

基于行的二维离散小波变换的快速提升计算

肖学敏, 罗武胜, 王继东, 翟永平

XIAO Xue-min, LUO Wu-sheng, WANG Ji-dong, ZHAI Yong-ping

国防科技大学 机电工程与自动化学院, 长沙 410073

College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China

E-mail: nudt_xiao@163.com

XIAO Xue-min, LUO Wu-sheng, WANG Ji-dong, et al. Line-based fast lifting algorithm of 2D-discrete wavelet transform. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(5): 40-42.

Abstract: Due to high computational complexity and large requirement for memory in 2D discrete wavelet transform, JPEG2000 can not be used in some conditions, such as satellite and portable devices. As we know, the line-based wavelet transform reduces the requirement for memory, and post Scaling Lifting Algorithm (PSLift) needs fewer multiplications. Therefore, in this paper the authors propose a new method, called Line-based Fast Lifting Algorithm (LPSLA), which possesses advantage of the line-based wavelet transform and PSLift.

Key words: line-based wavelet transform; lifting scheme; PSLift

摘要: 二维离散小波变换计算量较大, 并要求相当大的缓存空间, 使 JPEG2000 在星载图像压缩和小型便携式设备中的应用受到限制。基于行的小波变换能降低对存储容量的要求, 后拉伸变换的提升算法能减少离散小波变换的乘法运算量。为此, 提出了一种基于行的快速提升算法, 该算法将行列运算操作结合起来进行, 以累进方式完成列向小波的提升步计算, 节省了内存; 并且充分利用了后拉伸变换的优点, 减少了乘法运算量。

关键词: 基于行的小波变换; 提升算法; 后拉伸变换的提升算法

文章编号: 1002-8331(2008)05-0040-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TN91

1 引言

小波变换在信号与图像处理中应用广泛, 其离散小波变换 (DWT) 的高效计算一直是人们感兴趣的研究课题。Sweldens 引进的提升方法 (Lifting Scheme)^[1,2] 把小波应用推向一个新的高潮。Lifting scheme 则是一种比 Mallat 算法更快、更简便、更易操作的小波变换方法。对长度较小的小波滤波器, 减少其 DWT 的运算量是非常困难的, 提升方法由于使 CDF 9/7^[3] 小波的加法运算量降低了 43%, 乘法运算量降低了 33%^[1], 因而它被推荐为 JPEG2000 计算 DWT 的方法。

可分离的二维 DWT 的计算一般是先沿行 (列) 的方向进行一维 DWT, 对得到的结果再沿列 (行) 的方向进行一维 DWT。采用行列法进行二维小波分解时, 需要缓存整幅图像, 对硬件的存储量要求大, 不利于硬件实现。而基于行的二维小波变换, 是在提升算法的框架下, 完成一定数量的行小波变换后进行列向小波变换的计算, 不需要缓存整幅图像, 减少了对存储量的要求。本文对基于行的小波变换算法进行改进, 将后拉伸变换算法嵌入其中。新算法减少了对内存空间的需求, 降低了运算复杂度。

2 提升格式

提升算法给出了双正交小波简单而有效的构造方法, 使用了基本的多项式插补来获取信号的高频分量, 之后通过构建尺度函数来获取信号的低频分量。提升算法的基本思想在于通过一个基本小波 (Lazy Wavelet), 逐步构建出一个具有更加良好性质的新的小波, 这就是提升的基本含义。一个规范的提升算法有 3 个步骤^[4]: 分解 (Split); 预测 (Predict); 更新 (Update)。

分裂: 此过程是把信号 $\{s_j\}$ 分裂成两个互不相交的子集, 通常是将一个数列分为偶数采样点 $\{s_i^1\}$ 和奇数采样点 $\{d_i^1\}$, 即懒惰小波变换 (Lazy Wavelet Transform)。 $s_i^1 = s_{j,2} = \text{even}(s_j)$ $d_i^1 = s_{j,2+1} = \text{odd}(s_j)$

预测: 主要处理分裂后留下的冗余, 以获得更紧致的数据表示。针对数据间的相关性, 采用一个与数据结构无关的预测算子 P , 先将 P 滤波器作用于偶信号上得到奇信号的预测值, 再将该预测值与原基信号相减得到奇信号的预测误差来替换 $\{d_i^1\}$, 已形成新的 $\{d_i^1\}$ 。

$$d_i^1 \leftarrow d_i^1 - P(s_i^1)$$

基金项目: 国家高技术研究发展计划 (863) (the National High-Tech Research and Development Plan of China under Grant No.2006AA701121)。

作者简介: 肖学敏 (1981-), 男, 硕士生, 研究领域为图像压缩编码技术及应用; 罗武胜 (1972-), 男, 博士, 副教授, 研究领域为现代传感技术与系统; 王继东 (1976-), 男, 博士生, 研究领域为现代传感技术与系统; 翟永平 (1982-), 男, 硕士生, 研究领域为图像压缩编码技术及应用。

收稿日期: 2007-05-30

修回日期: 2007-08-27

更新(修正): 由预测得到的序列是原始信号的粗略表示, 如果信号之间的相关性很大, 那么预测效果会很好, 不会丢失很多信息, 但是这种表示形式可能会丢失信号的某些特征, 为了恢复这些特征, 引入了另外一种操作即更新操作。故引入更新算子 U 通过对 $\{s_j^1\}$ 作预测生成新的数据集以保证 $\{s_j^0\}$ 的一些特征。表达式如下:

$$s_j^1 \leftarrow s_j^1 + U(d_i^1)$$

图 1 所示为(9,7)小波变换的提升步骤。Daubechies(9,7)分解需要执行 4 个提升步计算和 2 个缩放步计算, 其正向变换为:

第一步: $Y(2n+1) = X_{ext}(2n+1) + p_1 \times [X_{ext}(2n) + X_{ext}(2n+2)]$

第二步: $Y(2n) = X_{ext}(2n) + u_1 \times [Y(2n-1) + Y(2n+1)]$

第三步: $Y(2n+1) = Y(2n+1) + p_2 \times [Y(2n) + Y(2n+2)]$

第四步: $Y(2n) = Y(2n) + u_2 \times [Y(2n+1) + Y(2n+1)]$

第五步: $Y(2n+1) = K_1 \times Y(2n+1)$

第六步: $Y(2n+1) = K_0 \times Y(2n)$

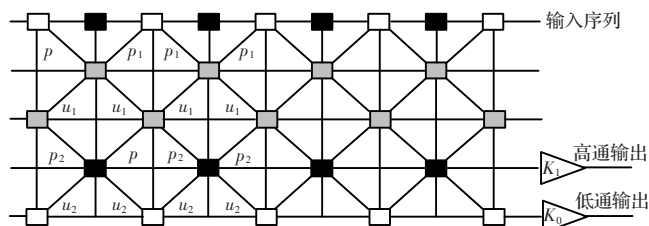


图 1 (9,7)小波变换的提升步骤

3 二维离散小波变换

在计算二维可分离的 DWT 时, 一般采用行列法逐级分解, 如图 2 所示, 以一级二维小波变换为例。将图像数据先做行小波变换处理后, 再对所得的中间数据做列小波变换处理, 因此可以得到四个次频带的小波系数: LL、HL、LH、HH。

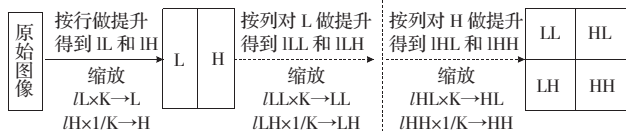


图 2 一级二维小波变换

JPEG2000 中推荐的 CDF9/7 提升算法中, 小波分解需要 4 个提升步骤和两个缩放步骤。缩放即在前续的提升操作生成的低频和高频数据分别乘以一对互为倒数的系数 ($1/K$ 和 K) 作为低通和高通输出。文献[5]中提出的“后拉伸变换的提升算法”, 在行列小波变换中将提升步与缩放步进行重新安排, 即在完成行提升步后不做缩放运算, 做列提升步计算, 等每一级每一维

的提升步都做完后, 最后统一作缩放运算。图 3 给出了二维 DWT 的后拉伸变换算法的流程。

4 基于行的快速提升计算

行列法和后拉伸变换算法做小波变换是在读取整幅图像数据后, 先对所有行进行计算, 再对所得到的中间数据进行计算, 继而得到整幅图像的小波变换系数。基于行的小波变换算法^[6]则不同, 它是读取一定数量的行数据后(由滤波器长度决定), 首先进行行小波变换, 然后进行列向小波变换。

将后拉伸提升算法应用到基于行的小波变换中, 即在基于行的小波变换中, 首先进行行提升步计算, 当行提升步计算的数据满足列提升步计算时, 进行列提升步计算, 然后把经行和列提升步计算的数据缩放后输出, 如此重复进行, 直至完成所需要的分解级数。现以 CDF9/7 小波变换为例介绍基于行的快速提升计算。首先进行行方向的小波变换处理, 根据提升算法的特点, 当行方向完成五行图像数据的提升处理时(至少需要五行数据), 启动列方向的提升步计算, 将计算结果存入内部缓存单元中; 然后依次每读取两行数据, 依次完成行方向和列方向的提升步计算。图 4 给出了基于行的快速提升计算的示意图。

以完成 J 级 CDF9/7 小波变换为例, 基于行的快速提升算法的具体实施过程为:

- (1) 根据小波分解的级数, 确定各个子带对应的缩放因子;
- (2) 取 5 行图像数据做行提升步计算; 对 5 行中间数据进行列提升步计算, 计算结果覆盖前两行数据; 确定 HH_j, LH_j, LL_j 子带 ($1 \leq j < J, j$ 表示第几级分解) 对应的缩放因子, 缩放后输出, 保存 LL_j 子带数据 ($1 \leq j < J$); 若 $j=J, LL_j$ 缩放后输出;
- (3) 取下两行图像数据做行提升步计算, 更新数据; 对重新组合的五行数据做列提升步计算, 更新前两行数据; 输出数据或保存数据;
- (4) 当剩余图像数据大于两行时, 重复步骤 3;
- (5) 取最后一行图像数据做行提升步计算, 更新后一行数据; 对重新组合的四行数据做列提升步计算, 更新前 4 行数据; 确定缩放因子, 输出四行数据。若分解级数未完成 ($j < J$), 则对 LL_j 子带进行进一步分解, 重复上述步骤。

5 算法分析

基于行的快速提升算法, 具备了基于行的小波变换和后拉伸变换的特性。

首先它减少了计算过程中对内存的需求。以 $1024 \times 1024 \times 8$ bit 图像为例, 行列法和后拉伸提升算法在小波变换的计算过程中需要开辟的主要内存空间为: 1024×1024 byte 存储原始图像数据, $1024 \times 1024 \times 8$ byte 存储小波系数。而基于行的快速

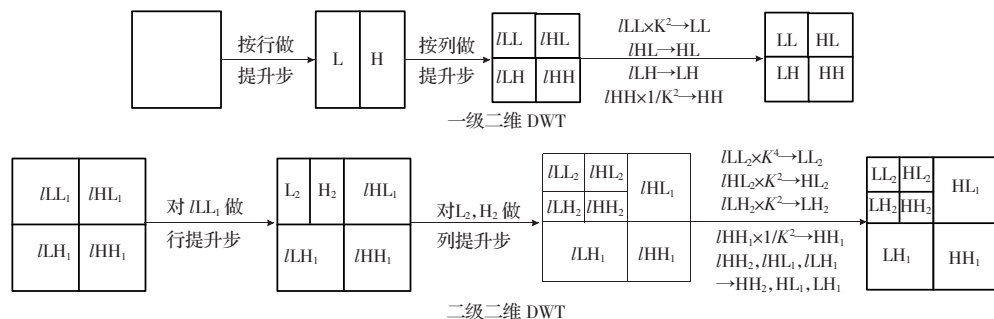


图 3 后拉伸变换



图4 基于行的快速提升计算

提升算法只需要开辟 1 024×5 byte 存储 5 行图像数据,1 024×9×8 byte 用于保存行提升计算得到的数据和后续行提升计算中所用的中间变量。

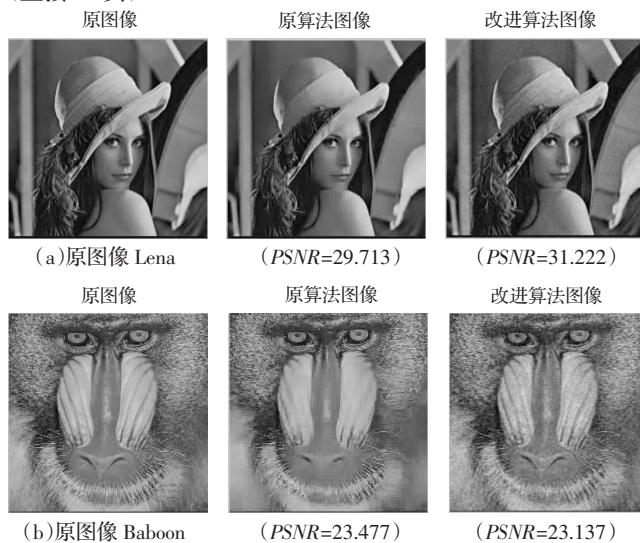
其次,简化了缩放运算,将各子带数据的多次缩放步运算简化为一次缩放运算,大大减少了提升计算过程中的乘法运算量。对于二维图像 $M=\{m(i,j)|i,j=0,1,\dots,N-1\}$,用 9/7 滤波器采用标准 Lifting 算法(行列法)实现一层小波变换分解的乘法次数为 $6N^2$,实现 J 级二维小波分解所需的乘法量为 $2N^2 \times (4-4^{-J})$;采用后拉伸变换的提升算法实现一层小波变换分解的乘法次数为 $9/2 \times N^2$,实现 J 级($J>1$)二维小波分解所需的乘法量为 $16/3 \times (1-4^{-J})N^2 + 7/16 \times N^2$ 。表 1 列出了采用行列法和后拉伸变换的提升算法完成 CDF 9/7 提升小波计算的乘法运算量比较。

表1 两种算法乘法量比较(9/7 小波)

名称	一级	二级	三级	J 级($J \geq 2$)
后拉伸变换	$9/2 \times N^2$	$87/16 \times N^2$	$91/16 \times N^2$	$16/3 \times (1-4^{-J})N^2 + 7/16 \times N^2$
行列法	$6N^2$	$15/2 \times N^2$	$63/8 \times N^2$	$2N^2 \times (4-4^{-J})$
两者之比	3:4	29:40	91:126	$[2/3+7/(128 \times (1-4^{-J}))]:1$

最后,在每完成五行图像数据的行列提升计算后,便会得到一系列的运算结果。这部分运算结果包括为当前层(Current Level)后续行的分解保留的中间数据,以及为下一层(Next Level)分解准备的 LL 数据;运算结果的另一部分被直接输出给后续编码模块,这部分数据包括小波分解的高频分量 HL、LH 和 HH。因此不需要完成所有的行列提升计算,即可输出 HH_j, HL_j, LH_j 子带的部分数据。在图像压缩编码过程中,采用相关的编码方法,便可对变换数据进行编码处理,缩短了编码的等待时间,势必缩短图像压缩时间。

(上接 39 页)

图2 Lena 和 Baboon 的测试结果($bpp=1.0$)

6 结语

CDF9/7 二维小波变换需要大量的内存和乘法运算量,针对此问题在提升算法的结构上做出相应改进。基于行的快速提升算法,在不改变变换结果的前提下,将行列提升步操作结合起来,以累进方式完成列向小波的提升步计算,显著减少了完成小波变换所需要的内存;其次将多级小波分解的各级缩放步统一起来实施一次缩放运算,降低了乘法运算量。对于 JPEG2000 中推荐使用 5 级小波分解,基于行的快速提升算法的乘法量相对行列法减少了 27.9%。在视频及卫星遥感图像对实时性要求较强的图像处理中,使用该算法可节省存储容量,减少乘法运算量,有利于硬件实现。

参考文献:

- [1] Daubechies I, Sweldens W. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. J Fourier Anal, 1998, 4(3): 245-267.
- [2] Sweldens W. The lifting scheme: a construction of second wavelets[J]. J Math Anal (SIAM), 1996, 29(2): 511-546.
- [3] Ebrahimi T. The JPEG2000 still image coding system: an overview[J]. IEEE Transaction on Consumer Electronics, 2000, 46(4): 1103-1127.
- [4] 张春田, 苏育挺, 张静. 数字图像压缩编码[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 321-327.
- [5] 钟广军, 成礼智, 陈火旺. 多级多维离散小波变换的快速提升计算[J]. 电子学报, 2001, 29(11): 1475-1477.
- [6] Chrysafis C, Ortega A. Line based, reduced memory, wavelet image compression[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(3): 378-389.

缩性能有进一步的提高。对低频分量较多的图像(Lena)处理效果比高频分量较多的图像(Baboon)效果更加明显,说明改进方案适合于在低比特率情况下,更有效地改善低频图像的压缩效果。

参考文献:

- [1] 贾志科, 崔慧娟, 唐昆. 改进的 SPIHT 静止图像压缩编码算法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2001, 41(7): 25-28.
- [2] Dams M D, Kossentini F. Reversible integer-to-integer wavelet transforms for image compression: performance evaluation and analysis[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(6): 1010-1024.
- [3] 张旭东, 卢国栋, 冯建. 图像编码基础和小波压缩技术原理、算法和标准[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [4] 胡栋. 静止图像编码的地基本方法与国际标准[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2003.