\nu}$ 是使得 $\Gamma_M[\varphi,g_{\mu\nu}]$ 取得极值的度规:

$$\left.\frac{\delta\Gamma_M[\varphi,g_{\mu\nu}]}{\delta g_{\mu\nu}}\right|_{g_{\mu\nu}=\bar g_{\mu\nu}}=0 \tag{8}$$

从(8)式中定出 $\bar g_{\mu\nu}=\bar g_{\mu\nu}[\varphi]$ 依赖于动力学量 φ 场，因而 $\bar g_{\mu\nu}[\varphi]$ 是 φ 场的泛函. 为了确定这个泛函，我们对有效作用量 $\Gamma_M[\varphi,g_{\mu\nu}]$ 关于曲率作展开:

$$\Gamma_M[\varphi,g_{\mu\nu}]=\int d^4x\sqrt{g}\left[-\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2R+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+V(\varphi)+\cdots\right] \tag{9}$$

对(9)式中的 $g^{\mu\nu}$ 作变分得

$$\delta\Gamma_M[\varphi,\ g_{\mu\nu}] = \int d^4x\sqrt{g}\left\{-\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2\left(R_{\mu\nu}-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}R\right)\right.$$
$$+\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-\frac{1}{2}g^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varphi\partial_\beta\varphi\cdot g_{\mu\nu}\right)$$
$$\left.-\frac{1}{2}g_{\mu\nu}V(\varphi)\right\}\delta g^{\mu\nu}+\cdots \tag{10}$$

其中的省略号表示高圈量子修正项。(8)、(10)两式给出度规 $\bar{g}_{\mu\nu}$ 所满足的方程

$$\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2\left(\bar{R}_{\mu\nu}-\frac{1}{2}\bar{g}_{\mu\nu}\bar{R}\right)$$
$$=\frac{1}{2}\left(\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-\frac{1}{2}\bar{g}_{\mu\nu}\bar{g}^{\alpha\beta}\partial_\alpha\varphi\partial_\beta\varphi\right)$$
$$-\frac{1}{2}\bar{g}_{\mu\nu}V(\varphi)+\cdots. \tag{11}$$

上式两边对指标 μ,ν 缩并，得

$$-\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2\bar{R} = -\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi-2V(\varphi)+\cdots \tag{12}$$

因此

$$\Gamma_M[\varphi,\bar{g}_{\mu\nu}] = -\int d^4x\sqrt{\bar{g}[\varphi]}V[\varphi]+\cdots \tag{13}$$

其中

$$\bar{g}[\varphi] = \det(\bar{g}_{\mu\nu}[\varphi]). \tag{14}$$

最后，诱导引力二次量子化的配分函数可以写成下列形式：

$$Z = \int[d\varphi]e^{-\Gamma_M[\varphi,\bar{g}_{\mu\nu}]}$$
$$=\int[d\varphi]e^{\int d^4x\sqrt{\bar{g}[\varphi]}[V(\varphi)+\cdots]}. \tag{15}$$

象通常讨论暴胀宇宙要求的那样[14]，我们将诱导势 $V(\varphi)$ 取成缓降 (slowly rolling down) 的形式。这时，容易看出泛函积分(15)的主要贡献来自缓变的 φ 场[15]，即

$$Z \simeq \int_{-\infty}^{+\infty}d\varphi_0 e^{[V(\varphi_0)+\cdots]\int d^4x\sqrt{\bar{g}(\varphi_0)}} \tag{16}$$

在这样的缓变近似之下，Einstein 型方程(11)具有极大对称空间 S^4 解，其半径为

$$K^{-1/2} = \frac{\sqrt{3\epsilon}|\varphi_0|}{\sqrt{V(\varphi_0)}} \tag{17}$$

相应的体积积分是

$$\int d^4x\sqrt{\bar{g}[\varphi_0]} = \frac{2\pi^{5/2}}{\Gamma(5/2)}K^{-2} = \frac{18\pi^{5/2}\epsilon^2\varphi_0^4}{\Gamma(5/2)V^2(\varphi_0)}. \tag{18}$$

因此

$$Z \simeq \int_{-\infty}^{+\infty}d\varphi_0 e^{\frac{18\pi^{5/2}\epsilon^2\varphi_0^4}{\Gamma(5/2)V(\varphi_0)}} \tag{19}$$

这一结果可以和诱导引力理论所提供的宇宙波函数[15]在 $Ha\lesssim 1$ 时的行为相比较.

配分函数(19)有一明显的推论：如果标量势 $V(\varphi)$ 在 $\varphi=\tilde{\varphi}\neq 0$ 处取零值，那么积分(19)将由 $\varphi_0=\tilde{\varphi}$ 这一零点的贡献完全主导，因而相应的诱导宇宙学常数 $\Lambda_{\rm ind}=V(\tilde{\varphi})=0$ 是最可几值. 这一结论与诱导引力理论的经典分析颇有不同；在那里，诱导宇宙学常数应取势函数的极小值 $V(v)$. 两者的差异来源于势函数的零点 $\varphi_0=\tilde{\varphi}$ 构成积分(19)的本性奇点，它对配分函数的贡献远远超过势函数的普通极小点 $\varphi_0=v$（零点 $\tilde{\varphi}$ 与极小点 v 重合的偶然情形除外）. 从这里的分析看出，即使忽略 Baby 宇宙的量子涨落，诱导引力的某些非线性量子效应也可能致使观测到的宇宙学常数为零.

三、诱导引力和 Baby 宇宙的量子效应

上面关于诱导宇宙学常数为零的证论中，我们假定了诱导势 $V(\varphi)$ 具有零点. 事实上，诱导引力理论本身并未提供 $V(\varphi)$ 必须具有零点的任何理由；因此我们希望放弃这一细节性的假设而重新给出诱导宇宙学常数为零的论证. 这一论证将依赖于对 Baby 宇宙量子效应的考察.

为使 Baby 宇宙的量子涨落对 Parent 宇宙产生可观测的效应，我们必须引入拓扑改变型的多宇宙相互作用，而这一相互作用的多宇宙体系由三次量子化的场 Φ 描述[7]，其相互作用的顶点对应着一类特殊的引力瞬子——即导致空间拓扑改变的蛀洞 (wormhole).

从数学上来说，4 维渐近平坦的流形 M_4 中存在蛀洞的条件是 M_4 的 Ricci 张量在某处具有负的本征值[16]. 纯粹诱导引力的 Ricci 张量为

$$R_{\mu\nu}=\frac{1}{\epsilon\varphi^2}[\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+g_{\mu\nu}V(\varphi)]$$
$$=8\pi G_{\rm ind}\cdot[\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+g_{\mu\nu}V(\varphi)] \tag{20}$$

为使 Euclidean 路径积分(5)有意义（$\epsilon>0$, $V(\varphi)$ 下方有界），Ricci 张量(20)的本征值通常总是处处非负；因此纯诱导引力通常不允许有蛀洞解. 为了改变这一局面，我们在诱导引力中加入轴 z 场的耦合，其作用量为

$$S_E=\int d^4x\sqrt{g}\Big[\frac{1}{2}\epsilon\varphi^2(-R+H_{\mu\nu\lambda}H^{\mu\nu\lambda})$$
$$+\frac{1}{2}g^{\mu\nu}\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+V(\varphi)\Big], \tag{21}$$

其中 $H_{\mu\nu\lambda}$ 是二秩反对称场 $B_{\mu\nu}$ 的场强.

经典的运动方程可以通过对作用量(21)的变分得到；例如，我们有

$$R_{\mu\nu}=3H_{\mu\alpha\beta}H_\nu^{\alpha\beta}-g_{\mu\nu}H^2+8\pi G_{\rm ind}\cdot[\partial_\mu\varphi\partial_\nu\varphi+g_{\mu\nu}V(\varphi)] \tag{22}$$

以及

$$\frac{\partial}{\partial x^\mu}[\varphi^2\sqrt{g}H^{\mu\nu\lambda}]=0, \tag{23}$$

其中 $H^2\equiv H_{\mu\nu\lambda}H^{\mu\nu\lambda}$. 如果我们定义

$$H=H_{\mu\nu\lambda}dx^{\mu}\wedge dx^{\nu}\wedge dx^{\lambda},\quad B=B_{\mu\nu}dx^{\mu}\wedge dx^{\nu} \tag{24}$$

$$^{*}H_{\mu}=\frac{1}{3!}\sqrt{g}\ \varepsilon_{\mu\nu\lambda\rho}H^{\nu\lambda\rho},\quad ^{*}H={}^{*}H_{\mu}dx^{\mu}$$

那么(22)、(23)可以写成

$$R_{\mu\nu}=-\frac{6}{g}{}^{*}H_{\mu}\cdot{}^{*}H_{\nu}+8\pi G_{\text{ind}}[\partial_{\mu}\varphi\partial_{\nu}\varphi+g_{\mu\nu}V(\varphi)] \tag{25}$$

$$d[\varphi^{2*}H]=0, \tag{26}$$

并且有

$$H=dB. \tag{27}$$

由于引进了 $H_{\mu\nu\lambda}$ 场，时空的 Ricci 张量(25)不再处处非负，因此理论中允许存在蛀洞解，其一般形式可以用椭圆积分表示[17]. 如果所考虑的 φ 场满足缓变条件

$$\varphi\simeq\varphi_0\ (\text{常数}), \tag{28}$$

容易看出这里的动力学方程(25)、(26)退化成文[2]、[7]中已经研究过的形式. 这时，时空的线元由下式给出[7,17]

$$ds^2=\frac{|q|}{16\pi^3\epsilon\varphi_0^2}\operatorname{ch}2x(dx^2+d\Omega^2) \tag{29}$$

而轴 z 场强为

$$H=\frac{q\omega_3}{8\pi\epsilon\varphi_0^2} \tag{30}$$

其中 q 是守恒流 $^{*}H_{\mu}$ 的荷 (Peccei-Quinn 荷):

$$q=8\pi\epsilon\varphi_0^2\int_{\Sigma}H, \tag{31}$$

ω_3 是类空超曲面 $\Sigma(x=\text{常数})$的体积 3-形式. 因(31)定义在 Σ 的同调类上，故参数 q 自然地用来标志具有拓扑改变的 Baby 宇宙. 这样，在大尺度 Parent 宇宙背景中多个 Baby 宇宙相互作用的量子场可以参数化为 $\Phi=\Phi(q)$.

Baby 宇宙场 $\Phi(q)$ 的量子涨落对 Parent 宇宙背景的贡献由三次量子化泛函积分给出[7,8]:

$$Z=\int[d\Phi]e^{-S[\Phi(q)]} \tag{32}$$

这里的三次量子化作用量 $S[\Phi]$ 定义为

$$S[\Phi]=e^{2r}\int_{S^3}[d\varphi^{(s)}][dg_{\mu\nu}^{(s)}]\left\{\frac{1}{2}\Phi(q)G_{qq'}^{-1}\Phi(q')\right.$$

$$\left.-\int_{S^4}[d\varphi^{(l)}][dg_{\mu\nu}^{(l)}]e^{\Phi(q)S_q-S_0}\right\}, \tag{33}$$

其中重复指标 q、q' 表示求和 (对 q、q' 的积分)，S_0 是 Parent 宇宙二次量子化的作用量(21)，$G_{qq'}$ 是 Baby 宇宙的传播子，相互作用项

$$S_q=\int d^4x\sqrt{g}\,\mathscr{L}_q(x) \tag{34}$$

由携带荷 q 的定域算子 $\mathscr{L}_q(x)$ 确定. 另外，泛函积分

$$\int[d\varphi^{(s)}][dg_{\mu\nu}^{(s)}]$$

表示对 Baby 宇宙所对应的小尺度上的几何与标量场进行求和，其积分区域构成 Baby 宇宙场 Φ 的定义域；而

$$\int [d\varphi^{(l)}][dg_{\mu\nu}^{(l)}]$$

表示对大尺度（Parent 宇宙）上的几何与标量场求和。

为了明显地构造定域算子 $\mathscr{L}_q(x)$，我们将赝矢方程(26)的局部解写成

$$^*H_\mu = \frac{4\pi\varphi_0}{3\varphi(x)}\partial_\mu a(x), \tag{35}$$

这里用到了 Poincaré 引理. 方程(35)关于赝标量场 $a(x)$ 具有 Peccei-Quinn 对称性：

$$a(x) \to a(x) + 常数.$$

这一对称性揭示荷为 q 的定域算子 $\mathscr{L}_q(x)$ 的最低阶唯一地由

$$\mathscr{L}_q(x) = e^{iqa(x)} \tag{36}$$

确定(高阶修正参见文献[18]). (34)、(36)给出

$$\Phi(q)S_q = \int d^4x\sqrt{g}\,\tilde{\Phi}(a(x)) \tag{37}$$

其中 $\tilde{\Phi}$ 是 Baby 宇宙场 Φ 的 Fourier 分量:

$$\tilde{\Phi}(a(x)) = \int_{-\infty}^{+\infty} dq e^{iqa(x)}\Phi(q). \tag{38}$$

利用这一 Fourier 分量 $\tilde{\Phi}(\tau)$，我们可以将三次量子化作用量(35)写成

$$S[\tilde{\Phi}] = e^{2\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\left\{\frac{1}{2}\tilde{\Phi}\tilde{G}^{-1}\tilde{\Phi}\right.$$

$$\left. - \int_{S^4}[d\varphi^{(l)}][dg_{\mu\nu}^{(l)}][d\hat{a}]\,e^{-S_0-\int d^4x\sqrt{g}\ \tilde{\Phi}(a(x))}\right\} \tag{39}$$

其中 $\tilde{G}^{-1}$ 是 G^{-1} 的 Fourier 交换，$\hat{a} = a - \tau$.

采用上一节提供的技术，我们可以对(39)式继续进行简化. 最后的结果是

$$S[\tilde{\Phi}] = e^{2\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\left\{\frac{1}{2}\tilde{\Phi}\tilde{G}^{-1}\tilde{\Phi} + U[\tilde{\Phi}]\right\} \tag{40}$$

其中 $\tilde{\Phi}$ 场的势函数

$$U[\tilde{\Phi}] = -\int_{-\infty}^{+\infty} d\varphi_0 e^{\frac{18\pi^{5/2}e^2\varphi_0^4}{\Gamma(5/2)[V(\varphi_0)+\tilde{\Phi}]}} \tag{41}$$

提供了 Baby-Parent 宇宙之间的非定域型相互作用. 将这一结果代入三次量子化配分函数(32)中

$$Z = \int[d\tilde{\Phi}]\exp\left\{-e^{2\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\left[\frac{1}{2}\tilde{\Phi}\tilde{G}^{-1}\tilde{\Phi} + U[\tilde{\Phi}]\right]\right\}, \tag{42}$$

容易看出当 $\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_0$ 是势函数(42)的极小点时，它对积分(42)的贡献起主导作用. 因诱导引力二次量子化的 Euclidean 程式要求标量势 $V(\varphi)$ 下方有界，其最小值 $V(v)$ 是 $V(\varphi)$ 的下确界. 从(41)中看出当

$$\tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}_0 \equiv -V(v) \tag{43}$$

时，$\tilde{\Phi}$ 场的势函数 $U[\tilde{\Phi}]$ 取得极小值

$$U[\tilde{\Phi}_0] = -\infty, \tag{44}$$

因为这时(41)中对 φ_0 的积分会遇到本性奇点 $\varphi_0 = v$. 考虑到(43)中动能项 $\frac{1}{2}\tilde{\Phi}\tilde{G}^{-1}\tilde{\Phi}$ 对继续减小 $\tilde{\Phi}$ 值的补尝作用，我们得到鞍点近似下的三次量子化配分函数

$$Z \simeq \exp\left\{-e^{2\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} d\tau\left[\frac{1}{2}\tilde{\Phi}_0\tilde{G}^{-1}\tilde{\Phi}_0 + U[\tilde{\Phi}_0]\right]\right\} \tag{45}$$

其中 $\tilde{\Phi}_0$ 由(43)确定.

上述计算表明诱导引力的标量势 $V(\varphi)$ 经 Baby 宇宙的量子修正之后成为

$$V_{\rm eff}(\varphi) = V(\varphi) - V(v) \tag{46}$$

其中 $V(v)$ 是 $V(\varphi)$ 的极小值(或下确界). 因有效势(46)的极小值移到了零点，按照上一节的分析，或者利用文献[15]的结果，我们得出诱导宇宙学常数的最可几值为零这一结论. 这里的分析并不依赖于 Parent 宇宙"裸"诱导势 $V(\varphi)$ 的细节.

四、结　束　语

上面两节分别对诱导引力二次量子化和三次量子化的情形讨论了宇宙学常数的问题. 当 Baby 宇宙的量子效应计入之后，我们在一般的情况下论证了诱导宇宙学常数的最可几值为零. 由于缺乏三次量子化的重正化知识，我们还不能定量地计算诱导引力的其它耦合参数，例如用来确定 Newton 常数 $G_{\rm ind}$ 的参数 ϵ 和 v. 不过，如果观测到的宇宙学常数为零这一事实确实是由 Baby 宇宙的量子涨落造成的话，我们可以从(25)中看出 $G_{\rm ind}$ 必须取值很小，以保证 Ricci 张量 $R_{\mu\nu}$ 具有负的本征值，从而使得理论中存在具有导致拓扑改变的引力瞬子. 这里，我们从理论上定性地解释了下述事实：在低能极限下引力相互作用总是远弱于其它的相互作用.

参　考　文　献

[1] S. W. Hawking, *Phys. Lett.*, **195B**(1987), 337: *Phys. Rev.*, D**37**(1988), 904.
[2] S. B. Giddings and A. Strominger, *Nucl. Phys.*, B**306**(1988), 890.
[3] G. V. Lavrelashvili, V. A. Rubakov and P. G. Tinyakov, *Nucl. Phys.*, B**299**(1988), 757.
[4] S. Coleman, *Nucl. Phys.*, B**307**(1988), 864.
[5] S. Coleman, Harvard preprint HUTP-88/A022.
[6] S. B. Giddings and A. Strominger, *Nucl. Phys.*, B**307**(1988), 854.
[7] A. Strominger, Lectures presented at the TASI summer school, Brown University, June, 1988.
[8] S. B. Giddings and A. Strominger, Harvard preprint HUTP-88/AO36..
[9] C. Brans and R. Dicker, *Phys. Rev.*, **124**(1961), 925.
[10] K. Nordtvedt, Jr., *Astrophys. J.*, **161**(1970), 1059.
[11] B. M. Barker, *Astophys. J.*, **219**(1978), 5.
[12] A. Zee, *Phys. Rev. Lett.*, **42**(1979), 417.
[13] S. Adler, *Phys. Rev. Lett.*, **44**(1980), 1567.
[14] M. S. Turner, *Phys. Rev.*, D**28**(1983), 1243.
[15] H. J. Mo and L. Z. Fang, *Phys. Lett.*, **201B**(1988), 321.
[16] J. Cheeger and D. Grommol, *Ann. Math.*, **96**(3) (1972), 413.
[17] Y. -H. Gao, Wormhole solutions in the presence of scalar fields, USTC preprint.
[18] S. J. Rey, The axion dynamics in wormhole background, UCSB preprint.

BABY UNIVERSES WITH INDUCED GRAVITY

GAO YIHONG

(*Department of Modern Physics, University of Science and Technology of China, Hefei*)

GAO HONGBO

(*Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou*)

ABSTRACT

In this paper some quantum effects of baby universes with induced gravity are discussed. We prove that the interactions between the baby-parent universes are non-local, and argue that the induced low-energy cosmological constant is zero. This argument does not depend on the detail of the induced potential.