

# 基于博弈论的多移动机器人聚集任务路径规划

叶 晔, 岑豫皖, 谢能刚

YE Ye, CEN Yu-wan, XIE Neng-gang

安徽工业大学 机械工程学院, 安徽 马鞍山 243002

School of Mechanical Engineering, Anhui University of Technology, Ma'anshan, Anhui 243002, China

E-mail: yeeye@ahut.edu.cn

YE Ye, CEN Yu-wan, XIE Neng-gang. Path planning of flocking task for multiple mobile robots based on game theory. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(6): 216-218.

**Abstract:** For the path planning of flocking task for multiple mobile robots, it establishes multi-objective optimal mathematic model and does research on solving methods based on game theory.  $N$  robots specify  $n$  players and it establishes Nash equilibrium model and coalition cooperative game model. Then combining evolutionary strategy, it studies coordinated route planning for multiple mobile robots. Simulations validate the feasibility of the game-theoretic coordinated route planning for multiple robots.

**Key words:** multiple mobile robots; flocking task; Nash equilibrium; coalition cooperative game

**摘 要:** 针对多移动机器人聚集任务的路径规划, 建立系统多目标优化数学模型, 研究基于博弈论的求解方法。将  $n$  个机器人视为博弈的  $n$  方, 建立 Nash 均衡博弈模型和共谋合作博弈模型, 结合进化策略, 对多移动机器人的运动协调进行研究。仿真实验结果表明, 博弈分析方法可有效解决多机器人的协调路径规划问题。

**关键词:** 多移动机器人; 聚集任务; Nash 均衡博弈; 共谋合作博弈

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.06.062 文章编号: 1002-8331(2009)06-0216-03 文献标识码: A 中图分类号: TP24

## 1 引言

多移动机器人聚集任务的路径规划是指在环境信息已知、部分未知或完全未知的情况下, 为多个机器人寻找一条从起始点到目标点的无碰协调路径, 并且要保证各个机器人尽可能同时到达目标点以及路径最优。目前, 多移动机器人的聚集研究主要集中在已知环境下多机器人协调系统研究<sup>[1-2]</sup>, 与单个机器人路径规划相比, 多机器人的运动协调比较复杂, 多个机器人在行进中存在竞争和合作问题。现有文献资料显示, 多机器人之间的运动协调规划主要采用基于数学规划理论的多目标优化方法进行<sup>[3]</sup>, 该方法是一种主观性的系统观。最近倡导的第三代系统观, 突破了把机器人看成“死”的、被动对象的概念, 引进了具有竞争、合作和适应能力的智能体概念, 从机器人对环境的适应性、机器人之间的协调和合作的互动作用去认识和描述多机器人系统的行为。从这个系统观出发, 严平<sup>[4]</sup>提出一种基于 Nash 均衡和进化计算的多无人飞行器协调航迹规划算法, 本文将基于博弈论, 建立 Nash 均衡博弈模型和共谋合作博弈模型, 结合进化策略<sup>[5]</sup>, 对多移动机器人的运动协调进行研究, 获得多移动机器人聚集任务的最佳路径。

## 2 多移动机器人聚集任务的数学模型

模型示意如图 1 所示, 在基础坐标系 XOY 中, 环境中任意

路径点的坐标为  $(X, Y)$ , 对任意第  $i$  个机器人  $(i=1, \dots, n)$ , 进行坐标变换, 新的坐标系为  $x_{i0}y_{i0}$ , 坐标原点为机器人  $i$  的起始点,  $x_i$  轴为起始点与目标点的连线。将起始点与目标点的线段  $m$  等分, 等分点为  $x_{ij}(j=1, \dots, m-1)$ , 共产生  $m-1$  个路径点, 第  $i$  个机器人的起始点设为  $x_{i0}$ , 目标点为  $x_{im}$ 。过  $x_{ij}$  点作直线  $l_{ij}$  与  $x_i$  轴正交, 随机地在  $l_{ij}$  上选择一点  $p_{ij}$ ,  $p_{ij}$  点与等分点  $x_{ij}$  之间的距离记为  $y_{ij}$ 。经坐标变换后, 针对第  $i$  个机器人, 第  $j$  个路径点的坐标为  $(x_{ij}, y_{ij})$ 。

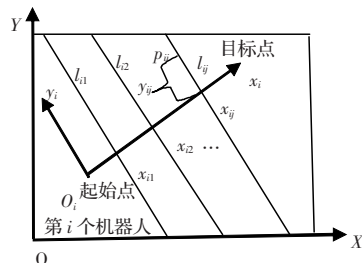


图 1 环境地图

### 2.1 设计变量

在第  $i$  个机器人第  $j$  个路径点  $p_{ij}$  的坐标  $(x_{ij}, y_{ij})$  中,  $x_{ij}$  通过等分获得, 因此已知,  $y_{ij}$  则必须通过路径规划获得, 属于设计变

基金项目: 安徽省高校自然科学基金重点基金资助项目(the Natural Science Research Project of Anhui Province Education Department, No.KJ2007A052);

安徽省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Anhui Province of China under Grant No.070414154)。

作者简介: 叶晔(1982-), 女, 硕士生, 主要研究领域为多机器人路径规划和协同控制研究; 岑豫皖(1951-), 男, 博士生导师, 教授, 主要研究领域为机器人技术、机电液系统与产品设计等; 谢能刚(1971-), 男, 博士, 教授, 主要从事现代设计理论及方法研究。

收稿日期: 2008-01-14 修回日期: 2008-04-24

量。\$n\$ 个机器人聚集任务路径规划的设计变量为: \$Y=\{y\_{11}, \dots, y\_{1(m-1)}, \dots, y\_{i1}, \dots, y\_{i(m-1)}, \dots, y\_{n1}, \dots, y\_{n(m-1)}\}\$

## 2.2 目标函数

针对第 \$i\$ 个机器人, 根据行走路线总长度最短建立目标函数, \$n\$ 个机器人聚集任务路径规划的多目标函数为

$$F=\{f_1, f_2, \dots, f_n\} \rightarrow \min \quad (1)$$

其中: \$f\_i = \sum\_{j=1}^m d\_{ij}\$, \$d\_{ij} = \sqrt{(x\_{ij} - x\_{i(j-1)})^2 + (y\_{ij} - y\_{i(j-1)})^2}\$

## 2.3 约束条件

### 2.3.1 单个机器人约束

针对任意第 \$i\$ 个机器人, 其可行路径需满足以下 3 点<sup>[6]</sup>:

- (1) 路径点位于规划空间内;
- (2) 路径点位于固定障碍物外;
- (3) 各路径点的连线不能与各障碍物相交。

### 2.3.2 多机器人协调约束

除了以上单机器人路径约束外, 多个机器人之间还存在以下运动协调约束:

#### (1) 时间协调

要求每个机器人沿着不同路径尽可能同时到达目标点, 时间协调有助于任务完成的同步性。

#### (2) 机器人之间不能相互碰撞

每个机器人必须与其他机器人在行走过程中保持一个安全距离以避免发生碰撞。

$$\min_{i,k=1,\dots,n,j \neq k} [d_{ik}(j)] \geq d_s \quad (j=1, 2, \dots, m-1) \quad (2)$$

式中: \$d\_s\$ 为安全距离; \$d\_{ik}(j)\$ 为在第 \$j\$ 个等分点时第 \$i\$ 个机器人与第 \$k\$ 个机器人之间的距离, 可表示为

$$d_{ik}(j) = \sqrt{(x_{ij} - x_{kj})^2 + (y_{ij} - y_{kj})^2}$$

## 2.4 多目标优化模型

求设计变量:

$$Y=\{y_{11}, \dots, y_{1(m-1)}, \dots, y_{i1}, \dots, y_{i(m-1)}, \dots, y_{n1}, \dots, y_{n(m-1)}\}$$

使得 \$n\$ 个目标函数: (3)

$$F(Y)=\{f_1(Y), f_2(Y), \dots, f_n(Y)\} \rightarrow \min$$

且满足上述 2.3 节的约束条件

## 3 基于博弈论的多目标求解方法

关于多目标优化设计模型的解法, 常用的是利用降维法 (主要目标法)、评价函数法 (线性加权法和 \$\min\$-max 法、理想点法、平方和加权法、虚拟目标法) 等方法将多目标问题转化为一个单目标问题来处理, 或利用排序法、可行方向法、中心法、交互规划法等方法转化为多个单目标问题来处理。鉴于多目标设计与经济学中博弈问题之间的相似性, 本文采用多目标博弈的算法求解多移动机器人的协调路径问题。

### 3.1 多目标问题的博弈分析

根据博弈理论<sup>[7]</sup>, 用 \$G\$ 表示一个博弈, 如 \$G\$ 有 \$n\$ 个博弈方, 每个博弈方的全部可选策略的集合称为策略空间, 分别用 \$S\_1, S\_2, \dots, S\_n\$ 表示; \$S\_{ij} \in S\_i\$ 表示博弈方 \$i\$ 的第 \$j\$ 个策略; 博弈方的得益用 \$u\_i\$ 表示, \$u\_i\$ 是各博弈方策略的多元函数。\$n\$ 个博弈方的博弈 \$G\$ 写成: \$G=\{S\_1, \dots, S\_n; u\_1, \dots, u\_n\}\$。

用博弈分析方法求解多移动机器人聚集任务的多目标优化模型, 首先需将多目标优化问题转化为博弈问题。多移动机器人聚集任务的博弈描述为: (1) \$n\$ 个机器人视为博弈的 \$n\$ 方;

(2) 对设计变量集合: \$Y=\{y\_{11}, \dots, y\_{1(m-1)}, \dots, y\_{i1}, \dots, y\_{i(m-1)}, \dots, y\_{n1}, \dots, y\_{n(m-1)}\}\$ 进行分解, 将隶属于各机器人本身的路径设计变量进行组合, 相应设计变量的全部可选值构成 \$n\$ 个博弈方的策略空间, 即 \$S\_1=\{y\_{11}, \dots, y\_{1(m-1)}\}, \dots, S\_i=\{y\_{i1}, \dots, y\_{i(m-1)}\}, \dots, S\_n=\{y\_{n1}, \dots, y\_{n(m-1)}\}\$; (3) 根据具体的博弈模型, 建立博弈得益函数 \$u\$ 与目标函数 \$F\$ 之间的映射关系; (4) 各博弈方分别以自身得益函数为目标, 在各自的策略空间中进行单目标优化, 获得本博弈方对其余博弈方的最佳对策, 所有博弈方的最佳对策形成一轮博弈的策略组合, 并根据收敛判别, 通过多轮博弈, 获得最终的博弈解, 即多移动机器人聚集的最佳无碰协调路径。

### 3.2 博弈得益函数的构造

**定义** 对任一博弈方 \$i\$, 其采取某行动策略时的自身得益称为博弈方 \$i\$ 的绝对收益, 用 \$\bar{u}\_i\$ 表示; 其他博弈方在该行动策略下的得益称为博弈方 \$i\$ 的相对收益, 用 \$\hat{u}\_{ij} (j \neq i)\$ 表示。

任一博弈方 \$i\$ 的得益函数 \$u\_i\$ 构造为

$$u_i = \bar{u}_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^n w_{ij} \hat{u}_{ij} \quad (4)$$

式中: \$w\$ 为权系数, \$w\_i + \sum\_{j=1(j \neq i)}^n w\_{ij} = 1\$。

根据权系数的不同取值, 本文采用以下两种博弈模型。

#### (1) Nash 均衡博弈模型

令 \$w\_i=1, w\_j=0 (j=1, 2, \dots, n, j \neq i)\$, 式(4)转化为

$$u_i = \bar{u}_i \quad (5)$$

即各博弈方只关注自身的绝对得益, 此种情况为不合作博弈, 即 Nash 均衡博弈模型, 在实际计算中可直接取目标函数值作为博弈得益函数, 即

$$u_i = f_i \quad (6)$$

#### (2) 共谋合作博弈模型

当式(4)中 \$w\_i \neq 0, w\_j \neq 0\$, 即各博弈方将自身绝对收益和相对收益组合起来作为博弈的得益函数, 此种情况称为共谋合作博弈模型, 合作协议为“你中有我, 我中有你”。与目标函数的映射关系为

$$u_i = w_i f_i + \sum_{j=1(j \neq i)}^n w_{ij} f_j \quad (7)$$

式中: \$w\_i\$ 的取值反映共谋合作程度, 取值越大, 合作程度越低。

### 3.3 多目标问题的博弈分析步骤

**博弈均衡解的定义:** 在博弈 \$G=\{S\_1, \dots, S\_n; u\_1, \dots, u\_n\}\$ 中, 由每个博弈方的各一个策略组成的策略组合 \$\{s\_1^\*, s\_2^\*, \dots, s\_n^\*\}\$ 中, 任一博弈方 \$i\$ 的策略 \$s\_i^\*\$ 都是对其余博弈方策略组合 \$\{s\_1^\*, \dots, s\_{i-1}^\*, s\_{i+1}^\*, \dots, s\_n^\*\}\$ 的最佳对策, 即 \$u\_i(s\_1^\*, \dots, s\_i^\*, \dots, s\_n^\*) \leq u\_i(s\_1^\*, \dots, s\_{ij}^\*, \dots, s\_n^\*)\$ 对任意 \$s\_{ij}^\* \in S\_i\$ 都成立, 则称 \$\{s\_1^\*, s\_2^\*, \dots, s\_n^\*\}\$ 为博弈 \$G\$ 的一个“均衡解”。

**博弈均衡解的求解步骤:**

(1) 在各博弈方的策略空间中随机生成初始可行策略, 形成策略组合 \$s^{(0)} = \{s\_1^{(0)}, s\_2^{(0)}, \dots, s\_n^{(0)}\}\$;

(2) 记 \$s\_1^{(0)}, s\_2^{(0)}, \dots, s\_n^{(0)}\$ 分别为 \$s\_1^{(0)}, s\_2^{(0)}, \dots, s\_n^{(0)}\$ 在 \$s^{(0)}\$ 中相应的补集。对任意第 \$i\$ 个 (\$i=1, 2, \dots, n\$) 博弈方: 求最佳策略 \$s\_i^\* \in S\_i\$, 使博弈得益 \$u\_i(s\_i^\*, s\_i^{(0)}) \rightarrow \min\$;

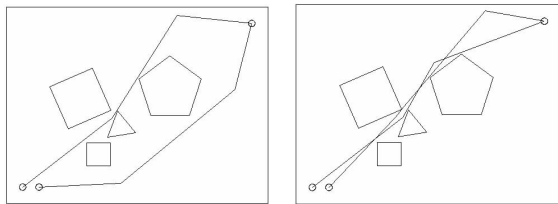
(3)令策略组合  $s^{(1)} = s_1^* \cup s_2^* \cup \dots \cup s_n^*$ , 检验  $s^{(1)}$  的可行性, 若不满足, 转步骤(1)。计算前后两个策略组合之间的距离(一种范数)是否满足收敛准则  $\|s^{(1)} - s^{(0)}\| \leq \varepsilon$ , 若满足, 则博弈结束; 若不满足, 则以  $s^{(1)}$  替换  $s^{(0)}$ , 转步骤(2)进行循环。

### 4 仿真实验

为了检验本文算法的有效性, 设计了以下多组仿真实验, 仿真环境都为 800×600 的矩形区域。任务要求多移动机器人在工作环境中无碰撞地分别从起始点运动到目标点。采用相同的进化策略参数: 种群数量为 100, 终止代数数为 200, 安全距离为 20。

#### 4.1 两机器人同一目标点两组障碍物下的聚集任务

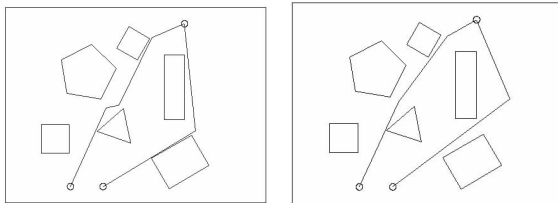
基本的仿真环境设计如下: 在二维平面中, 系统运行的工作环境中存在着凸形障碍物, 它们的位置是已知的。任务要求两个机器人在工作环境中无碰撞地分别从起始点运动到目标点。图 2 是两机器人在第 1 组障碍物环境下的协调路径。从图 2 可以看出两个机器人没有和静态障碍物发生碰撞。两个机器人在行进过程中, 同时刻的路径点之间距离大于安全距离, 机器人之间没有发生碰撞。在 Nash 均衡博弈模型下, 博弈 3 次就得到了两机器人的协调路径, 两个机器人的路径长度分别为 938.3 和 906.1。在共谋合作博弈模型下, 取  $w_{11}=w_{22}=0.7, w_{12}=w_{21}=0.3$ , 博弈次数为 15 次得到机器人的协调路径, 两个机器人的路径长度分别为 886.3 和 886.0。从两个机器人的路径长度可以看出, 两种博弈模型都能保证尽可能同时到达目标点。



(a) Nash 均衡博弈模型 (b) 共谋合作博弈模型

图 2 两移动机器人在第一组障碍物下的协调路径规划

图 3 是两移动机器人在第二组障碍物下的协调路径规划图。在 Nash 均衡模型下, 两机器人博弈次数为 4 次得到协调路径解, 路径长度分别为 641.9 和 637.9。在共谋合作均衡模型下, 取  $w_{11}=w_{22}=0.7, w_{12}=w_{21}=0.3$ , 两机器人博弈次数为 15 次, 路径长度分别为 624.4 和 621.8。



(a) Nash 均衡博弈模型 (b) 共谋合作博弈模型

图 3 两机器人在第二组障碍物下的协调路径规划

#### 4.2 三机器人同一目标点在第二组障碍物下的协调路径规划

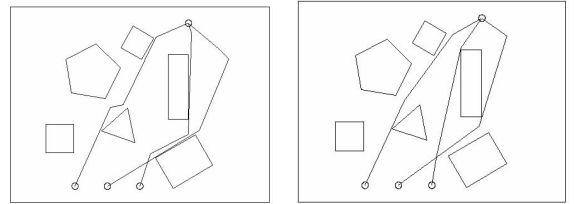
在共谋合作博弈中, 令  $w_{11}=w_{22}=w_{33}=\lambda, w_{12}=w_{21}=(1-\lambda)/2,$

$w_{13}=w_{31}=(1-\lambda)/2, w_{23}=w_{32}=(1-\lambda)/2$ 。两种博弈模型计算结果见表 1。从计算结果可看出, Nash 均衡模型博弈次数优于共谋合作模型的博弈结果, 但协调路径长度次于共谋合作模型。在共谋合作模型中, 随着  $\lambda$  的递增, 三机器人之间合作程度的降低, 机器人博弈次数随着递增, 但协调路径长度变化不明显。

表 1 两种博弈模型计算结果及对比

		博弈次数	$f_1$	$f_2$	$f_3$
Nash	本文	4	898.43	920.82	783.49
	$\lambda=0.3$	4	810.25	622.04	668.46
共谋合作	$\lambda=0.4$	5	811.22	622.04	668.46
	$\lambda=0.7$	11	810.25	622.04	705.77

图 4 是三机器人在第二组障碍物环境下的协调路径。在该共谋合作博弈模型中取  $\lambda=0.3$ 。



(a) Nash 均衡博弈模型 (b) 共谋合作博弈模型

图 4 三个机器人协调路径规划

以上仿真实验表明, 无论是哪种博弈模型, 都不需要额外的优先权信息, 通过各博弈方之间相互竞争和相互协作的自然选择过程, 主动实现各博弈方的相应得益。各个机器人博弈次数一般都不超过 15 次, 就可以得到收敛的博弈解, 计算效率高。

### 5 结论

博弈论为多机器人协调研究提供了一种新的技术方法, 有助于分析求解具有合作和竞争的路径协调规划问题。提出的 Nash 均衡博弈方法和共谋合作博弈方法, 可通过各博弈方的竞争和协同求出多机器人的协调路径, 仿真实验验证了该方法的可行性。

### 参考文献:

- [1] 景兴建, 王越超, 谈大龙. 基于仿生行为决策规则的协调运动行为[J]. 控制理论与应用, 2003, 20(3): 407-410.
- [2] Sheng Wei-hua, Yang Qing-yan, Tan Jing-dong, et al. Distributed multi-robot coordination in area exploration[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2006(54): 945-955.
- [3] 陈伟, 张铭钧, 孟宪松. 基于多目标决策理论的多机器人协调方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2003, 24(3): 308-312.
- [4] Yan Ping, Ding Ming-yue, Zheng Chang-wen. Coordinated route planning via Nash equilibrium and evolutionary computation[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2006, 19(1): 19-23.
- [5] 谢能刚, 孙林松, 方浩. 基于进化策略的拱坝体型优化设计[J]. 水利水电工程学报, 2006, 3(1): 24-29.
- [6] 叶晔, 岑豫皖, 包家汉. 基于改进遗传算法的工业机器人路径规划[J]. 安徽工业大学学报, 2007, 24(4): 409-411.
- [7] 谢识予. 经济博弈论[M]. 上海: 复旦大学出版, 1997.