

# 基于加权香农熵的图像阈值法

吴成茂<sup>1,2</sup>

WU Cheng-mao<sup>1,2</sup>

1.西安邮电学院 电子与信息工程系,西安 710121

2.中国科学院 自动化研究所 模式识别国家重点实验室,北京 100080

1.Department of Electronics and Information Engineering, Xi'an Institute of Post and Telecommunications, Xi'an 710121, China

2.National Laboratory of Pattern Recognition, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China

E-mail: wuchengmao123@sohu.com

**WU Cheng-mao. Image thresholding based on weighting Shannon entropy. Computer Engineering and Applications, 2008, 44 (18): 177-180.**

**Abstract:** Entropy based thresholding is an important method of image segmentation and is used in the image processing for many applications. This paper considers that the method of thresholding based on maximal entropy, which requests system interior satisfying uniformity hypothesis of image gray level distribution, is not suitable to segment some images. New method of thresholding based on weighting information entropy is proposed in this paper, and then discuss how to choose weighting factor of weighting information entropy for image segmentation. In the end, the new evaluating method based on intra-class and inter-class entropy is put forward. The experimental results show that the method of this paper is feasible.

**Key words:** image segmenting; entropy thresholding method; weighting entropy; segmentation quality

**摘要:**熵阈值法是图像分割的一种重要方法,在图像处理与识别中广为应用。针对最大熵阈值法是基于图像灰度分布的均匀性假设,导致它对有些图像分割无效的问题,首先提出了加权信息熵的图像分割新方法,其次对加权信息熵的灰度级权因子选取方式进行了探讨,最后给出了基于类内熵和类间熵相结合的图像分割效果评价新方法。实验结果表明,提出的方法是可行的。

**关键词:**图像分割;熵阈值法;加权熵;分割效果

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2008.18.056 **文章编号:**1002-8331(2008)18-0177-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP391

图像分割是图像处理和前期视觉中的基本技术,是大多数图像分析及视觉系统的重要组成部分,也是成功进行图像分析、理解与描述的关键步骤,历来受到国内外有关学者的高度重视。

从20世纪60年代以来,国际上学者们提出了众多的图像分割方法<sup>[1]</sup>,其中基于信息熵的图像阈值分割方法的研究和应用至今仍是一个国内外研究的热点。在20世纪80年代中期,Kapur<sup>[2]</sup>等人提出了基于香农信息熵的阈值化分割方法,引起广大学者们的广泛重视。印度学者Pal<sup>[3]</sup>分析了对数运算的一些问题,提出指数型信息熵概念并用于图像分割。针对香农熵、指数熵阈值法对图像分割没有一定的鲁棒性,文[4]提出了参数型Renyi熵图像分割阈值法,选择适当Renyi熵参数将能改善其分割效果。由于这些熵阈值法仅利用了灰度信息,对图像的内容信息利用的不充分,对有些图像仍不能获得满意的分割效果。为此国内外学者从不同角度提出了分割新方法<sup>[5-7]</sup>,虽然它们对图像分割效果有很大改善;但是其时间复杂度大大增加,不利于实时图像分割的需要。针对上述这些问题,本文提出了加权香农熵的图像阈值化分割方法,其算法的时间复杂度没有

增加;而且对于有些图像的分割效果相对现有熵阈值法有很大的改善。另外,本文基于图像中目标和背景的类内熵和类间熵构造图像分割效果的评价准则,使得加权香农熵阈值法中的参数能够自动选取。实验结果表明,本文给出的加权香农熵阈值法和以分割效果评价方法为指导的最佳参数自动选取方法是可行的。

## 1 香农熵及其加权型

对于概率分布 $P=(p_1, \dots, p_n)$ (这里 $0 \leq p_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, n)$ 且 $\sum_{i=1}^n p_i=1$ ),香农定义了用于描述统计信息不确定性程度大小的度量熵(简称为香农熵)

$$H(P) = - \sum_{i=1}^n p_i \log p_i \quad (1)$$

当概率分布 $P$ 的不确定性程度越大时,其对应的熵 $H(P)$ 值越大;反之,其熵 $H(P)$ 值就越小。香农熵 $H(P)$ 具有如下典型性质:

(1)对于任意概率分布 $P$ ,有 $0 \leq H(P) \leq \log(n)$ ;

(2)对于概率分布 $P=(0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ ,有 $H(P)=0$ ;

**基金项目:**陕西省教育厅项目资助(No.06JK194);中国科学院自动化研究所模式识别国家重点实验室开放课题基金(No.07-31-3)。

**作者简介:**吴成茂(1968-),男,高级工程师,主要研究方向为模式识别与图像处理、智能管理与决策、信息安全和嵌入式系统。

**收稿日期:**2007-09-17 **修回日期:**2007-12-12

(3)对于概率分布  $P=(\frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n}, \dots, \frac{1}{n})$ , 有  $H(P)=\log(n)$ ;

(4)对于两个独立的概率分布  $P$  和  $Q$ , 有  $H(P \times Q)=H(P)+H(Q)$  成立。

香农熵仅是随机变量概率分布的函数。但在实际应用场合中, 当各种随机事件的发生对人们有着不同的价值和效用, 香农熵就很难与人的主观因素联系在一起。为此, Leipnik 引入加权香农熵的定义<sup>[8]</sup>。即

$$H(P, W)=-\sum_{i=1}^n w_i p_i \log(p_i) \quad (2)$$

其中  $w_i$  是离散随机变量  $X$  出现事件  $x_i$  的权重, 且满足  $0 \leq w_i \leq 1 (i=1, 2, \dots, n)$ 。

加权香农熵具有许多性质在文献[9]中有较详细地讨论。当加权香农熵中的权值都取 1 时就变成香农熵。因此, 香农熵可看成是 Leipnik 定义的加权熵的特例。

## 2 加权香农熵阈值法

对于一幅灰度级为  $L$ , 大小为  $M \times N$  的数字图像  $f(x, y)$ , 设  $G=\{0, 1, \dots, L-1\}$  表示灰度级的集合,  $f_i (i \in G)$  为图像  $f(x, y)$  中灰度级为  $i$  的像素出现的次数, 则图像  $f(x, y)$  中灰度级为  $i$  的概率为:  $h_i = \frac{f_i}{M \times N} (i \in G)$ 。由此可得一个概率分布  $\{h_i | i \in G\}$ 。对于一个任意给定的分割阈值  $t (0 < t < L-1)$ , 将图像分割成目标和背景两部分, 其中目标  $O=\{0, 1, \dots, t\}$ , 背景  $B=\{t+1, t+2, \dots, L-1\}$ 。如果  $\sum_{i=0}^t h_i$  大于 0 而小于 1, 则可以由前面的目标和背景分布通过归一化得到如下目标和背景的二个概率分布为

$$O=\{\frac{h_0}{P(t)}, \frac{h_1}{P(t)}, \dots, \frac{h_t}{P(t)}\} \quad (3)$$

$$B=\{\frac{h_{t+1}}{1-P(t)}, \frac{h_{t+2}}{1-P(t)}, \dots, \frac{h_{L-1}}{1-P(t)}\} \quad (4)$$

其中  $P(t) = \sum_{i=0}^t h_i$  表示灰度级从 0 到  $t$  的概率总和。

基于给定图像分割阈值  $t$ , 其目标和背景两个概率分布所对应的熵分别为

$$H(t, O)=-\sum_{i=0}^t \frac{h_i}{P(t)} \log\left(\frac{h_i}{P(t)}\right) \quad (5)$$

$$H(t, B)=-\sum_{i=t+1}^{L-1} \frac{h_i}{1-P(t)} \log\left(\frac{h_i}{1-P(t)}\right) \quad (6)$$

Kapur 提出的最大香农熵法选取的最佳阈值为

$$t_1 = \arg \max_{0 \leq t < L-1} \{H(t, O) + H(t, B)\} \quad (7)$$

由于最大熵阈值法是基于目标和背景概率分布为均匀性的假设, 并考虑到该方法仅利用图像灰度分布, 而没有考虑到空间相邻像素之间的关系, 导致该方法具有较强的适应性但分割效果不一定令人满意。为此, 本文提出了加权熵的图像分割阈值选取方法。即有

$$t_2 = \arg \max_{0 \leq t < L-1} \{H(t, O, W) + H(t, B, W)\} \quad (8)$$

其中  $H(t, O, W) = -\sum_{i=0}^t w_i \frac{h_i}{P(t)} \log\left(\frac{h_i}{P(t)}\right)$  是给定阈值  $t$  所得目

标部分的加权香农熵;  $H(t, B, W) = -\sum_{i=t+1}^{L-1} w_i \frac{h_i}{1-P(t)} \log\left(\frac{h_i}{1-P(t)}\right)$  是给定阈值  $t$  所得背景部分的加权香农熵;  $w_i \geq 0 (i=0, 1, \dots, L-1)$  是图像中不同灰度级的权因子。

$w_i$  的选取是本方法的关键。本文给出  $w_i$  选取的两个方式。第 1 种方式是基于图像灰度级概率

$$w_i = h_i^k, i=0, 1, \dots, L-1 \quad (9)$$

其中  $k$  为参数, 一般选取大于或等于 0 的值, 通常可使  $0 \leq k \leq 1$ 。这种权值选取法是考虑到高频率灰度对分割有较大的影响。

第 2 种方式是直方图的势直方图

$$w_i = e_i^k, i=0, 1, \dots, L-1 \quad (10)$$

其中  $k$  为参数, 一般选取大于或等于 0 的值, 通常可使  $0 \leq k \leq 1$ ;  $e_i (i=0, 1, \dots, L-1)$  为文[10]给出的势直方图。即

$$e_i = \frac{1}{e_{\max}} \sum_{j=0}^{L-1} \frac{h_j}{1 + \alpha \cdot (i-j)^2}, i=0, 1, \dots, L-1 \quad (11)$$

其中  $e_{\max}$  可以是  $\max_{i=0}^{L-1} \{e_i\}$ , 或者是  $\sum_{i=0}^{L-1} e_i$ ;  $\alpha$  为调节参数, 本文选取  $\alpha=0.5$ 。

若加权香农熵阈值化分割准则式(8)的权因子构造式(9)和式(10)中的  $k$  参数取值为 0 时, 分割准则式(8)就变成 Kapur 提出的熵阈值化分割准则式(7)。如何选取加权香农熵阈值法的灰度权因子参数是关键的一步。本文采用图像分割效果评价函数为指导来选取参数, 以便获得满意的分割效果。

## 3 基于熵的分割效果评价法

对图像分割的结果通常以人的主观判决作为评价准则, 但对分割结果作一定量的比较、评价也是必要的。目前在实际中常采用的定量评价方法是优度法。传统优度评价法<sup>[11]</sup>从不同角度反映图像分割的效果, 但有时其量值的大小与图像的视觉效果并不完全一致。当然也可将多种方法进行融合来实现分割效果的评价, 但其过程较为烦琐, 不利于实时应用场合。针对现今分割效果评价方法存在的一些问题, 本文引入非线性指数加权类内熵和类间熵来定义加权香农熵阈值法的分割效果评价函数。

假设权因子参数  $k$  取值为  $k_i (i=1, 2, \dots, m)$  (这里  $m$  是参数  $k$  取不同值的个数), 通过加权分割准则式(8)获得图像分割最佳阈值为  $t_i^* (i=1, 2, \dots, m)$ , 将原图像  $G$  分割成目标  $O_i = \{0, 1, \dots, t_i^*\}$  和背景  $B_i = \{t_i^* + 1, t_i^* + 2, \dots, L-1\}$  两部分。其中目标  $O_i$  所对应的类内熵为

$$H(O_i) = -\sum_{l=0}^{t_i^*} \frac{L_{O_i}(l)}{S(O_i)} \log\left(\frac{L_{O_i}(l)}{S(O_i)}\right) = -\sum_{l=0}^{t_i^*} \frac{h_l}{P(t_i^*)} \log\left(\frac{h_l}{P(t_i^*)}\right) \quad (12)$$

$i=1, 2, \dots, m$

其中  $S(O_i)$  是目标  $O_i$  的面积;  $L_{O_i}(l)$  是目标  $O_i$  中出现灰度级  $l$  的像素个数;  $P(t_i^*) = \sum_{l=0}^{t_i^*} h_l$  是目标  $O_i$  占原图像的比例。而背景  $B_i$  所对应的类内熵为

$$H(B_i) = -\sum_{l=t_i^*+1}^{L-1} \frac{L_{B_i}(l)}{S(B_i)} \log\left(\frac{L_{B_i}(l)}{S(B_i)}\right) =$$

$$- \sum_{l=i+1}^{L-1} \frac{h_l}{1-P(t_i^*)} \log \left( \frac{h_l}{1-P(t_i^*)} \right), i=1, 2, \dots, m \quad (13)$$

其中  $S(B_i)$  是背景  $B_i$  的面积;  $L_{B_i}(l)$  是背景  $B_i$  中出现灰度级  $l$  的

像素个数;  $1-P(t_i^*) = 1 - \sum_{l=0}^i h_l = \sum_{l=i+1}^{L-1} h_l$  是背景  $B_i$  占原图像的比例。

目标  $O_i$  和背景  $B_i$  之间所对应的类熵为

$$H(O_i, B_i) = -P(t_i^*) \log(P(t_i^*)) - (1-P(t_i^*)) \log(1-P(t_i^*)) \quad (14)$$

$i=1, 2, \dots, m$

Zhang 等人将目标  $O_i$  和背景  $B_i$  所对应的类内熵进行线性加权处理, 再结合二者之间的类熵  $H(O_i, B_i)$  定义了一种图像分割效果评价准则<sup>[2]</sup>。即

$$H(F_i) = P(t_i^*) \cdot H(O_i) + (1-P(t_i^*)) \cdot H(B_i) + H(O_i, B_i) \quad (15)$$

$i=1, 2, \dots, m$

其中  $F_i$  表示图像  $F$  进行第  $i$  分割所得结果, 且  $F_i = O_i \cup B_i$  且  $O_i \cap B_i = \Phi$ 。

对上述分割效果评价准则进行简化得到下式

$$H(F_i) = \text{常数} + \log(P(t_i^*) \cdot (1-P(t_i^*)) + H(O_i, B_i)) \quad (16)$$

$i=1, 2, \dots, m$

它表明了 Zhang 等人提出的分割效果评价准则并未抓住分割所得目标  $O_i$  和背景  $B_i$  的类内信息, 导致它对图像分割效果的评价不具有一定的普适性。为此, 本文提出了基于目标  $O_i$  和背景  $B_i$  各自的类内熵非线性指数加权处理, 再结合类熵  $H(O_i, B_i)$  来定义如下新的分割效果评价准则。

$$H'(F_i) = (H(O_i))^{P(t_i^*)} + (H(B_i))^{1-P(t_i^*)} + H(O_i, B_i), i=1, 2, \dots, m \quad (17)$$

通过选取不同权因子参数  $k_i (i=1, 2, \dots, m)$  就获得原图像不同的分割结果, 而分割效果较理想的权因子参数  $k^*$  为  $k^* = k_i$  且  $i^* = \arg \min_{1 \leq i \leq m} \{H'(F_i)\}$ , 即选取权因子参数  $k$  为  $k^*$ , 加权熵阈值法所获得的分割效果相对最优。

### 4 参数优化方法

如何选取参数  $k$  是加权香农熵阈值法所面临的关键问题, 且参数  $k$  选取不当对后续图像的理解、识别造成无法估计的损失。为了有效解决参数  $k$  的最佳选取问题, 本文采用文献[13-15]中的以聚类有效性函数为指导来确定聚类算法最佳参数的

思想, 提出了以分割效果评价准则为指导的加权香农熵阈值法参数  $k$  选取方法。一旦加权香农熵阈值法的最优参数  $k$  确定, 使用分割准则式(8)就能得到分割图像的最佳阈值, 然后对原图像进行二值化处理, 就能得到原图像的分割结果。确定最优参数  $k$  的具体算法步骤如下:

- 步骤1 初始化参数  $k_0$  的值为 0, 迭代次数  $c$  为 0;
  - 步骤2 变量  $y$  取较大的实数, 变量  $x$  取图像灰度平均值;
  - 步骤3 采用加权香农熵阈值法获得图像分割的最佳阈值  $t^*$ ;
  - 步骤4 计算阈值  $t^*$  所对应的图像分割效果评价函数  $H'$  值;
  - 步骤5 若当前函数  $H'$  值小于变量  $y$  的值, 则  $E'$  值传给变量  $y$  和  $t^*$  阈值值传给变量  $x$ ;
  - 步骤6 更新次数  $c$  增 1, 若  $c$  小于最大迭代次数  $Max\_iter$  则转步骤 7, 否则转步骤 8;
  - 步骤7 采用下面方式更新参数  $k$  的值, 并转步骤 3;
- $k_c = k_c + d$ , 其中  $d$  是搜索步长, 即  $d = 1.0 / Max\_iter$
- 步骤8 变量  $x$  的值作为加权香农熵法分割图像的最优参数  $k$  值。

### 5 实验及结果分析

为了验证本文提出的加权香农熵阈值法的有效性, 采用许多图片进行了测试。鉴于篇幅有限, 本文仅给出 5 个例子来说明本文方法的可行性。另外, 实验中的最大迭代次数为 50 次, 其中参数  $k$  优化搜索步长为 0.02。

从图 1 来看, Kapur 最大熵法获得的分割效果非常差, 灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果完全相同, 但两者的最优参数  $k$  值不等。

从图 2 来看, Kapur 最大熵法获得的分割效果非常差, 灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果相差不多, 但两者的最优参数  $k$  值也不等。

从图 3 来看, Kapur 最大熵法获得的分割效果非常差, 灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果完全相同, 但两者的最优参数  $k$  值不等。

从图 4 来看, Kapur 最大熵法获得的分割效果非常差, 灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果完全相同, 但两者的最优参数  $k$  值不等。

从图 5 来看, Kapur 最大熵法获得的分割效果非常差, 灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果基本相同, 但两者的最优参数  $k$  值不等。



图 1 怀表图片及不同阈值法的分割结果



图 2 轮胎图片及不同阈值法的分割结果



图3 小男孩图片及不同阈值法的分割结果



图4 歌剧院图片及不同阈值法的分割结果



图5 生物切片图及不同阈值法的分割结果



图6 小女孩图片及不同阈值法的分割结果

从图6来看,Kapur最大熵法获得的分割效果非常差,灰度概率加权香农熵法和势直方图加权香农熵法获得分割效果基本相同,且两者的最优参数 $k$ 值也相等。

## 6 结论

图像直方图分布具有多样性,因此不可能有通用的分割准则。针对Kapur熵阈值法对有些图像分割无效的问题,本文提出了加权香农熵最大化阈值分割准则,它可看成是Kapur最大熵法的一般推广,使得熵阈值法对许多图像的分割更具普适性。

## 参考文献:

- [1] Sezgin M, Sankur B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation[J]. Journal of Electronic Image, 2004, 13(1): 145-165.
- [2] Kapur J N, Sahoo P K, Wong A K C. A new method for gray level picture thresholding using the entropy of histogram[C]//CVGIP, 1985, 29: 273-285.
- [3] Pal N R, Pal S K. Entropy: a new definition and its applications[J]. IEEE Trans on SMC, 1991, 21(5): 1260-1270.
- [4] Sahoo P K, Wilkins C, Yeages J. Threshold selection using Renyis entropy[J]. Pattern Recognition, 1997, 30(1): 71-84.
- [5] Brink A D. Using spatial information as an aid to maximum entropy image threshold selection[J]. Pattern Recognition Letters, 1996, 17: 29-36.

- [6] Brink A D. Thresholding of digital images using two-dimensional entropies[J]. Pattern Recognition, 1992, 25(8): 803-808.
- [7] Chanda B, Chaudhuri B B, Majumder D D. On image enhancement and threshold selection techniques using the graylevel co-occurrence matrix[J]. Pattern Recognition Letters, 1985, 3: 243-251.
- [8] Leipnik R. Direction of change with refinement for unweighted and weighted information-entropy functionals[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1959, 5(4): 184-186.
- [9] 傅祖芸. 信息论—基础理论与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2001: 64-68.
- [10] 裴继红, 谢维信. 直方图模糊约束FCM聚类自适应多阈值图像分割[J]. 电子学报, 1999, 27(10): 38-42.
- [11] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京: 科学出版社, 2000: 149-183.
- [12] Zhang H, Fritts J, Goldman S. An entropy based objective evaluation method for image segmentation[C]//Proc SPIE—Storage and Retrieval Methods and Applications for Multimedia, 2004, 1: 11.
- [13] Bensaid A M, Hall L O, Bezdek J C, et al. Validity-guided (Re) clustering with applications to image segmentation[J]. IEEE Trans on Fuzzy Systems, 1996, 4(2): 112-122.
- [14] 高新波, 姬红兵. 一种基于特征加权的模糊C-均值聚类算法[J]. 西安电子科技大学学报, 2000, 27(增刊): 80-83.
- [15] Wang X Z, Wang Y D, Wang L J. Improving fuzzy C-means clustering based on feature-weight learning[J]. Pattern Recognition Letters, 2004, 25: 1123-1132.