◎学术探讨◎

基于遗传粒子群算法的高维复杂函数优化方法

于万霞[1],张维存[2],郑宏兴[1]
YU Wan-xia[1],ZHANG Wei-cun[2],ZHENG Hong-xing[1]

1.天津工程师范学院 电子工程系,天津 300222
2.河北工业大学 管理学院,天津 300130
1.Department of Electronic Engineering,Tianjin University of Technology and Education,Tianjin 300222,China
2.School of Management,Hebei University of Technology,Tianjin 300130,China
E-mail:ywanxia@sina.com

YU Wan-xia,ZHANG Wei-cun,ZHENG Hong-xing.Genetic and particle swarm algorithm-based optimization solution for high-dimension complex functions.Computer Engineering and Applications,2007,43(36):31-33.

abstract: A hybrid of genetic and particle swarm algorithm is proposed to solve the higen-dimension complex functions optimization.The algorithm is formulated in a form of hierarchical structure.The global search is performed at the master level by genetic algorithm,while the local search is carried out at the slave level by particle swarm optimization.Through the harmonizing mechanism between master and slave level,and special translation function designed for the slave level,the algorithm can execute global exact search without relying on complex coding and complex evolving operators.The simulation and results from comparison with other algorithms demonstrate the effectiveness of the proposed algorithm for high-dimension complex functions optimization.
Key words: genetic algorithm;particle swarm optimization;algorithm structure;translation function;optimization

摘 要: 针对高维复杂函数优化的特点,提出了一种遗传算法与粒子群算法相结合的主-从结构算法。算法中,主级为全局搜索的遗传算法;从级为局部邻域搜索的粒子群算法。通过主-从协调机制和从级转换函数设计,使算法不依赖复杂的编码方式和进化算子进行全局精确搜索。通过仿真和比较实验,验证了算法对高维复杂函数优化的有效性。
关键词: 遗传算法;粒子群算法;算法结构;转换函数;优化
文章编号: 1002-8331(2007)36-0031-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP18

遗传算法(Genetic Algorithm,简称 GA)是基于生物进化过程中优胜劣汰规则与群体内部染色体信息交换机制的、处理复杂优化问题的一类通用性强的新方法。但通过应用,人们逐步认识到对于一些复杂问题,如高维复杂函数优化,该算法存在数值优化精度不高,过早收敛等方面的缺陷[1]。为此,很多学者从编码方式[2]、遗传算子[3]等方面进行改进,并取得了一些满意的效果。

粒子群算法(Particle Swarm Optimization,PSO)是由 Kennedy 和 Eberhart 提出的一种源于对鸟群捕食行为模拟的新进化计算技术[4],具有计算简单、收敛速度快等优点。但对 PSO 易陷入局部最优,从而导致不易收敛等缺点也引起了很多学者的关注[5,6]。

本文采用主从结构及主从两级间嵌入转换函数的方式,探讨遗传算法与粒子群算法相结合优化高维复杂函数的新方法,并通过对几种典型高维复杂函数的优化证明该方法的有效性。

1 算法设计

1.1 结构设计

为高效地求得高维复杂函数解空间全局最优解,所设计优化算法重要的是要:(1)均等的搜索到每个局部解空间;(2)对每个局部解空间,既能搜索更精确的解,又能跳出局部最优解的束缚。这是相互联系又相互矛盾的两个方面。本文将上述两种任务分别放在主、从两级完成。如图 1 所示,主级为遗传算法,负责在问题解空间搜索全局最优解;从级为粒子群算法,完成以某主级遗传染色体为中心的局部邻域更精确搜索。

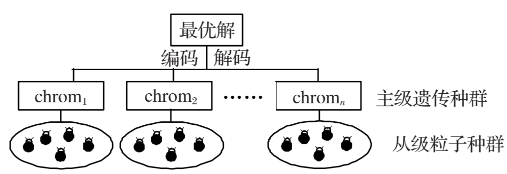

图 1 主-从遗传粒子群算法结构

1.2 协调机制

算法中,主级遗传算法和从级粒子群算法是一种相互协调,彼此促进的寻优过程。首先,主级遗传染色体指明从级粒子群算法进行局部邻域搜索的中心;其次,从级粒子群算法的邻域搜索结果作为主级遗传算法进化(移动)的依据,并且从级粒

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.60671009)。
作者简介: 于万霞(1975-),女,硕士,讲师,河北工业大学在读博士,研究方向:智能电器与机电一体化;张维存(1975-),男,讲师,研究方向:智能技术及应用,工业工程;郑宏兴(1962-),男,博士,教授,研究方向:无线通信和应用电磁学。

子搜索中应能照顾到更大范围,跳出局部最优的束缚。如图 2 所示。

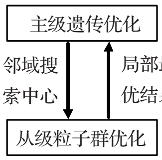

图 2　主-从协调关系

2　算法实现

算法中,主级遗传染色体采用实数编码,其遗传算子见 2.2 节;从级粒子的位置向量采用实数编码,并采用文献[7]的方法对粒子位置向量进行更新。主、从两级的适值函数因所优化函数的不同而作相应调整。若优化函数求最大值,则适值函数取优化函数;若目标函数求最小值,则适值函数取优化函数的倒数;若优化函数取负值,则将其加上一固定常数后再调整为适值函数。下面以求最大值函数 $F(x)>0, x_i\in(x_{i,\min},x_{i,\max}), i=1,\cdots,w$($w$ 为所求函数的维数)为例,说明算法的实现过程。

2.1　算法过程

步骤 1 随机生成 Q^c 个实数串 $x_{i,q}^{c}, i=1,\cdots,w$,作为主级染色体初始种群。设进化代数计数器 n=0。其中,$x_{i,q}^{c}\in(x_{i,\min},x_{i,\max})$,$q=1,\cdots,Q^c$,$Q^c$(偶数)为主级染色体种群规模。

步骤 2 对主级染色体 q 生成对应的从级粒子种群, 并使粒子群进化得 q 的适应值 f_q^{c}。

步骤 2.1 随机生成 Q^d 个实数串 $x_{i,p}^{d}, i=1,\cdots,w$,作为从级粒子初始种群, 令个体最优解 *pbest* 和全局最优解 *gbest* 为一较小的初始值。设进化代数计数器 s=0。其中,粒子的位置向量元素 $x_{i,p}^{d}\in(0,1), p=1,\cdots,Q^d$,$Q^d$ 为从级粒子群的规模。

步骤 2.2 将 $x_{i,p}^{d}$ 经函数 $\Phi(x,n)$(详见 2.3 节)转化为,$x_{i,p}^{dt}=\Phi(x_{i,p}^{d},n)$。

步骤 2.3 令 $x_i=x_{i,q}^{c}+x_{i,p}^{dt}$,若 $x_i>x_{i,\max}$ 或者 $x_i>x_{i,\min}$,则 $x_i=x_{i,\max}-rnd\times(x_{i,\max}-x_{i,\min})$,$rnd\in(0,1)$。计算粒子 p 的适应值 $f_q^{d}=F(x)$,若某个粒子的当前适应值,优于其历史适应值,则用该粒子更新 *pbest*;若优于全局最优解,则用该粒子更新 *gbest*。

步骤 2.4 若从级粒子群的 *gbest* 连续 3 代无变化或 $s=S$,则进化结束,否则令 $s=s+1$,转入步骤 2.5。若从级粒子群进化结束,则用从级粒子群的最优个体 p_0 更新主级染色体 q,即 $f_q^{c}=f_{p_0}^{d}$,$x_{i,q}^{c}=x_{i,q}^{c}+x_{i,p_0}^{dt}$。此时,若所有主级染色体均通过从级粒子群进化得到了适应值,则转入步骤 3;否则,转入步骤 2。S 为从级最大进化代数。

步骤 2.5 对每一个粒子,参照文献[7]的方法计算速度向量 $\boldsymbol{V}[L]$,并更新位置向量 $\boldsymbol{X}[L]$(其中参数 w 取(0,1)的随机数,$C_1=C_2=2$)并转入步骤 2.2。

步骤 3 主级染色体种群进化,得 $F(x)$的最优解。

步骤 3.1 若 $n=N$,则算法结束,令 $F(x)=f_{q_0}^{c}$,N 为最大进化代数,q_0 为主级最优个体。否则,令 $n=n+1$ 转入步骤 3.2。

步骤 3.2 对主级染色体种群进行遗传操作,生成新一代主级染色体种群,转入步骤 2。

2.2　主级遗传算子设计

主级实数编码的染色体重复执行复制、交叉、变异三种操作,直至发现最优解或到达设定的代数。设交叉概率为 p_c^{c},变异概率为 p_m^{c}。

复制 根据适应值用赌论法从父体中选择 Q^c 个个体。

交叉 以概率 p_c^{c} 对复制的 Q^c 个个体作如下交叉:

$$\begin{cases}x_{i,2j}^{t+1}=r_jx_{i,2j}^{t}+(1-r_j)x_{i,2j+1}^{t}\\ x_{i,2j+1}^{t+1}=(1-r_j)x_{i,2j}^{t}+r_jx_{i,2j+1}^{t}\end{cases},i=1,\cdots,w,j=1,\cdots,Q^c/2$$

式中 $x_{i,2j}^{t}$、$x_{i,2j+1}^{t}$ 是一对交叉前的个体,$x_{i,2j}^{t+1}$、$x_{i,2j+1}^{t+1}$ 是交叉后的子代个体,$r_j\in(0,1)$。

变异 以概率 p_m^{c} 对交叉后的 Q^c 个子代个体进行变异:$x_{i,k}^{t+1}=r_kx_{i,k}^{t+1}$,$k=1,\cdots,Q^c$,式中 k←(0,1)的随机数。

2.3　转换函数设计

计算机生成的随机数经过简单转换、调整即可均等的分布于问题的连续解空间,但这种方法不能使从级各粒子的位置既密集分布于邻域空间求得更精确的解, 又可跳出局部空间束缚,所以本文对 $x_{i,p}^{dt}\in(0,1)$ 用 $\Phi(x,n)$ 进行适当变换。这里,$\Phi(x,n)=\Phi_1(x)\Phi_2(n)$,其中 $\Phi_1(x)=\ln\frac{x}{1-x}$,$\Phi_2(n)=\frac{1}{a^n}$。函数 $\Phi_1(x)$和 $\Phi_2(n)$的图形分别如图 3 和图 4 所示,这里取 a=1.05。如图 3,$x_{i,p}^{d}$ 作为以 $x_{i,q}^{c}$ 为中心的邻域搜索半径,会对 $x_{i,q}^{c}$ 附近密集搜索(如 80%的粒子会集中在半径为 2.2 的局部邻域内),同时也会有部分 $x_{i,p}^{d}$ 搜索到 $x_{i,q}^{c}$ 周围更远的邻域。另一方面,图 4 中 $\Phi_2(n)$会增强算法初期大范围搜索及后期小范围、精细化搜索的能力。

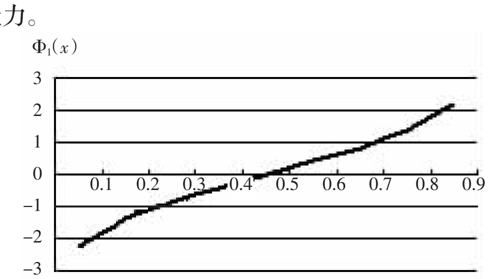

图 3　$\Phi_1(x)$函数图形

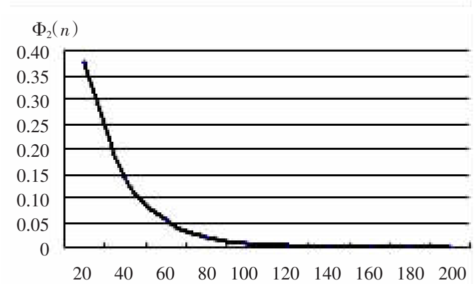

图 4　$\Phi_2(n)$函数图形

3　测试函数及实验结果

为了验证算法的先进性,本文选取了几种典型的高维复杂

函数作为数值仿真验证的对象,并与文献[8]结果进行比较。这些高维复杂函数分别是:

(1)Sphere(De Jong)函数 $f_1(x)=\sum_{i=1}^{w} x_i^2$

(2)Axis Parallel hyper-ellipsoid 函数 $f_2(x)=\sum_{i=1}^{w} i\times x_i^2$

(3)Rosenbrock 函数 $f_3(x)=\sum_{i=1}^{w-1} 100\times(x_{i+1}-x_i^2)^2+(1-x_i)^2$

(4)Griewangk 函数 $f_4(x)=\sum_{i=1}^{w} \frac{x_i^2}{4\,000}+\prod_{i=1}^{n}\cos(\frac{x_i}{\sqrt{i}})+1$

所有函数的维数均设置为 20。其中 Sphere、Axis Paralelhyper-elipsoid 函数相对简单;Rosenbrock 是一个经典的优化问题函数,表现为非凸的病态特性;Griewangk 函数则是一个标准的多峰函数,大量的局部最优使其很难得到最优解。

在 Intel 2.8(内存 256 M)计算机上以 VB6.0 作为实验环境,主、从两级种群规模均为 10,主级遗传算法的交叉概率均为 0.8,变异概率均为 0.02,S=50。算法中的其它参数设置如表 1 所示。

表 1　实验参数

函数	迭代次数(N)	定义域	a
Sphere	400	[-5.12,5.12]	1.40
Axis Parallel hyper-ellipsoid	400	[-5.12,5.12]	1.40
Rosenbrock	1 500	[-2,2]	1.03
Griewangk	2 000	[-600,600]	1.01

表 2 为实验 10 次的结果与文献[8]结果的比较情况,其中 pe 表示收敛到全局最优解的概率。由表 2 可见,本算法取得了较文献[8]更好的结果。算法中,主、从协调的结构及从级转换函数使其对不同复杂度的高维函数既具有较稳定的全局收敛性,又具有精确的求解能力。而这种能力并不需要复杂的编码和进化操作,简单、易行。

表 2　测试函数计算结果之比较

函数	算法最优解	pe%	文献[8]最优解	理论最优解
Sphere	1.16810177400007E-117	100	1.09779E-53	0
Axis Parallel hyper-ellipsoid	1.30677347503016E-116	100	4.1350E-50	0
Rosenbrock	2.47751628045974E-30	100	0.00347	0
Griewangk	0	70	9.7284E-4	0

算法中,N 和 a 对算法的收敛性和精度有影响。为了测试这两者大小对优化结果的影响,选取 Griewangk 函数为优化对象,表 3 列示了在不同 N 和 a 取值下实验 10 次的结果。可见,较大的值使从级邻域搜索范围缩小较快,这样,虽有利于算法在较少的迭代次数内求得最优解,但算法陷入局部最优的可能性增大,甚至无法求得全局最优解。另一方面,在 a 取值适当,即能保证算法收敛时,增大迭代次数(N)可使算法达到很高的求解精度。

表 3　N 和 a 变化的实验结果

N	a	最优解	pe%
400	1.01	4.85048579768055E-06	70
800	1.01	1.72097847084274E-09	70
400	1.03	1.4432899320127E-13	40
800	1.03	0	40
400	1.05	1.47724079797334E-2	100
800	1.05	7.39604033411501E-03	100

4　结束语

本文提出了一种主-从结构的遗传算法与粒子群算法相结合的高维复杂函数优化算法。算法含有主、从两级。主级为遗传算法,进行全局搜索,从级为粒子群算法,进行局部邻域搜索。通过这种新颖的算法结构及从级转换函数设计,使本算法既能精确的求得全局最优解,又具有良好的稳定性,较好的运行效率。

(收稿日期:2007 年 8 月)

参考文献:

[1] Goldberg D E.Genetic algorithms in search,optimization and machine learning[M].New York:Addison-Wesley,1989:1-83.

[2] Yao Jie,Kharma N,Grogono P.BMPGA:a bi-objective multi-population genetic algorithm for multi-modal function optimization[C]//The 2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation,2005:816-823.

[3] 陈小平,于盛林.实数遗传算法交叉策略的改进[J].电子学报,2003,31(1):71-74.

[4] Kennedy J,Eberhart R C.Particle swarm optimization[C]//Proc IEEE International Conference on Neural Networks.Piscataway,NJ:IEEE Service Center,1995:1942-1948.

[5] Clerc M,Kennedy J.The particle swarm explosion,stability and convergence in a multidimensional complex sapce[J].IEEE Transactions on Evolutionary Computation,2002,6(1):58-73.

[6] Trelea I C.The particle swarm optimization algorithm:convergence analysis and parameter selection [J].Information Processing Letters,2003,85(6):317-325.

[7] Eberhart R C,Shi Y.Particle swarm optimization:developments,applications and resources[C]//Proc Congress on Evolutionary Computation 2001.Piscataway,NJ:IEEE Press,2001:81-86.

[8] 谭皓,沈春林,李锦.混合粒子群算法在高位复杂函数寻优中的应用[J].系统工程与电子技术,2005,27(8):1471-1474.