基于遗传算法的多响应优化方法研究

何 桢,赵 有,马彦辉
HE Zhen,ZHAO You,MA Yan-hui

天津大学 管理学院,天津 300072
School of Management,Tianjin University,Tianjin 300072,China
E-mail:zhhe@public.tpt.tj.cn

HE Zhen,ZHAO You,MA Yan-hui.Study on multi-response optimization approach based on genetic algorithm.Computer Engineering and Applications,2007,43(31):48-49.

Abstract: Desirability function method uses a desirability function combined with an optimization algorithm to find the most desirable settings of the controllable factors.As nondifferentiable point occurs,the problem grows even moderately in either the number of factors or the number of responses,conventional optimization algorithms can fail to find the global optimum.This paper proposes alternative approach which uses a desirability function combined with a Genetic Algorithm (GA).The example shows the proposed GA approach effectively solves multiple-response problems.
Key words: desirability functions;regression modeling;response surface;Genetic Algorithm(GA)

摘 要:满意度函数法应用优化算法对总体满意度函数最大化求解,获得最佳因子组合。然而,满意度函数有时不可微,随因子、响应个数的增加,问题变复杂时,传统的优化算法可能获得局部最优解。提出一种基于遗传算法的满意度多响应优化方法。实例验证了该方法的有效性。
关键词:满意度函数;回归模型;响应曲面;遗传算法
文章编号:1002-8331(2007)31-0048-02 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP301

产品设计时,处理多响应优化问题的一个普遍的方法是将多响应目标转化为单一响应目标,然后再对这个单一目标进行优化。满意度函数法是常用方法之一。本文分析了传统满意度优化方法的不足,提出了基于遗传算法的多响应优化新方法。实例验证了该方法的有效性。

1 满意度函数法简介

该方法首先将每个响应转换成一个满意度值,求所有响应满意度值的几何均值,然后使其最大化,从而把多响应问题转化为单一响应问题。

满意度函数[1]是由 Harrington 在 1965 年提出的。在 1980 年 Derrnger and Suich 对其进行改进[2],不同类型的响应函数转换方法如下:

$$\text{望目型}\quad d_i(\hat{y}_i)=\begin{cases}\left|\dfrac{\hat{y}_i-L_i}{T_i-L_i}\right|^{\alpha_1} & L_i\leqslant y\leqslant T_i\\ \left|\dfrac{\hat{y}_i-U_i}{T_i-U_i}\right|^{\alpha_2} & T_i\leqslant y\leqslant U_i\\ 0 & y<L_i\ \text{or}\ y>U_i\end{cases}\tag{1}$$

$$\text{望大型}\quad d_i(\hat{y}_i)=\begin{cases}0 & \hat{y}_i\leqslant L_i\\ \left|\dfrac{\hat{y}_i-L_i}{U_i-L_i}\right|^{\alpha} & L_i\leqslant\hat{y}_i\leqslant U_i\\ 1 & \hat{y}_i\geqslant U_i\end{cases}\tag{2}$$

$$\text{望小型}\quad d_i(\hat{y}_i)=\begin{cases}1 & \hat{y}_i\leqslant L_i\\ \left|\dfrac{\hat{y}_i-U_i}{L_i-U_i}\right|^{\alpha} & L_i\leqslant\hat{y}_i\leqslant U_i\\ 0 & \hat{y}_i\geqslant U_i\end{cases}\tag{3}$$

其中,$\hat{y}_i$是响应 i 的估计值,U_i为响应 i 的最高限,L_i为响应 i 的最低限,T_i为响应 i 的目标值,α_1和 α_2是常数,决定满意度函数形状。然后对总体满意度即个体满意度的几何平均最大化求得最佳因子组合:

$$\begin{aligned}&\text{Max}D(x)=(d_1(\hat{y}_1)d_2(\hat{y}_2)\cdots d_m(\hat{y}_m))^{\frac{1}{m}}\\&\text{st}\ \ X\in R\end{aligned}\tag{4}$$

由于满意度函数存在不可微的点,如望目特性在目标值处不可微,在进行优化时,只能用诸如 Hooker-Jeeres 的直接搜索方法,计算效率低,容易陷入局部最优。Del Castillo et al 对满

基金项目:国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.70572044)。
作者简介:何桢(1967-),男,教授,博导,研究方向:质量工程与工业工程;赵有(1968-),男,博士研究生,研究方向:质量工程,工业工程;马彦辉(1978-),男,博士研究生,研究方向:质量工程,工业工程。

意度函数进行修正[3],在目标值附近用一个四次多项式作近似,把不可微的满意度函数转化为处处可微的函数。这样可以应用比较有效的基于梯度的优化算法,如广义简约梯度法对式(4)进行优化。但是,随着响应和因子个数的增加,总体满意度函数变得非线性、多峰分布、多约束等复杂化。这些传统的优化算法可能得到的仅仅是局部最优解,甚至不能得到可行解[4],基于此,本文应用遗传算法对总体满意度函数进行求解。

2　遗传算法简介

遗传算法是由 Holland 教授在 1975 年提出的一种模仿生物进化原理的随机搜索算法[5]。利用选择、交叉、变异等遗传算子进行运算,逐代产生并优选个体,最终得到问题的全局最优解。在求解连续参数优化问题时,实数编码的遗传算法比二进制编码的遗传算法的收敛速度快且精度高[6]。

2.1　编码

本文采用整数编码,这种编码比二进制编码直观,更贴近求解空间,运算速度快[7],染色体每个基因代表不同的变量值,每条染色体即是问题的一个解。

2.2　选择

采用适应值比例选择方法(也称轮盘赌的方法)[5],根据各个个体的适应度值 $F(x_j)$ 及群体适应度的和计算出每个个体的选择概率 g_j,产生新种群 $P(t+1)$。

2.3　交叉和变异算子

交叉算子,实数编码采用算术交叉算子[6],按给定交叉率对于选中的两个母体 s_i^t 和 s_j^t,通过个体间的线性组合产生新个体,子代新个体为:

$$s_i^{t+1}=rs_i^t+(1-r)s_j^t \tag{5}$$

$$s_j^{t+1}=rs_j^t+(1-r)s_i^t \tag{6}$$

r 是[0,1]之间的随机数,$1\leqslant i,j\leqslant m$。

变异算子,Janikow 和 Michalewicz 提出的动态变异[8],对原有基因值进行随机扰动,以扰动后的结果作为变异后的新基因值。种群中个体 $s_i^t=(v_1,v_2,\cdots,v_k,\cdots,v_n)$ 中的基因 v_k 被选中进行变异,则有:

$$v'_k=\begin{cases}v_k+\Delta(t,x_k^u-v_k) & \text{rand}(0,1)=0\\ v_k+\Delta(t,v_k-x_k^l) & \text{rand}(0,1)=1\end{cases} \tag{7}$$

其中,$v_k\in[x_k^l,x_k^u]$,r 是[0,1]之间的随机数;$\Delta(t,y)$ 表示区间[0,y]范围内符合非均匀分布的一个随机数,要求随着进化代数 t 的增加,$\Delta(t,y)$ 接近 0 的概率也增加。$\Delta(t,y)$ 可按下式定义:$\Delta(t,y)=yr(1-\frac{t}{T})^b$。式中:$T$ 为最大代数;b 是决定非均匀度的系统参数(本文设 $b=0.5$)。动态变异可使得遗传算法在初始阶段(t 较小时)进行均匀随机搜索,而在后期阶段逐步趋于局部重点搜索。

3　基于遗传算法的满意度方法求解步骤

步骤 1　建立优化模型。

根据每个响应拟合函数,由公式(1)~(4)建立遗传算法优化数学模型。

步骤 2　确定适应度函数。

在遗传算法中用适应度函数值来评价个体或解优劣,如果用目标函数直接作为适应度函数时,约束太严格(只要有一个响应的满意度值等于 0,总体满意度就等于 0)使得遗传算法不能保留一定数量的不可行解,不能保证种群的多样性,容易产生"早熟"现象,限制了遗传算法的搜索能力。用惩罚函数法对目标函数进行修正,修正后的目标函数作为适应函数。适应度函数为:

$$D^*(x)=\left\{(d_1(\hat{y}_1)d_2(\hat{y}_2)\cdots d_m(\hat{y}_m))^{\frac{1}{m}}-c\right\}^2 \tag{8}$$

其中,c 为常数,取 $c=0.1$。

步骤 3　初始化种群。

在约束条件下,随机生成 50 个个体 $X_j(j=1,2,\cdots,50)$ 作为初始种群 $P(t)$,$t=0$。

步骤 4　遗传操作。

根据上述的遗传算子,对群体 $P(t)$ 执行遗传操作产生新种群 $P(t+1)$,即下一代群体。

步骤 5　停止条件(准则)。

若 $t>T$(T 为最大代数,本文取 $T=100$),输出最优解,结束;否则转步骤 4。

4　算例

本算例选自文献[3],是对电线焊接过程的优化,应用 Box-Behnken 试验设计,有 3 个变量因子,x_1—N_2 流率;x_2—N_2 温度;x_3—加热容器温度,$-1\leqslant x_i\leqslant 1$。6 个响应及特征值见表 1,试验目的是寻求适当的操作条件使得焊接过程中温度不能超过塑料外包装的融化温度。试验数据见文献[3]。响应拟合函数如下:

$$\hat{y}_1(x)=174.93+23.38x_2+3.62x_3-19.00x_2x_3$$

$$\hat{y}_2(x)=141.00+6.00x_1+21.62x_2+14.12x_3$$

$$\hat{y}_3(x)=139.53+7.25x_1+16.00x_2+19.73x_3$$

$$\hat{y}_4(x)=154.90+10.10x_1+30.60x_2+6.3x_3-11.20x_1^2+11.3x_1x_2$$

$$\hat{y}_5(x)=139.29+4.63x_1+19.75x_2+16.13x_3-5.14x_1^2+7.00x_1x_2$$

$$\hat{y}_6(x)=146.86+4.87x_1+15.62x_2+27.00x_3-3.98x_1^2+4.75x_1x_2$$

表 1　响应及其特征值

响应	LSL	T	USL
Y_1　在位置 A 最大温度	185	190	195
Y_2　在位置 A 开始焊接温度	170	185	195
Y_3　在位置 A 完成焊接温度	170	185	195
Y_4　在位置 B 最大温度	185	190	195
Y_5　在位置 B 开始焊接温度	170	185	195
Y_6　在位置 B 完成焊接温度	170	185	195

应用 MATLAB7.1 进行遗传算法优化,参数设置:$Pop=50$,$p_c=0.8$,$p_m=0.1$,$T=100$。计算结果见表 2。遗传算法收敛效果见图 1。

表 2　优化结果比较

方法	变量(X)	响应(Y)	总满意度 $D(X)$
文献[3]改进满意度法	$x_1=0.1039$	$y_1=186.0294$,$y_2=174.5222$	0.306 0
	$x_2=1.0000$	$y_3=172.0592$,$y_4=192.6354$	
	$x_3=0.7988$	$y_5=173.0744$,$y_6=185.0036$	
本文方法	$x_1=-0.0435$	$y_1=186.8539$,$y_2=174.4372$	0.339 1
	$x_2=1.0000$	$y_3=172.0917$,$y_4=189.9369$	
	$x_3=0.8554$	$y_5=173.3270$,$y_6=185.1498$	

(下转 95 页)