

基于对象和属性交叉渐进模糊概念格生成算法

孙凌宇¹,冷明^{1,2},彭宣戈¹

SUN Ling-yu¹,LENG Ming^{1,2},PENG Xuan-ge¹

1.井冈山大学 计算机科学系,江西 吉安 343009

2.上海大学 计算机工程与科学学院,上海 200072

1.Computer Science Department,Jinggangshan University,Ji'an,Jiangxi 343009,China

2.School of Computer Engineering and Science,Shanghai University,Shanghai 200072,China

E-mail:sunlingyu@jgsu.edu.cn

SUN Ling-yu,LENG Ming,PENG Xuan-ge.Incremental fuzzy concept formation approach based on alternate object and attribute.Computer Engineering and Applications,2008,44(21):202-205.

Abstract: The classical incremental concept formation approach is developed for the formal context with the incrementally inserted object.However,the actual formal context is fuzzy and alternative incremental object and attribute in the humanity cognition process.On the basis of analyzing the human concept formation,an incremental fuzzy concept formation approach based on alternate object and attribute is proposed.This approach starts from the empty concept lattice,inserts alternately object and attribute of the formal context,constructs the fuzzy concept lattice incrementally.The experiment and the analysis show that this approach not only can construct incrementally the fuzzy concept lattice,moreover can avoid reconstructing the concept lattice in view of the attribute and the object alternately increasing.

Key words: fuzzy concept lattice;incremental algorithm;fuzzy formal context

摘要:在人类的认知过程中,真实的形式背景总是模糊和不确定的,并伴随着对象和属性交叉渐增更新。在分析人类概念形成机理的基础上,提出了一种基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成算法。该算法从空概念格开始,逐个地将形式背景中的对象和属性交叉插入到模糊概念格中,实现对模糊概念格的渐进式构造。实验及分析表明该算法不仅能有效地渐进式构造模糊概念格,而且解决了以往渐进式概念格生成算法,针对属性和对象交叉渐增更新需要重新构造概念格的问题。

关键词:模糊概念格;渐进式算法;模糊形式背景

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2008.21.055 **文章编号:**1002-8331(2008)21-0202-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391

1 引言

人类在认知过程中,把所感觉到的具有共同特点的事物抽取出来,加以概括,称为概念。在哲学中,概念被理解为由外延和内涵所组成的思想单元。基于概念的这一哲学思想,德国的R.Wille教授于1982年首先提出了形式概念分析理论^[1,2]。经过近20年的发展,形式概念分析已经在知识发现^[3]、软件工程^[4,5]、信息检索^[6]、知识管理^[7]、机器学习^[8]等众多领域取得了广泛应用,并被证明是进行知识发现和数据挖掘的有效工具。

概念格的构造问题是形式概念分析应用的前提。由于概念格构造算法的时空复杂度随着形式背景的增大而可能指数性地增大,有关概念格的生成问题一直是形式概念分析应用研究的一个重点。国内外的学者和研究人员对此进行了深入的研究,提出了一些有效的算法来生成概念格,这些算法一般可分为两类:批生成算法(Batch Algorithm)^[9,10]和渐进式生成算法(Incremental Algorithm)^[11,12]。

批生成算法的思想是首先生成形式背景所对应的所有概念,然后根据它们之间的亚概念-超概念连接关系,生成结点间的连线,从而完成概念格的构造,例如OSHAM算法、Bordat的算法、Ganter的算法、Nourine的算法等^[3]。批生成算法根据其构造概念格的不同方式,可分为三类,即自顶向下算法,自下而上算法,枚举算法。它主要存在的问题是当对象增加时,需要重新构造概念格。渐进式构造算法是为了满足形式背景中的对象渐增更新而发展起来的,可以随着对象的增加动态更新概念格,特别适合于记录递增的事务数据库类型的形式背景。Godin R.等人在1995年提出的概念格生成算法^[12]是一个经典的渐进式生成算法。该算法从空概念格开始,通过将形式背景中的对象逐个插入概念格来实现渐进式构造概念格。对于每次新增一个对象,都需和已生成概念格中的概念进行比较,对更新概念和生成元概念进行不同处理后,再调整概念之间的相互关系。

本文关注的是Godin渐进式生成算法在刘宗田教授提出

基金项目:科技部国际合作项目(No.CB7-2-01);江西省教育规划资助项目(No.04BY453)。

作者简介:孙凌宇(1976-),女,副教授,研究方向为粗集理论和概念格;冷明(1975-),男,博士研究生,讲师,研究方向为概念格,数据挖掘;彭宣戈(1956-),男,教授,研究方向为人工智能,知识发现等。

收稿日期:2008-04-30 **修回日期:**2008-06-19

的模糊概念格^[14]上的拓展。在人类的认知过程中, 信息往往是模糊和不确定的, 即真实的形式背景总是模糊和不确定的, 并总是伴随着对象和属性交叉渐增更新。本文模拟人类概念形成的过程, 即对象和属性交叉式生成概念的过程, 针对隶属度函数进行信息描述的模糊形式背景, 提出了一种基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成算法, 且对象和属性交叉插入模糊概念格的次序为先对象、后属性。

2 模糊概念格的相关定义^[14]

定义 1 (模糊形式背景) 一个模糊形式背景表示为 $K=(U, A, I)$, 其中, U 为对象集, A 为属性集, 映射 I 称为隶属度函数, 它满足 $I:U \times A \rightarrow [0, 1]$, 也就是说, 对于 $o \in U, d \in A$, 记作 $I(o, d) = m$, 其中 $m \in [0, 1]$ 。

$I:U \times A \rightarrow [0, 1]$ 意味着这样定义的模糊形式背景中隶属度的取值范围是 0 到 1 的连续区间。

定义 2 (窗口) 对于模糊形式背景中的每个属性, 选取两个阈值 θ_d 和 ψ_d , 满足 $0 \leq \theta_d < \psi_d \leq 1$ 。 θ_d 和 ψ_d 构成窗口, 值 θ_d 和 ψ_d 分别称为窗口的下沿和上沿。

该阈值既可以根据领域背景知识来确定, 也可以由用户根据应用的目的而指定。

定义 3 映射 f 和 g 在模糊形式背景 $K=(U, A, I)$ 中, 有对象集 $O \in P(U)$ (P 是幂集符号) 和属性集 $D \in P(A)$, 在 $P(U)$ 和 $P(A)$ 间定义两个映射 f 和 g , 即 $f(O) = \{d \in A \mid \forall o \in O, \theta_d \leq I(o, d) \leq \psi_d\}$, $g(D) = \{o \in U \mid \forall d \in D, \theta_d \leq I(o, d) \leq \psi_d\}$ 。

定义 4 (模糊参数 σ) 对于对象集 $O \in P(U)$ 和属性集 $D \in P(A)$, 其中, $D=f(O)$, $o \in O, d \in D$, $|O|$ 和 $|D|$ 分别是集合 O 和集合 D 的势, 如果 $|O| \neq 0$ 和 $|D| \neq 0$, 则

$$\sigma_d = \frac{1}{|O|} \sum_{o \in O} I(o, d) \quad (1)$$

$$\sigma = \sum_{d \in D} \sigma_d \quad (2)$$

其中式(2)中 \sum 是模糊集中的符号。当需要指明具体对象集和属性集 (O, D) 时, 模糊参数 σ_d 和 σ 分别记作 $\sigma_d(O, D)$ 和 $\sigma(O, D)$ 。

定义 5 (模糊参数 λ) 对于对象集 $O \in P(U)$ 和属性集 $D \in P(A)$, 其中 $D=f(O)$, $o \in O, d \in D$, $|O|$ 和 $|D|$ 分别是集合 O 和集合 D 的势, 如果 $|O| \neq 0$ 和 $|D| \neq 0$, 则

$$\lambda_d = \sqrt{\frac{\sum_{o \in O} (I(o, d) - \sigma_d)^2}{|O|}} \quad (3)$$

$$\lambda = \frac{1}{|D|} \sum_{d \in D} \lambda_d \quad (4)$$

当需要指明具体对象集和属性集 (O, D) 时, 模糊参数 λ_d 和 λ 分别记作 $\lambda_d(O, D)$ 和 $\lambda(O, D)$ 。

定义 6 (模糊概念) 如果对象集 $O \in P(U)$ 和属性集 $O \in P(A)$ 组成的四元组 (O, D, σ, λ) 满足 $O=g(D)$ 且 $D=f(O)$, 则称之为模糊形式背景 $K(U, A, I)$ 的一个模糊概念, 其中 O 称为模糊概念 (O, D) 的外延 (Extent), D 称为模糊概念 (O, D) 的内涵 (Intent), 模糊参数 σ 和 λ 分别依据公式(2)和公式(4)计算。

定义 7 (模糊概念格) 给定模糊形式背景 K 的所有模糊概念集合被记为 $CS(K)$ 。若概念 $C_1=(O_1, D_1)$ 和 $C_2=(O_2, D_2)$, 满足 $O_1 \subseteq O_2$ 或 $D_2 \subseteq D_1$, 则称 (O_1, D_1) 为亚概念, (O_2, D_2) 为超概念, 记

为: $(O_1, D_1) \leq (O_2, D_2)$ 。这种由模糊形式背景中所有模糊概念和超概念-亚概念的偏序关系得到的有序集 $CS(K)=(CS(K), \leq)$ 是一个格, 称为模糊形式背景 K 的模糊概念格 (Concept Lattice), 记为 $L(K)$ 。

作为形式概念分析理论中核心数据结构的模糊概念格, 可以通过 Hasse 图可视化表示, 图中的结点表示为一个模糊概念, 结点间的连线表示为概念间存在泛化-特化关系。本文使用 $Intent(C)$ 来表示结点 C 的内涵, 用 $Extent(C)$ 来表示结点 C 的外延, 模糊参数 σ 来表示这个模糊概念的外延对应于每个属性的平均隶属度, 体现了这个模糊概念具有各个属性的程度, 模糊参数 λ 表示这个模糊概念外延中各对象对于各个属性的隶属度偏离平均值的平均程度, 它体现了这个模糊概念的发散程度。在不引起混淆情况下, 简称模糊形式背景为形式背景, 模糊概念格为概念格, 模糊概念为概念。

3 基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成算法

基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格构造算法就是将前 i 个对象和属性生成的模糊概念格 $L_{\bar{a}}(K)$ 作为输入, 通过把模糊形式背景 K 的第 $i+1$ 个对象 o_{i+1} 插入 $L_{\bar{a}}(K)$ 中, 调整概念之间的相互关系得到 $L_{(i+1)\bar{a}}(K)$; 再把 K 的第 $i+1$ 个属性 d_{i+1} 插入 $L_{(i+1)\bar{a}}(K)$ 中, 调整概念之间的相互关系生成 $L_{(i+1)(i+1)\bar{a}}(K)$ 。如果 $|U| > |A|$, 将模糊形式背景 K 剩余的 $(|U| - |A|)$ 个对象插入 $L_{|A||A|}(K)$ 中; 如果 $|A| > |U|$, 将模糊形式背景 K 剩余的 $(|A| - |U|)$ 个属性插入 $L_{|U||U|}(K)$ 中; 如果 $|U| = |A|$, 则模糊概念格构造结束。

为了能够渐进式方法计算出模糊概念格中的模糊参数 σ 和 λ , 分别引进了文献[14]中提出的中间参数 $k_d = \sum_{o \in O} I(o, d)$ 和

$$h_d = \sum_{o \in O} (I(o, d))^2, \text{ 由此将公式(1)和(4)可以改写为公式(5)和(6)。}$$

为了减小渐进式构造模糊概念格的计算量, 结点只更新中间参数 k_d 和 h_d , 在生成所有概念之后, 运用公式(5)和(6)计算出模糊参数 σ 和 λ 。

$$\sigma_d = \frac{1}{|O|} \sum_{o \in O} I(o, d) = \frac{1}{|O|} k_d \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{1}{|D|} \sum_{d \in D} \sqrt{\frac{\sum_{o \in O} (I(o, d))^2 - 2 \sum_{o \in O} I(o, d) \sigma_d + \sum_{o \in O} \sigma_d^2}{|O|}} = \frac{1}{|D| \sqrt{|O|}} \sum_{d \in D} \sqrt{h_d - 2k_d \sigma_d + |O| \sigma_d^2} \quad (6)$$

基于对象和属性交叉渐进式生成模糊概念格的过程中, 类似 Godin 渐进式生成算法, 主要是对更新概念和生成元概念进行不同处理后, 调整概念之间的相互关系。它们渐进式构造思想的区别在于 Godin 渐进式生成算法对更新概念和生成元概念的定义仅仅针对新增对象的一种情况, 而基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格构造算法必须针对新增对象和新增属性两种情况。

3.1 新增对象的情况

当把模糊形式背景 K 第 $i+1$ 个对象 o_{i+1} 插入到模糊概念格 $L_{\bar{a}}(K)$ 中, 根据 $L_{\bar{a}}(K)$ 和新增对象 o_{i+1} 的属性集 $f(o_{i+1})$ 之间的关系, 定义更新概念和生成元概念。

定义 8 如果 $L_{\bar{a}}(K)$ 中存在着结点 C 满足 $Intent(C) \subseteq f(o_{i+1})$

和 $Intent(C) \neq \emptyset$, 则结点 C 对应的概念被称为一个更新概念, 结点 C 被称为更新格结点。

对于 $L_{\bar{u}}(K)$ 中更新格结点 C , 将 $L_{\bar{u}}(K)$ 中结点 C 更新为 $(Extent(C) \cup \{o_{i+1}\}, Intent(C))$ 。因为在结点 C 的 $Extent(C)$ 加入了对象 o_{i+1} , 所以对于每个 $d \in Intent(C)$, 中间参数按照公式(7)和(8)进行更新。

$$k_d(C) = k_d(C) + I(o_{i+1}, d) \tag{7}$$

$$h_d(C) = h_d(C) + I(o_{i+1}, d)^2 \tag{8}$$

定义 9 如果 $L_{\bar{u}}(K)$ 中存在着结点 C 满足 $Intent(C) \cap f(o_{i+1}) \neq \emptyset$ 和 $Intent(C) \cap f(o_{i+1}) \neq Intent(C)$, 且不存在结点 C 的父结点 C' 满足 $Intent(C) \cap f(o_{i+1}) \subseteq Intent(C')$, 则结点 C 对应的概念被称为一个生成元概念, 结点 C 被称为生成元格结点。

对于 $L_{\bar{u}}(K)$ 中生成元格结点 C , 需在 $L_{\bar{u}}(K)$ 中插入新增概念, 即在 $L_{\bar{u}}(K)$ 中插入新增格结点 $C_{new} = (Extent(C) \cup \{o_{i+1}\}, Intent(C) \cap f(o_{i+1}))$ 。因为新增格结点 C_{new} 依据生成元格结点 C 的 $Extent(C)$ 加入对象 o_{i+1} , $Intent(C)$ 和 $f(o_{i+1})$ 相交得到的, 所以对于 C_{new} 中每个 $d \in Intent(C) \cap f(o_{i+1})$, 中间参数按照公式(9)和(10)进行计算。

$$k_d(C_{new}) = k_d(C) + I(o_{i+1}, d) \tag{9}$$

$$h_d(C_{new}) = h_d(C) + I(o_{i+1}, d)^2 \tag{10}$$

3.2 新增属性的情况

当把模糊形式背景 K 第 $i+1$ 个属性 d_{i+1} 插入到模糊概念格 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中, 根据 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 和新增属性 d_{i+1} 的对象集 $g(d_{i+1})$ 之间的关系, 定义更新概念和生成元概念。

定义 10 如果 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中存在着结点 C 满足 $Extent(C) \subseteq g(d_{i+1})$ 和 $Extent(C) \neq \emptyset$, 则结点 C 对应的概念被称为一个更新概念, 结点 C 被称为更新格结点。

对于 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中更新格结点 C , 将 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中结点 C 更新为 $(Extent(C), Intent(C) \cup \{d_{i+1}\})$ 。因为在结点 C 的 $Intent(C)$ 加入了属性 d_{i+1} , 所以对于 $d = d_{i+1}$, 中间参数按照公式(11)和(12)进行更新。

$$k_d(C) = \sum_{o \in Extent(C)} I(o, d) \tag{11}$$

$$h_d(C) = \sum_{o \in Extent(C)} (I(o, d))^2 \tag{12}$$

定义 11 如果 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中存在着结点 C 满足 $Extent(C) \cap g(d_{i+1}) \neq \emptyset$ 和 $Extent(C) \cap g(d_{i+1}) \neq Extent(C)$, 且不存在结点 C 的父结点 C' 满足 $Extent(C) \cap g(d_{i+1}) \subseteq Extent(C')$, 则结点 C 对应的概念被称为一个生成元概念, 结点 C 被称为生成元格结点。

对于 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中生成元格结点 C , 需在 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中插入新增概念, 即在 $L_{(i+1)\bar{i}}(K)$ 中插入新增格结点 $C_{new} = (Extent(C) \cap g(d_{i+1}), Intent(C) \cup \{d_{i+1}\})$ 。因为新增格结点 C_{new} 依据生成元格结点 C 的 $Intent(C)$ 加入属性 d_{i+1} , $Extent(C)$ 和 $g(d_{i+1})$ 相交得到的, 所以对于 C_{new} 中每个 $d \in Intent(C) \cup \{d_{i+1}\}$, 中间参数按照公式(13)和(14)进行计算。

$$k_d(C_{new}) = \sum_{o \in Extent(C) \cap g(d_{i+1})} I(o, d) \tag{13}$$

$$h_d(C_{new}) = \sum_{o \in Extent(C) \cap g(d_{i+1})} (I(o, d))^2 \tag{14}$$

3.3 基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格的生成实例

图 1 给出了一个模糊形式背景的实例, 包含 5 个对象和 7 个属性; 图 2 给出了基于对象和属性交叉渐进式构造对应图 1 的模糊概念格, 限于篇幅原因, 省略了交叉渐进式构造模糊概念格的详细步骤。需要说明的是: 如果渐进过程提前结束, 则需要对空概念格对应的结点进行特殊处理, 将未插入的对象从 $Extent(C)$ 中删除, 将未插入的属性从 $Intent(C)$ 中删除。

U \ A	d ₁	d ₂	d ₃	d ₄	d ₅	d ₆	d ₇
1	<u>0.9</u>	0	<u>0.5</u>	0.1	<u>0.9</u>	0.1	0.1
2	<u>0.7</u>	0.1	<u>0.5</u>	0.1	<u>0.9</u>	0	0
3	<u>0.4</u>	0.1	0	<u>0.9</u>	<u>0.6</u>	0.1	0.2
4	0	<u>0.7</u>	<u>0.5</u>	0.1	0.1	<u>0.7</u>	<u>0.6</u>
5	1.0	<u>0.6</u>	<u>0.5</u>	0.1	0.1	<u>0.5</u>	<u>0.5</u>
θ _d	<u>0.4</u>	<u>0.3</u>	<u>0.4</u>	<u>0.2</u>	<u>0.5</u>	<u>0.2</u>	<u>0.3</u>
ψ _d	<u>0.9</u>	<u>0.8</u>	<u>0.7</u>	<u>0.9</u>	<u>0.9</u>	<u>0.8</u>	<u>0.7</u>

图 1 一个模糊形式背景实例

4 时间复杂度分析

定义 12 对于给定的形式背景 $K=(U, A, I)$, K 中所有形式概念的集合为 $CS(K)$, 则该形似背景的概念浓度 (Concentration) 定义为 $Con(K) = \frac{CS(K)}{|U| \times |A|}$ 。

根据定义 12, 图 3 形式背景中的概念格 $L_{n \times n}(K)$ 所包含的形式概念个数为 $n \times n \times Con(K)$ 。

对图 3 中形式背景的对象和属性个数由 n 个增长为 $2n$, 进行交叉渐进式和非交叉渐进式概念格生成算法的时间复杂度比较: (1) 假设被分析的形式背景概念浓度是均匀的, 且浓度值 $Con(K)$ 为 δ 。(2) 在渐进式生成概念格的过程中, 不断地将形式背景中的对象或属性逐个插入概念格, 实现对概念格的渐进式构造。由于每次插入对象或属性, 都需和已生成概念格中

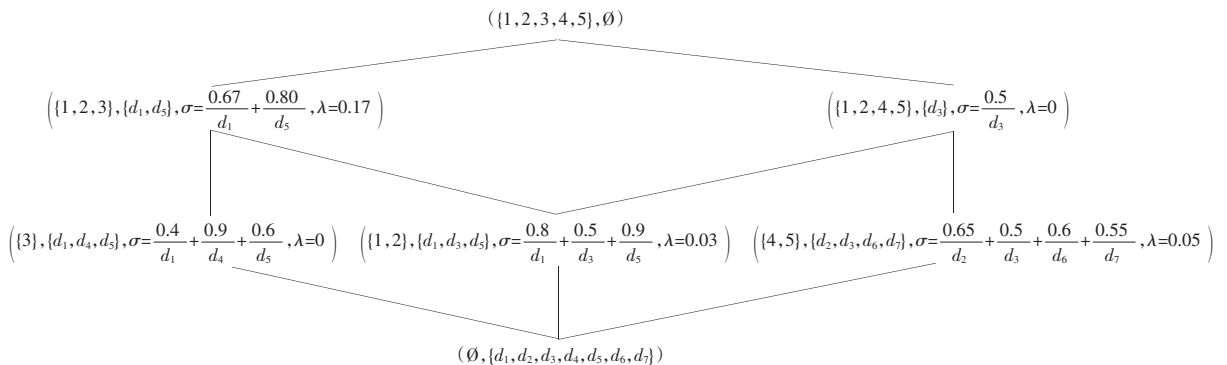


图 2 基于对象和属性交叉渐进式构造的模糊概念格

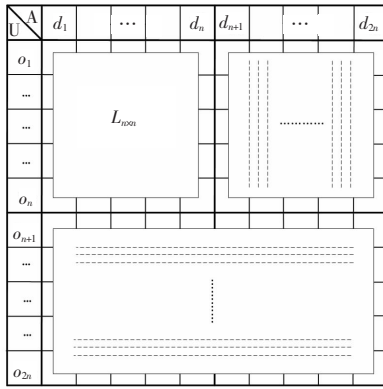


图3 基于对象和属性非交叉渐进式模糊概念格生成示意图

的形式概念进行比较,因此该算法的基本运算为比较操作,即将插入的对象或属性和已生成概念格中的形式概念进行比较。

图3采用的基于对象和属性非交叉渐进式模糊概念格生成算法,其包含两个阶段。第一个阶段为在 $L_{n \times n}(K)$ 插入属性 $d_{n+1}, d_{n+2}, \dots, d_{2n}$ 后得到 $L_{n \times 2n}(K)$, 对应的概念比较次数为 $\int_0^n n(n+x)\delta dx$; 第二个阶段为在 $L_{n \times 2n}(K)$ 插入对象 $o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_{2n}$ 后得到 $L_{2n \times 2n}(K)$, 对应的概念比较次数为 $\int_0^n 2n(n+x)\delta dx$; 总的时间复杂度为 $O(9/2^n \delta)$ 。

图4采用的基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成算法,其包含两个部分。第一个部分为在 $L_{n \times n}(K), L_{(n+1) \times (n+1)}(K), \dots, L_{(2n-1) \times (2n-1)}(K)$ 插入对象 $o_{n+1}, o_{n+2}, \dots, o_{2n}$, 对应的概念比较次数为 $\int_0^n (n+x)(n+x)\delta dx$ 。第二个部分为在 $L_{(n+1) \times n}(K), L_{(n+2) \times (n+1)}(K), \dots, L_{2n \times (2n-1)}(K)$ 插入属性 $d_{n+1}, d_{n+2}, \dots, d_{2n}$, 对应的概念比较次数为 $\int_0^n (n+x+1)(n+x)\delta dx$; 总的时间复杂度为 $O(14/3n^3\delta + 3/2n^2\delta)$ 。

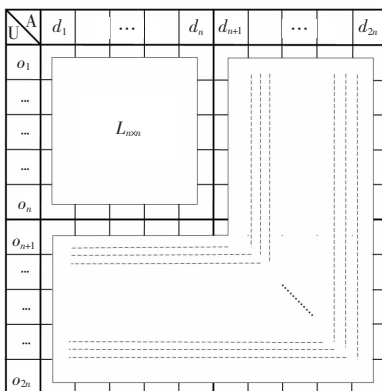


图4 基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成示意图

在交叉渐进式和非交叉渐进式概念格生成算法的时间复杂度比较中,忽略低阶因素的影响,交叉渐进式生成算法在时间复杂度上增加了 $((14/3)/(9/2)-1)$ 即 3.7%。为此,可以结合基于索引树的概念格快速生成算法^[5],利用辅助索引树缩小新格结点的父结点和子结点的搜索范围,确定已有的概念结点

和新增对象或属性之间的关系,快速地调整概念之间的相互关系,提高调整操作元运算的效率来弥补上述不足。

5 结束语

本文提出了一种基于对象和属性交叉渐进式模糊概念格生成算法。该算法模拟人类基于对象和属性交叉渐进式生成概念的过程,从空概念格开始,逐个地将形式背景中的对象和属性交叉插入到模糊概念格中,再调整概念之间的相互关系,实现对模糊概念格的渐进式构造。该算法重要的贡献在于解决了以往的非交叉渐进式生成算法,对于属性和对象交叉渐增更新需要重新构造模糊概念格的问题。该算法的时间复杂度相比非交叉渐进式概念格生成算法的时间复杂度,增加了 3.7%,为此借助辅助索引树方法提高调整操作元运算的效率来弥补。今后将针对当新增属性插入新增格结点时,实现模糊参数严格渐进式计算展开进一步的研究。

参考文献:

- [1] Wille R. Restructuring lattice theory: an approach based on hierarchies of concepts[C]//Rival I. Ordered Sets. Dordrecht: Reidel, 1982: 445-470.
- [2] Ganter B, Wille R. Formal concept analysis: mathematical foundations[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999.
- [3] Xie Z, Liu Z. Research on classifier based on lattice structure[C]// Proceedings of Conference on Intelligent Information Processing, Beijing, China, 2000: 333-338.
- [4] Snelling G, Tip T. Reengineering class hierarchies using concept analysis[C]// Proceedings of ACM Conference SIGSOFT Symposium on the Foundations of Software Engineering, Florida, USA, 2001: 25-32.
- [5] Godin R, Mili H, Mineau G W, et al. Design of class hierarchies based on concept (Galois) lattices[J]. Theory and Application of Object Systems, 1998, 4(2): 117-134.
- [6] Carpineto C, Romano G. Information retrieval through hybrid navigation of lattice representations[J]. International Journal of Human-Computer Studies, 1996, 45: 553-578.
- [7] Krohn U, Davies N J, Weeks R. Concept lattices for knowledge management[J]. BT Technology Journal, 1999, 17(4): 108-116.
- [8] Kuznetsov S O. Machine learning on the basis of formal concept analysis[J]. Automation and Remote Control, 2001, 62(10): 1543-1564.
- [9] Nourine L, Raynaud O. A fast algorithm for building lattices[J]. Information Processing Letters, 1999, 71(5): 199-204.
- [10] Carpineto C, Romano G. A lattice conceptual clustering system and its application to browsing retrieval[J]. Machine Learning, 1996, 24(2): 95-122.
- [11] Godin R, Missaoui R. An incremental concept formation approach for learning from databases[J]. Theoretical Computer Science, 1994, 133(2): 387-419.
- [12] Godin R, Missaoui R, Alaoui H. Incremental concept formation algorithms based on Galois (concept) lattices[J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 246-267.
- [13] 胡可云, 陆玉昌, 石纯一. 概念格及其应用进展[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2000, 40(9): 77-81.
- [14] 刘宗田, 强宇, 周文等. 一种模糊概念格模型及其渐进式构造算法[J]. 计算机学报, 2007, 30(2): 184-188.
- [15] 谢志鹏, 刘宗田. 概念格的快速渐进式构造算法[J]. 计算机学报, 2005, 28(5): 490-496.