

# 基于多目标约束的鲁棒故障检测滤波器设计

崔宇, 黄心汉

CUI Yu, HUANG Xin-han

华中科技大学 控制科学与工程系, 武汉 430074

School of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

E-mail: robin211@126.com

CUI Yu, HUANG Xin-han. Robust fault detection filter design based on multi-objective constraint. *Computer Engineering and Applications*, 2009, 45(9): 4-7.

**Abstract:** The robust fault detection filter (RFDF) design problem for linear time invariant (LTI) system with unknown inputs is studied. Consider that the fault signals usually lie in a finite frequency range, the design objective is set to minimize the combined performance index over the specified frequency range as well as to satisfy regional constraint on filter poles. A linear matrix inequality (LMI) based solution is proposed. The advantages of the proposed solution lie in that the real values of the indices over the given frequency range are accessible during the solving process and the optimal solution can be achieved. Therefore, the designed RFDF can acquire a satisfactory performance. An aircraft design example demonstrates the effectiveness of the solution.

**Key words:** fault detection; filter design; linear matrix inequality (LMI)

**摘要:** 针对包含未知输入的线性时不变系统, 研究了其鲁棒故障检测滤波器设计问题。由于故障信号往往分布在有限频段内, 设计的目标包括使特定有限频段上的复合性能指标最小化以及满足区域极点配置的要求。一个基于 LMI 的方法被提出用于解决该设计问题。该方法的优点在于求解过程中可以获取给定有限频段上的频域指标的真实值, 并可求得满足目标的最优解。因此, 设计的故障检测滤波器可以获得良好的故障检测性能。一个基于某国产歼击机的设计实例验证了该方法的有效性。

**关键词:** 故障检测; 滤波器滤波; 线性矩阵不等式

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.09.002 文章编号: 1002-8331(2009)09-0004-04 文献标识码: A 中图分类号: TP273

## 1 引言

基于观测器的故障检测方法一般分为两个阶段: 残差生成阶段利用系统的解析模型和测量信息, 设计故障检测滤波器, 重建系统的可测变量, 然后根据滤波器输出与实际系统输出构造残差; 残差评价阶段分析残差信号包含的信息, 由此确定故障是否发生以及发生的位置。由于扰动、噪声和建模误差等未知输入对残差的影响, 会导致故障检测出现错检、漏检的情况, 降低了故障检测的性能。因此, 鲁棒故障检测滤波器设计问题引起了广泛的关注。

当前,  $H_{\infty}$ 、 $H_2$  频域指标被广泛引入用于鲁棒故障检测滤波器的设计。其中  $H_{\infty}$  指标用来衡量残差对未知输入的鲁棒性,  $H_2$  指标用来衡量残差对故障的敏感性。Hou<sup>[1]</sup>、Ding<sup>[2]</sup> 等人首先提出了基于  $H_{\infty}/H_2$  的故障检测滤波器设计方法, 其中  $H_2$  分别定义在零频段和非零频段上。Liu<sup>[3-4]</sup> 等人扩展了  $H_2$  的定义, 并给出了其在无限频域内的充要条件。Wang<sup>[5]</sup> 利用新的  $H_2$  指标, 提出故障检测滤波器的迭代设计算法。然而, 以上研究中在计算有限频域段的  $H_{\infty}$ 、 $H_2$  指标时, 只是通过加权的方法获取

其近似值。

本文考虑具有未知输入的 LTI 系统, 针对分布在有限频域段的故障信号, 提出了一种新的鲁棒故障检测滤波器设计方法。与前面的方法相比较, 该设计方法将鲁棒故障检测滤波器设计问题视为多目标约束的优化问题, 其设计目标包括特定有限频域段上的复合性能指标  $H_{\infty}/H_2$  最小化以及满足区域极点配置的要求, 然后给出了基于 LMI 技术的解决方法。由于求解过程中利用的是有限频域段上  $H_{\infty}$ 、 $H_2$  指标的真实值, 故障检测滤波器的设计更有针对性、更为准确。同时, 通过将鲁棒故障检测滤波器设计问题转换为 LMI 标准优化问题, 该方法可以得到满足优化目标的最优解。

文中的符号和字母说明如下: 上标 T 表示实矩阵转置, 上标 \* 表示复矩阵共轭转置, 上标 † 表示矩阵的 Moore-Penrose 逆,  $\otimes$  表示矩阵的 Kronecker 积,  $\text{He}(M)$  表示矩阵  $M$  的 Hermitian 部分。矩阵中的  $\cdot$  表示相应共轭对称元素。

## 2 问题描述

考虑如下的一类线性时不变系统:

基金项目: 国家部委预研资助项目 (the National Defense Pre-Research Foundation of China)。

作者简介: 崔宇 (1982-), 男, 博士研究生, 主要研究领域: 飞行器故障检测, 容错控制; 黄心汉 (1946-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为智能控制, 智能机器人, 多传感器集成与信息融合。

收稿日期: 2008-11-18 修回日期: 2008-12-16

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu + B_f f + B_d d \\ y &= Cx + C_f f + C_d d \end{aligned} \quad (1)$$

其中  $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^n$  分别表示系统状态、控制输入和测量输出向量。 $f \in \mathbb{R}^n$  表示待测的频率段  $\Omega := [\omega_1 \ \omega_2]$  ( $\omega_2 > \omega_1 \geq 0$ ) 上的故障向量。 $d \in \mathbb{R}^n$  是包括扰动、噪声和模型误差在内的未知输入向量。 $A, B, C, B_f, B_d, C_f, C_d$  为已知适维矩阵。

针对系统(1),设计如下形式的故障检测滤波器产生残差:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + Bu + L(y - \hat{y}) \\ y &= C\hat{x} \\ r &= y - \hat{y} \end{aligned} \quad (2)$$

其中  $L$  是待设计的故障检测滤波器增益矩阵。

由式(1),(2)易得残差产生系统为:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (A - LC)e + (B_f - LC_f)f + (B_d - LC_d)d \\ r &= Ce + C_f f + C_d d \end{aligned} \quad (3)$$

其中  $e = x - \hat{x}$  为状态估计误差,  $r$  为残差输出。不失一般性,进一步假设未知输入向量  $d$  也分布在与故障向量  $f$  相同的频域段  $\Omega$  上。因为即使未知输入  $d$  不满足此条件,也可通过在残差产生系统输出后添加一后置带通滤波器过滤掉残差  $r$  除频域段  $\Omega$  外的频率分量。因此只需考虑有限频域段  $\Omega$  上的情况。

令  $\bar{A} = A - LC, \bar{B}_f = B_f - LC_f, \bar{B}_d = B_d - LC_d$ , 可得未知输入  $d$  到残差  $r$  的传递函数  $G_{rd} = C(sI - \bar{A})^{-1} \bar{B}_d + C_d$ , 故障信号  $f$  到残差  $r$  的传递函数  $G_{rf} = C(sI - \bar{A})^{-1} \bar{B}_f + C_f$ 。由此,提出以下设计目标。

鲁棒故障检测滤波器设计问题:对于系统(1),设计形如式(2)的故障检测滤波器,使其满足以下目标:

(1)故障检测滤波器的极点必须位于复平面上开左半平面的适当区域内。

(2)  $\|G_{rf}(j\omega)\|_{\infty} > \gamma$ , 其中  $\|G_{rf}(j\omega)\|_{\infty}$  为传递函数  $G_{rf}$  在频域  $\Omega$  上的最小奇异值。

(3)  $\|G_{rd}(j\omega)\|_{\infty} < \beta$ , 其中  $\|G_{rd}(j\omega)\|_{\infty}$  为传递函数  $G_{rd}$  在频域  $\Omega$  上的最大奇异值。

(4)复合指标  $\beta/\gamma$  取其最小值。

目标(1)通过将滤波器极点配置到适当的复平面区域内,使设计的故障检测滤波器稳定并具有良好的瞬态响应性能,从而提高残差评价时故障决策的准确性和快速性。目标(2)用来保证最坏情况下残差对故障的灵敏度,而目标(3)用来表示最坏情况下残差对未知输入的鲁棒性能。很明显,目标(4)中的复合指标  $\beta/\gamma$  越小,故障检测的性能越好。事实上,如果以降低错检率为目的设定阈值,那么能够检测到的最小故障的幅值为<sup>[6]</sup>:

$$J_s = 2 \inf \frac{\|G_{rd}(s)\|_{\infty}}{\|G_{rf}\|_{\infty}}$$

因此,必须使复合指标  $\beta/\gamma$  尽可能的小。

### 3 基于 LMI 的求解方法

针对以上故障检测滤波器的设计目标,本章将推导出对应的 LMI 表示,并最终将鲁棒故障检测滤波器设计问题转化为 LMI 表示的标准优化问题进行求解。

### 3.1 极点配置的 LMI 表述

为了保证滤波器的稳定性和残差瞬态响应性能,考虑将系统极点配置在复平面开左半平面的适当区域内。一个有意义的区域如图 1 所示。该区域可用如下集合来表示:

$$S(a, r', \theta) = \{x + jy \in \mathbb{C} \mid x < -a, |x + jy| < r', \text{tg}\theta < -\frac{|y|}{x}\}$$

以一个二阶系统为例,设极点为  $\omega_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm j\omega_d$ , 当极点位于该复平面区域内时,可保证系统具有最小的衰减率  $\alpha$ , 最小阻尼比  $\zeta = \cos\theta$  和最大的阻尼自然频率  $\omega_d = r\sin\theta$ 。这将进一步保证系统的最大超调量、上升时间、调节时间等过渡指标不超过由  $\zeta\omega_n, \omega_d$  确定的界。

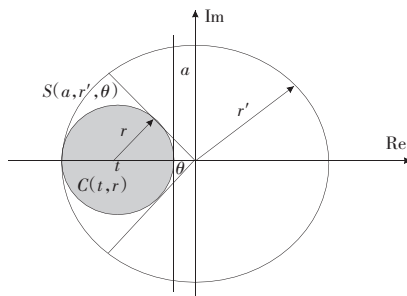


图 1 区域  $S(a, r', \theta)$  和  $C(t, r)$

由于  $S(a, r', \theta)$  区域有 3 个特征方程,若将其全部转换为 LMI 表示,优化求解的计算量较大。因此,这里选择将  $S(a, r', \theta)$  的内切圆域作为合适的配置区域:

$$C(t, r) = \{x + jy \in \mathbb{C} \mid |x + jy - t| < r\}$$

由于该区域的特征方程只有一个,这将有效地简化滤波器设计的复杂性。在给出该区域极点配置的 LMI 表述前,先给出引理 1。

引理 1<sup>[7]</sup> 对于矩阵  $A$ , 令  $\Phi$  为任意给定的 Hermitian 矩阵,

且满足  $\det(\Phi) < 0, \sigma(G, T) := \begin{bmatrix} G \\ I \end{bmatrix}^* T \begin{bmatrix} G \\ I \end{bmatrix}$ , 则有以下结论相互等价:

(1)  $A$  的特征根均满足  $\sigma(\lambda, \Phi^T) < 0$ 。

(2) 存在矩阵  $X, P = P^* > 0$ , 使得

$$\Phi \otimes P < \text{He} \begin{bmatrix} -I \\ A \end{bmatrix} X [-qI \ pI] \quad (4)$$

其中  $r = [p \ q] \in \mathbb{C}^2$  为满足  $r^* \Phi r < 0$  的任意向量。

由引理 1, 矩阵  $A$  的特征值可限定在由  $\Phi$  定义的复平面区域内。特别地,

$$\Phi := \begin{bmatrix} 1 & -t \\ -t & |t|^2 - r^2 \end{bmatrix}, (t < 0) \quad (5)$$

定义的恰好是内切圆域  $C(t, r)$ 。将式(5)代入式(4)中可得定理 1:

定理 1 对于系统(3), 矩阵  $\bar{A}$  的特征根位于复平面左开平面上圆形区域  $C(t, r)$  内当且仅当存在矩阵  $X, P_0 = P_0^T > 0$ , 使得

$$\begin{bmatrix} P_0 & -tP_0 \\ -tP_0 & (t^2 - r^2)P_0 \end{bmatrix} < \text{He} \begin{bmatrix} -X \\ A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -X \\ X - C^T Y \end{bmatrix} [-qI \ pI] \quad (6)$$

其中  $Y = L^T X, p, q$  为任意给定实数满足  $p^2 - 2tpq + q^2 (t^2 - r^2) < 0$ 。

### 3.2 残差对故障灵敏度和对未知输入鲁棒性的 LMI 表述

对于给定的传递函数, 利用最近提出的通用 KYP 引理<sup>[8]</sup>, 可以获得其有限频段上  $H_\infty$  和  $H_-$  指标准确的 LMI 描述。考虑残差产生系统, 令  $\omega_c = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2)$ , 通过 KYP 引理易得以下推论:

**推论 1** 令对称矩阵  $\Pi_1 = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & \gamma^2 I \end{bmatrix}$ , 则  $\|G_f(j\omega)\|_- > \gamma$  当且仅当存在对称矩阵  $P_1, Q_1 > 0$  满足

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_f \\ I & 0 \end{bmatrix}^* \Phi \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_f \\ I & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & C_f \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \Pi_1 \begin{bmatrix} C & C_f \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} -Q_1 + X + X^T & V_1^T & P_1 + j\omega_c Q_1 + X - X^T A - V_1^T C + Y^T C & -XB_f - X^T B_f - V_1^T C_f + Y^T C_f \\ \bullet & -I + V_2^T + V_2 & V_3 - V_2^T C & V_4 - V_2^T C_f \\ \bullet & \bullet & -\omega_1 \omega_2 Q_1 - \Delta_1 \Delta_1^T & A^T X B_f - C^T V_4 - C^T Y B_f - X^T B_f - V_3^T C_f + Y^T C_f \\ \bullet & \bullet & \bullet & \gamma^2 I - \Delta_2 \Delta_2^T \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\text{其中 } \Phi = \begin{bmatrix} -Q_1 & P_1 + j\omega_c Q_1 \\ P_1 - j\omega_c Q_1 & -\omega_1 \omega_2 Q_1 \end{bmatrix}.$$

**推论 2** 令对称矩阵  $\Pi_2 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \beta^2 I \end{bmatrix}$ , 则  $\|G_{rd}(j\omega)\|_\infty < \beta$  当且仅当存在对称矩阵  $P_2, Q_2 > 0$ , 满足

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_d \\ I & 0 \end{bmatrix}^* \Phi \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{B}_d \\ I & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & C_d \\ 0 & I \end{bmatrix}^* \Pi_2 \begin{bmatrix} C & C_d \\ 0 & I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

$$\text{其中 } \Phi = \begin{bmatrix} -Q_2 & P_2 + j\omega_c Q_2 \\ P_2 - j\omega_c Q_2 & -\omega_1 \omega_2 Q_2 \end{bmatrix}.$$

矩阵不等式(7), (8)存在  $L, P_i$  和  $Q_i$  的乘积项而非凸, 需经适当转换才能方便求解。考虑矩阵不等式(7), 利用 Finsler 引理[9], 采用文献[10]类似的推导方法可得如下引理:

**引理 2** 考虑系统(3), 假设对称矩阵  $P_1, Q_1 > 0, R_1 \in R^{n \times (2n+n_1+n_2)}$ , 则有以下结论相互等价:

(1) 存在矩阵  $L$  使得  $\|G_f(j\omega)\|_- > \gamma$ , 并满足

$$(SR_1^T)^T S^T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T S^T (SR_1^T)^T < 0 \quad (9)$$

$$\text{其中 } \psi = [I \ 0], \mu_1 = \begin{bmatrix} \bar{A} & C^T \\ \bar{B}_f & C_f^T \end{bmatrix}^T, S = \begin{bmatrix} \mu_1 & I \\ \psi & 0 \end{bmatrix}.$$

(2) 存在矩阵  $\chi \in X(\psi, R_1), Y = L^T X$  使得

$$T \begin{bmatrix} \Phi & 0 \\ 0 & \Pi_1 \end{bmatrix} T^T < \text{He} \begin{bmatrix} -\chi \\ \psi \chi + \Lambda Y R_1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{其中 } \Psi = \begin{bmatrix} A^T & C^T \\ B_f^T & C_f^T \end{bmatrix}, \Lambda = \begin{bmatrix} -C^T \\ -C_f^T \end{bmatrix}, T \text{ 为置换矩阵满足}$$

$$[M_1 \ M_2 \ M_3 \ M_4]^T = [M_1 \ M_3 \ M_2 \ M_4]$$

$$X(\psi, R_1) := \{\psi^T X R_1 + (I - \psi^T \psi) V \mid X \in R^{n \times n}, \det X \neq 0, V \in R^{(n+n_1) \times (2n+n_1+n_2)}\}$$

将  $R_1 = [I \ 0 \ I \ -B_f]$  代入引理 2 中得到定理 2。

**定理 2** 若存在对称矩阵  $P_1, Q_1 > 0$  满足

$$\begin{bmatrix} -B_f^T Q_1 B_f - C_f^T C_f + \gamma^2 I & -B_f^T Q_1 - B_f^T \Theta + C_f^T C \\ \bullet & -2P_1 - \lambda Q_1 - C^T C \end{bmatrix} < 0 \quad (11)$$

其中  $\Theta = P_1 + j\omega_c Q_1, \lambda = 1 - \omega_1 \omega_2$ , 则  $\|G_f(s)\|_- > \gamma$  当且仅当存在矩阵  $X, Y = L^T X$  使得

其中  $\Delta_1 = A^T X + C^T V_3 - C^T Y, \Delta_2 = -B_f^T X B_f + C_f^T V_4 + C_f^T Y B_f, V = [V_1 \ V_2 \ V_3 \ V_4], V_1 \in R^{n \times n}, V_2 \in R^{n \times n_1}, V_3 \in R^{n \times n_2}, V_4 \in R^{n \times n_3}$ 。

定理 2 给出了有限频率段  $\Omega$  上  $H$  指标的 LMI 描述。采用相同的推理过程, 也可以得到频率段  $\Omega$  上  $H_\infty$  指标的 LMI 描述。由于篇幅所限, 这里就不作冗述, 直接给出定理。

**定理 3** 若

$$C_d^T C_d - \beta^2 I < 0 \quad (13)$$

成立, 则  $\|G_{rd}(s)\|_\infty < \beta$  当且仅当存在对称矩阵  $P_2, Q_2 > 0, X, Y = L^T X$ , 满足

$$\begin{bmatrix} -Q_2 & V_a^T & P_2 + j\omega_c Q_2 + X - V_a^T C & -V_a^T C_d \\ \bullet & I + V_b^T + V_b & V_c - V_b^T C & V_d - V_b^T C_d \\ \bullet & \bullet & -\omega_1 \omega_2 Q_2 - \Delta_3 - \Delta_3^T & -C^T V_d - X^T B_d - V_c^T C_d + Y^T C_d \\ \bullet & \bullet & \bullet & -\beta^2 I - V_d^T C_d - C_d^T V_d \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中  $\tilde{V} = [V_a \ V_b \ V_c \ V_d], V_a \in R^{n \times n}, V_b \in R^{n \times n_1}, V_c \in R^{n \times n_2}, V_d \in R^{n \times n_3}, \Delta_3 = A^T X - C^T Y + C^T V_c$ 。

### 3.3 鲁棒故障检测滤波器的设计

基于以上两小节的讨论, 鲁棒故障检测滤波器的设计目标均被转换为相应的 LMI 表述。在此基础上考虑目标(4)中复合指标  $\beta/\gamma$  最小化的问题。由于  $\beta/\gamma$  非线性, 这里通过变换将其转化为标准优化问题, 可以使用 MATLAB 工具箱方便求解。

**定理 4** 考虑系统(3), 鲁棒故障检测滤波器设计问题可以转换为如下优化问题:

$$\begin{aligned} & \max \quad \bar{r} \\ & \text{s.t.} \quad \begin{bmatrix} -B_f^T \tilde{Q}_1 B_f - \hat{r} C_f^T C_f + \bar{r} I & -B_f^T \tilde{Q}_1 - B_f^T \Theta + \hat{r} C_f^T C \\ \bullet & -2\tilde{P}_1 - \lambda \tilde{Q}_1 - \hat{r} C^T C \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{Q}_1+\tilde{X}\tilde{X}^T & \tilde{V}_1^T & \Theta+\tilde{X}\tilde{X}^T A-\tilde{V}_1^T C+\tilde{Y}^T C & -\tilde{X}B_f-\tilde{X}^T B_f-\tilde{V}_1^T C_f+\tilde{Y}^T C_f \\ \bullet & -\hat{r}I+\tilde{V}_2+\tilde{V}_2^T & \tilde{V}_3-\tilde{V}_2^T C & \tilde{V}_4-\tilde{V}_2^T C_f \\ \bullet & \bullet & -\omega_1\omega_2\tilde{Q}_1-\tilde{\Delta}_1-\tilde{\Delta}_1^T & A^T\tilde{X}B_f-C^T\tilde{V}_4-C^T\tilde{Y}B_f-\tilde{X}^T B_f-\tilde{V}_3^T C_f+\tilde{Y}^T C_f \\ \bullet & \bullet & \bullet & \hat{r}I-\tilde{\Delta}_2-\tilde{\Delta}_2^T \end{bmatrix} < 0$$

$$\hat{r}C_d^T C_d-I < 0$$

$$\begin{bmatrix} -\tilde{Q}_2 & \tilde{V}_a^T & \tilde{P}_2+j\omega_c\tilde{Q}_2+\tilde{X}-\tilde{V}_a^T C & -\tilde{V}_a^T C_d \\ \bullet & \hat{r}I+\tilde{V}_b+\tilde{V}_b^T & \tilde{V}_c-\tilde{V}_b^T C & \tilde{V}_d-\tilde{V}_b^T C_d \\ \bullet & \bullet & -\omega_1\omega_2\tilde{Q}_2-\tilde{\Delta}_3-\tilde{\Delta}_3^T & -C^T\tilde{V}_d-\tilde{X}^T B_d-\tilde{V}_c^T C_d+\tilde{Y}^T C_d \\ \bullet & \bullet & \bullet & -I-\tilde{V}_d^T C_d-C_d^T\tilde{V}_d \end{bmatrix} < 0$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{P}_0 & -t\tilde{P}_0 \\ -t\tilde{P}_0 & (t^2-r^2)\tilde{P}_0 \end{bmatrix} < \text{He} \begin{bmatrix} -\tilde{X} \\ A^T\tilde{X}-C^T\tilde{Y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -qI & pI \end{bmatrix}$$

其中  $\hat{r}=\beta^{-2}$ ,  $\bar{r}=(\gamma/\beta)^2$ , 对称矩阵  $\tilde{P}_i>0, i=1, 2, \tilde{Q}_i>0, i=1, 2, \Delta_1=A^T\tilde{X}+C^T\tilde{V}_3-C^T\tilde{Y}, \Delta_2=-B_f^T\tilde{X}B_f+C_f^T\tilde{V}_4-C_f^T\tilde{Y}B_f, \Delta_3=A^T\tilde{X}-C^T\tilde{V}_3+C^T\tilde{V}_c, \Theta=\tilde{P}_1+j\omega_c\tilde{Q}_1$ 。滤波器增益矩阵  $L=(\tilde{Y}\tilde{X}^{-1})^T$ 。

**证明** 令  $\hat{r}=\beta^{-2}$ ,  $\bar{r}=(\gamma/\beta)^2$ , 对式(6),(11),(12),(13),(14) 分别左乘、右乘适维对角矩阵  $\Sigma$ , 其中  $\Sigma$  对角线上的元素均为  $\beta^{-1}$ 。定义  $\tilde{X}=\hat{r}X, \tilde{Y}=\hat{r}Y, \tilde{P}_i=\hat{r}P_i, i=0, 1, 2, \tilde{Q}_i=\hat{r}Q_i, i=1, 2, \tilde{V}_i=\hat{r}V_i, i=1, 2, 3, 4, a, b, c, d$  易得定理 4。

### 4 仿真实例

某国产歼击机<sup>[11]</sup>在高度 15 000 m, 飞行马赫数 0.8 时的巡航阶段纵向通道模型具有如 (1) 所示的形式, 其中  $x=[v \ \alpha \ \theta \ q]^T, v$  为飞行速度,  $\alpha$  为攻角,  $\theta$  为俯仰角,  $q=\dot{\theta}$  为俯仰角速度。  $u=[\zeta_p \ \zeta_c]^T, \zeta_p$  为油门杆输入,  $\zeta_c$  为升降舵偏角。假设执行器故障  $f$  集中在频率段 $[0 \ 0.1]$ 内。系统矩阵如下所示:

$$A = \begin{bmatrix} -0.08 & -0.03 & -0.157 & 0 \\ -0.73 & -0.377 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -8.65 & 0 & -0.5 \end{bmatrix}, B = B_f = \begin{bmatrix} 1.54 & -0.020 \\ -0.10 & -0.056 \\ 0 & 0 \\ 0 & -6.50 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.3 \\ 0.2 \\ 0.05 \end{bmatrix}, C = I_{4 \times 4}, C_f = 0_{2 \times 4}$$

$$C_d = [0.2 \ 0.1 \ 0 \ 0.3]^T$$

考虑到残差的瞬态响应性能,将故障检测滤波器的极点配置在  $C(-4, 3, 5)$ 的圆域内。根据定理 1, 可设  $p=1, q=-1$ 。然后, 根据定理 4 可得故障检测滤波器的增益矩阵为:

$$L = \begin{bmatrix} 0.813 \ 48 & -1.670 \ 30 & 0.482 \ 32 & 0.014 \ 46 \\ -0.680 \ 74 & 1.381 \ 50 & 0.156 \ 24 & 0.993 \ 31 \\ -0.058 \ 85 & -0.906 \ 27 & 2.523 \ 80 & 1.008 \ 00 \\ 0.450 \ 19 & -1.717 \ 00 & -2.032 \ 70 & 0.438 \ 89 \end{bmatrix}$$

相应的频率性能指标  $\gamma=1.535 \ 6, \beta=0.374 \ 2$ 。易得设计的故障检测滤波器的极点为  $\lambda_{1,2}=-1.000, \lambda_3=-1.908 \ 6, \lambda_4=-2.206 \ 1$  均

位于圆域  $C(-4, 3, 5)$ 内。

设定未知输入  $d$  为功率 0.01 的白噪声信号, 执行器故障  $f=[1 \ 1]^T, t \geq 5 \text{ s}$ 。仿真过程中故障检测滤波器的残差输出如图 2 所示。由图 2 可以看到, 残差对故障非常敏感, 在故障发生后会有明显的变化, 同时对未知输入保持了较好的鲁棒性能。由于滤波器极点被配置到了复平面圆域内, 残差具有良好的瞬态性能, 其曲线较为平整和稳定, 有助于残差评价时减少虚检和漏检率, 从而进一步提高故障诊断的准确性。

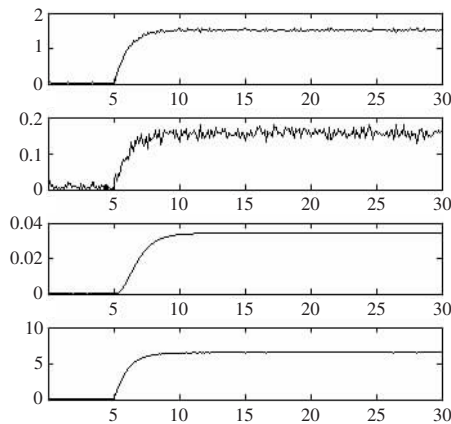


图 2 故障检测滤波器的残差输出

### 5 结论

针对分布于有限频域段上的故障信号, 提出了基于包含未知输入的 LTI 系统的鲁棒故障检测滤波器设计方法。该方法将滤波器的设计问题视为多目标优化问题, 其优化目标包括复合频域指标  $H_\infty/H$  的最小化和极点区域配置要求, 旨在使检测滤波器的输出残差具有良好的故障灵敏度和未知输入鲁棒性, 同时也具有较好的瞬态性能, 以提高故障诊断的准确性。由于求解过程中利用到的是  $H_\infty/H$  指标的真实值, 并且能够求解得到使复合指标最小的最优解, 设计的故障检测滤波器可以获得良好的故障检测性能。考虑到生产实践中, 故障信号往往分布在某个预知的有限频域段内, 该设计方法具有一定的应用价值。

### 参考文献:

- [1] Hou M, Patton R J. An LMI approach to fault detection observers[C]// Proceeding of UKACC International Conference on Control, UK, 1996:305-310.
- [2] Ding S X, Jeinsh T, Frank P M, et al. A unified approach to the optimization of fault detection systems[J]. International Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2000, 14(7):725-745.
- [3] Liu J, Wang J L, Yang G H. Worst-case fault detection observer design: An LMI approach[C]//The International Conference on Control and Automation, China, 2002:1243-1247.
- [4] Liu J, Wang J L, Yang G H. An LMI approach to minimum sensitivity analysis with application to fault detection [J]. Automatica, 2005, 41(11): 1995-2004.
- [5] Wang H B, Lam J, Ding S X, et al. Iterative linear matrix inequality algorithms for fault detection with unknown inputs[J]. Journal of Systems and Control Engineering, 2005, 219(2): 161-172.
- [6] Rank M, Niemann H. Norm based design of fault detectors [J]. International Journal of Control, 1999, 72(9):773-783.