

Jiří HLAVÁČEK* – Michal HLAVÁČEK**

Poptávková funkce na trhu s pojištěním: porovnání maximalizace paretovské pravděpodobnosti přežití s teorií EUT von Neumanna a Morgensterna a s prospektovou teorií Kahnemana a Tverského

Abstract

This paper presents the results of a comparison of an original theoretical concept of modeling human decisions under risk with two well-known models. In the paper the demand function for insurance is constructed for the model of maximization of the probability of agent's (economic) survival. This demand function is compared with the demand function in two other models: the expected-utility theory (von Neumann, Morgenstern) and the asymmetric value function (Kahneman, Tversky). While in the expected-utility model the poorest agents are most interested in insurance, in the Kahneman-Tversky model the poorest agents do not buy insurance because of their liking for risk. The model of maximisation of the probability of survival corresponds better to the real structure of the insured: neither extremely rich people, nor extremely poor people accept insurance contracts. The former do not accept the game because of the negative expected value of the gains. For the latter the insurance is too expensive in relation to their income

Keywords: human decisions under risk, probability of agent's survival, expected-utility theory, asymmetric value function

JEL classification: T82

Acknowledgement: Financial support from the IES (Institutional Research Framework 2005-2010, MSM0021620841) is gratefully acknowledged.

1. Pojištění v modelu maximalizace paretovské pravděpodobnosti (ekonomického) přežití subjektu

Abychom mohli uchopit problém racionality pojištěnce, musíme kvantifikovat hodnotu ekonomického přínosu, resp. újmy, souvisejícího s rozhodnutím subjektu zakoupit nebo nezakoupit pojištění. Pro problematiku pojištění považujeme za adekvátní metodologický přístup zobecněné mikroekonomické teorie, kde subjekt maximalizuje pravděpodobnost svého (ekonomického) přežití.¹ O této pravděpodobnosti předpokládáme, že je:

* Institut ekonomických studií FSV UK Praha; e-mail: jihlava@fsv.cuni.cz

** Česká národní banka; e-mail: michal.hlavacek@cnb.cz

- nulová pro důchod na určité hranici (mez jistého zániku), resp. pod touto hranicí,
- jednotková pro důchod rostoucí nade všechny meze,
- přímo úměrná relativní rezervě důchodu oproti mezi jistého zániku (toto „existenční minimum“ budeme značit M).²

Těmto požadavkům vyhovuje Paretovo rozdělení prvního stupně.³ Distribuční funkcí (pravděpodobností přežití při důchodu na úrovni w) je pro toto rozdělení funkce:

$$\begin{aligned} F(w) &= (w - M)/w && \text{pro } w \geq M \\ F(w) &= 0 && \text{pro } w < M \end{aligned}$$

Příslušná funkce hustoty pravděpodobnosti má tvar:

$$\begin{aligned} f(w) &= M/w^2 && \text{pro } w \geq M \\ f(w) &= 0 && \text{pro } w < M \end{aligned}$$

Zvolená užitková funkce (na rozdíl od zavedených, viz níže) zohledňuje skutečnost, že pro rozhodnutí o pojistném (a potažmo pro poptávkovou funkci po pojištění) je podstatné ekonomické postavení subjektu. Subjekt s velmi vysokým důchodem pojištění (jakožto nespravedlivou hru) odmítne. Jenomže: ani subjekt s extrémně nízkým důchodem pojištění nekoupí, protože by musel oželeť jiné spotřební komodity, které pokládá ze svého pohledu (a při své ekonomické situaci) za potřebnější.

Subjekt tedy může v důsledku své ekonomické situace přijmout riskantní strategii „nepojišťovat se“, jelikož zde „simultánně“ zvažuje dvě rizika: riziko ztráty předmětu, o jehož pojištění se jedná, a riziko spojené s příliš nízkým „zbytkem“ bohatství po zaplacení pojistného.⁴

Předpokládáme, že subjekt uvažuje o pojištění se oproti ztrátě Δw peněžních jednotek, přičemž pravděpodobnost pojistné události je p a cena pojištění je a . Očekávaná ztráta je tedy $E(\Delta w) = k$ peněžních jednotek. Aby mohly pojišťovny existovat, musí být pojistné oproti očekávané ztrátě vyšší: $a > k$. Důchod subjektu je w , jeho existenční minimum (mez, pod kterou je ekonomický zánik neodvratný) značíme M . Předpokládáme, že tuto mez pojistné nedosahuje: $a < M$.

Předpokládáme, že poptávka po pojistném je dána počtem subjektů, pro které se po zakoupení pojistného sníží riziko ekonomického zániku. Pokud se subjekt nepojistí, ušetří výdaj za pojistné ve výši a peněžních jednotek, nicméně podstupuje riziko ztráty Δw peněžních jednotek s pravděpodobností pojistné události p .

Pro toto rozhodnutí je rozhodující nejen cena pojistného a , pravděpodobnost pojistné události p a ztráta s ní související Δw , ale i výše důchodu subjektu w (resp.

¹ Viz např. (Hlaváček J, 2000), (Hlaváček J, Hlaváček M, 2004).

² Tedy například subjekt s důchodem $1,6 M$ má trojnásobnou pravděpodobnost přežití oproti subjektu s důchodem $1,2 M$ (v prvním případě je relativní rezerva 60 %, v druhém 20 %).

³ Paretovo rozdělení prvního stupně má medián na úrovni $2M$, střední hodnota i rozptyl rostou nade všechny meze. Obecné Paretovo rozdělení stupně a má distribuční funkci $F(w) = 1 - (b/x)^a$ pro $w \geq M$, $F(w) = 0$ pro $w < M$.

⁴ K problematice situačního donucení subjektu k riskování viz také (Hlaváček et al., 1999, odst. 7.4.5).

relace jeho důchodu w k hranici M), což jsou veličiny rozhodující pro výši pravděpodobnosti jeho přežití. Předpokládáme, že subjekt musí respektovat nabízenou cenu pojistného. Má tedy jen dvě alternativy:

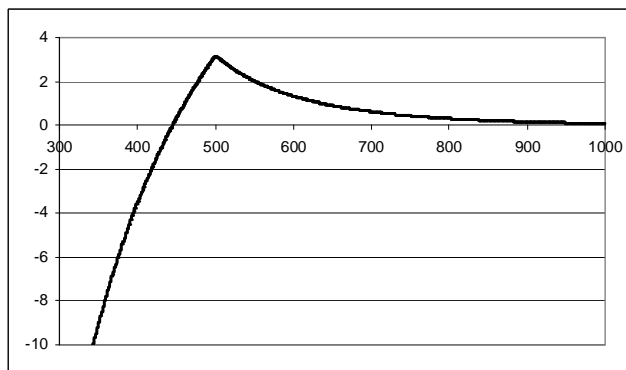
1. *Pojistit se* zakoupením pojistného ve výši a peněžních jednotek. Jeho riziko (ekonomického) zániku (v důsledku hrozícího poklesu bohatství pod existenční minimum M) je pak [v závislosti na jeho důchodu w] na úrovni:

$$R_1(w) = \frac{M}{w - a}$$

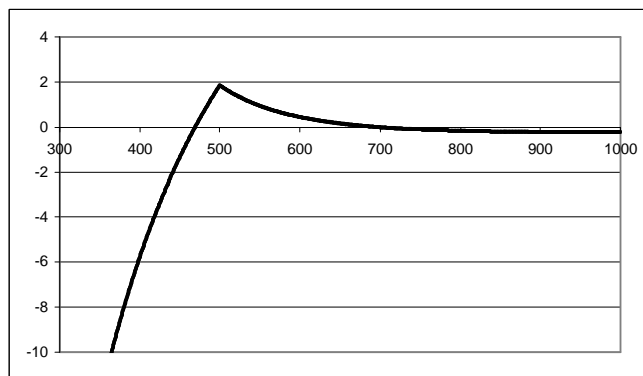
2. *Nepojistit se*. V tom případě je riziko zániku (ovlivněné s pravděpodobností p hrozící ztrátou Δw) na úrovni:

$$R_2(w) = p \cdot \frac{M}{w - \Delta w} + (1 - p) \cdot \frac{M}{w}$$

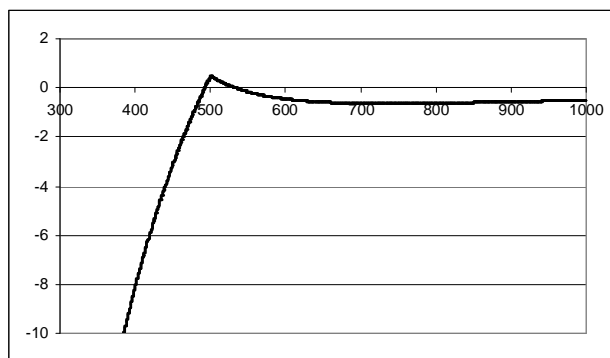
GRAF 1 Graf funkce $R_1(w) - R_2(w)$: porovnání pravděpodobnosti zániku (v %) při pojištění v ceně $a = 60$ peněžních jednotek a bez pojištění (přičemž $M = \Delta w = 250$)



GRAF 2 Graf funkce $R_1(w) - R_2(w)$: porovnání pravděpodobnosti zániku (v %) při pojištění v ceně $a = 70$ peněžních jednotek a bez pojištění (přičemž $M = \Delta w = 250$)



GRAF 3 Graf funkce $R_1(w) - R_2(w)$: porovnání pravděpodobnosti zániku (v %) při pojištění v ceně $a = 80$ peněžních jednotek a bez pojištění (přičemž $M = \Delta w = 250$)



Pro rozhodnutí subjektu ohledně pojistného je rozhodující rozdíl $R_1(w) - R_2(w)$: bude-li kladný, subjekt se nepojistí, protože riziko ekonomického zániku spojené s placením pojistného převyšuje riziko ztráty spojené s pojistnou událostí, která může být velmi nepříjemná (pro subjekty s velmi nízkou úrovní bohatství až likvidační), nicméně je relativně málo pravděpodobná.

Na ilustračních grafech 1–3 je prezentováno (v závislosti na výši pojistného) porovnání strategie modelového subjektu pojistit se a jeho strategie nepojistit se. Na vodorovné ose je důchod subjektu w leží graf funkce $R_1(w) - R_2(w)$ nad vodorovnou osou [tj. pokud platí $R_1(w) > R_2(w)$], je pro subjekt [při dané ceně pojistného a] výhodné pojistit se.

Abychom nyní mohli odvodit tvar poptávkové funkce pro pojistné, stačí zavést předpoklad o rozdělení důchodu v relevantní populaci. Prozatím jsme se omezili na nejjednodušší rovnoměrné rozdělení důchodu v intervalu (M, \hat{w}) , kde \hat{w} je nejvyšší důchod v systému. Pokud celý graf funkce $R_1(w) - R_2(w)$ v celém definičním oboru (M, \hat{w}) leží pod vodorovnou osou, není pojistné výhodné pro žádný subjekt, tedy $f(a) = 0$. Pokud to neplatí, označíme $w_1(a)$, $w_2(a)$ minimální a maximální důchod pojištěnců při ceně pojistného a . Hodnota poptávkové funkce v bodě a potom odpovídá podílu délky intervalu $(w_1(a), w_2(a))$ na rozpětí důchodů v systému:

$$f(a) = [w_2(a) - w_1(a)] / [\hat{w} - M]$$

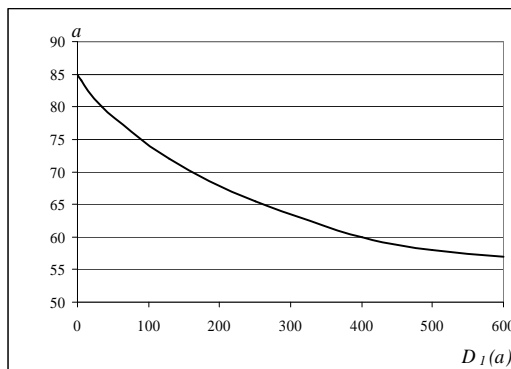
V ilustračních příkladech znázorněných na grafech 4 a 5 jsme předpokládali $\hat{w} = 4M$, tedy rovnoměrné rozdělení důchodů v intervalu $(M, 4M)$, čemuž odpovídá poptávková funkce po pojistném:

$$f(a) = [w_2(a) - w_1(a)]/3M \text{ pro } a > 80; \quad f(a) = 0 \text{ pro } a \leq 80$$

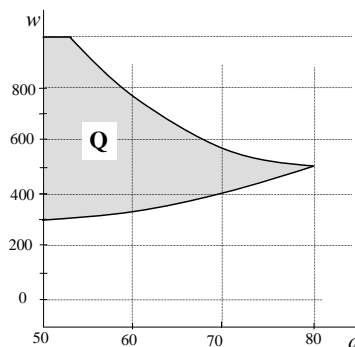
Graf 5 ukazuje, pro které subjekty je v dané situaci při různých cenách méně riskantní (ve smyslu pravděpodobnosti ekonomického zániku) strategií pojistit se.

Pokud je bod (w, a) v šedivě vyznačené množině Q v grafu 5, pociťuje subjekt s důchodem w nabídku pojistného a jako přijatelnou. Z grafu 5 je vidět, že velmi chudí s bohatstvím pod 300 nepřijmou ani spravedlivou hru (tj. za cenu ve výši očekávané hodnoty ztráty) $a = 50$, kdežto bohatší přijmou i cenu nad očekávanou hodnotou.

GRAF 4 Poptávková funkce po pojistném v modelu maximalizace pravděpodobnosti přežití při rovnoměrném rozdělení důchodu v intervalu $(M, 4M)$



GRAF 5 Důchodová charakteristika poptávky po pojištění v modelu maximalizace pravděpodobnosti přežití: pojišťují se subjekty, pro které leží bod (a, w) v množině Q



Velmi bohatí odmítnou ovšem i hru za cenu mírně převyšující očekávanou hodnotu ztráty při pojistné události. Pojistné ovšem na trhu s pojištěním převyšuje tuto úroveň vždy, neboť jinak by pojišťovny byly ve ztrátě.

V následujících oddílech 2 a 3 zkonstruujeme poptávkové funkce po pojistném pro dva nejznámější přístupy k modelování vztahu subjektu k riziku. V 2. oddílu tohoto příspěvku pracujeme s předpokladem maximalizace očekávaného užítku (expected utility theory, EUT), v 3. oddílu s Kahnemanovou-Tverského prospektovou teorií (prospect theory, PT). V závěrečném oddílu příspěvku všechny tři přístupy porovnáme.

2. Poptávka po pojištění ve von Neumannově-Morgensternově modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství (EUT)

V modelu non Neumanna a Morgensterna⁵ je ekonomicky racionální takové ekonomické rozhodnutí, které maximalizuje nikoliv samotný očekávaný ekonomický přínos (tj. přínos vynásobený pravděpodobností úspěchu), nýbrž užitek z očekávané-

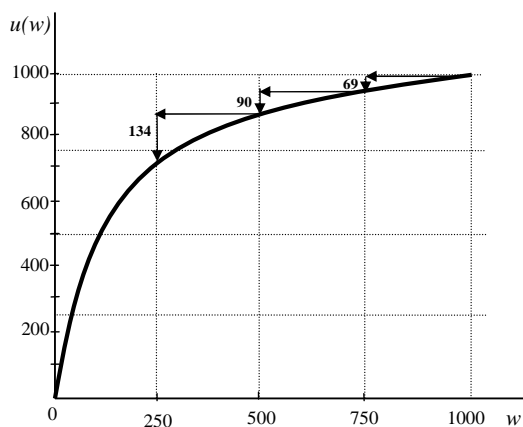
⁵ Viz (von Neumann J, Morgenstern O, 1953).

ho přínosu. Ekonomicky racionální subjekt pocítuje klesající mezní užitek z bohatství, tedy pro $j > k$ je počet utilů (tj. subjektivně pocítovaných jednotek užítku) při získání j -té peněžní jednotky nižší, než byl počet utilů při získání k -té peněžní jednotky.

Subjekt se stejně jako v předchozím odstavci rozhoduje, zda je pro něj výhodné pojistit se za pojistné ve výši a peněžních jednotek proti pojistné události, která s pravděpodobností p způsobí ztrátu ve výši Δw peněžních jednotek. Očekávaná ztráta z pojistné události je $k = E(\Delta w)$ peněžních jednotek. Předpokládejme, že pojišťovny nejsou ve ztrátě, takže pojistné a je oproti očekávané ztrátě vyšší: $a > k$ peněžních jednotek.⁶

Vztah mezi užitekem a bohatstvím při pojištění z hlediska maximalizace užítku je dán funkcí užítku z bohatství. Vzhledem k tomu, že se zde dostáváme do oblasti stochastických jevů, musíme přirozeně pracovat s kardinálním užitekem, aby bylo možné kvantitativně porovnat očekávaný užitek z pokrytí pojistné události pojišťovnou s újmou spojenou s placením pojistného. Základním předpokladem modelu je ryze konkávní tvar funkce užítku z bohatství charakterizující subjekty s averzí k riziku, což je při deskripci pojištění jistě předpoklad více než přijatelný.⁷

GRAF 6 Von Neumannův-Morgensternův model očekávaného užítku z bohatství: případná ztráta 250 peněžních jednotek přinese tím větší újmu užítku, čím je subjekt chudší



Otázkou je, zda ekonomicky racionální subjekt zaplatí pojistné ve výši a peněžních jednotek. Pokud se pojistí, jeho bohatství se zaplacením pojistného sníží o a pe-

⁶ Ilustrační příklad, použitý pro následně uvedené grafy, počítá s cenou $\Delta w = 250$ peněžních jednotek, pravděpodobností pojistné události $p = 0,2$. Očekávaná ztráta z krádeže je tedy $k = 50$ peněžních jednotek, pojistné a v intervalu od 50 do 80 peněžních jednotek. Funkci užítku z bohatství předpokládáme ve tvaru $u(w) = 1000 \cdot \sqrt[4]{w/1000}$.

⁷ Subjekt averzní k riziku odmítne všechny hry s nulovou očekávanou hodnotou výhry (tzv. spravedlivé hry), ale i některé hry s kladnou očekávanou hodnotou výhry, pokud je tato natolik nízká, že nekompenzuje pokles užítku v souvislosti s negativně pocítovaným rizikem [tj. s nulovým rozptylem náhodné veličiny $u(w)$].

něžních jednotek. Pokud se nepojistí, očekávaná hodnota jeho bohatství se sníží o $k = E(\Delta w)$ peněžních jednotek. Očekávaná hodnota bohatství je pro všechny úrovně bohatství ceteris paribus vyšší pro případ nepojištění. Pokud by se rozhodovatelé řídili očekávanou hodnotou bohatství, nepojistil by se nikdo.

Jak se situace změní, když budeme pracovat nikoliv s očekávanou úrovní bohatství, ale s očekávaným užitekem z něj? Budeme předpokládat univerzální (pro všechny subjekty shodnou) funkci užítu z bohatství $u(w)$.⁸

Bude přirozené předpokládat, že $w \geq \Delta w$. Pojištěný předmět v ceně Δw peněžních jednotek je totiž součástí bohatství subjektu, takže při $w = \Delta w$ peněžních jednotek subjekt kromě tohoto předmětu nevládní vůbec nic. Aby mu zbylo na zaplacení pojistného, omezíme se na subjekty s bohatstvím přesahujícím $(\Delta w + a)$ peněžních jednotek.

Snížení užítu v případě pojistné události o Δw peněžních jednotek přinese subjektu snížení užítu v míře, která je daná úrovní jeho bohatství. Je to vidět na grafu: subjekt s bohatstvím $w = 1000$ peněžních jednotek v případě pojistné události trácí 69 utilů, kdežto chudší subjekt s bohatstvím 750 peněžních jednotek 90 utilů. Nejchudší subjekt s bohatstvím 500 peněžních jednotek by tratil 134 utilů. Rovněž újma spojená se zaplacením pojistného 60 peněžních jednotek je pro subjekty s odlišnou výší bohatství odlišná: $u(1000) - u(940) = 15$ utilů, $u(750) - u(690) = 19$ utilů, $u(500) - u(440) = 27$ utilů.

Bohatší subjekt s bohatstvím $w = 1000$ peněžních jednotek tedy jako pojištěnec má užitek $u(940) = 985$ utilů, jako nepojištěný očekává užitek $0,8 * u(1000) + 0,2 * u(750) = 0,8 * 1000 + 0,2 * 930 = 986$ utilů, tedy rozhodne se nepojistit. Naproti tomu chudší subjekt s bohatstvím $w = 500$ peněžních jednotek má jako pojištěnec užitek $u(440) = 814,4$ utilů, jako nepojištěný $0,8 * u(500) + 0,2 * u(250) = 0,8 * 841 + 0,2 * 707 = 814,2$ utilů, tedy rozhodne se pojistit. Stejná úvaha přivede i subjekt s bohatstvím $w = 310$ peněžních jednotek k rozhodnutí pojistit se (silněji motivovanému v porovnání se subjektem s bohatstvím $w = 500$ peněžních jednotek): jako pojištěný má užitek $u(250) = 707$ utilů, kdežto pokud se nepojistí, je jeho očekávaný užitek $0,8 * u(310) + 0,2 * u(60) = 0,8 * 746 + 0,2 * 495 = 696$ utilů.

Pro bohaté (od určité úrovně bohatství výše) je tedy v diskutovaném modelu maximalizace očekávané hodnoty užítu z bohatství neracionální pojistit se, pro chudší naopak.⁹ Zlomovým případem (prahovou hodnotou bohatství w_1) je úroveň, kdy se při zvýšení důchodu ekonomicky racionální subjekt přestává pojišťovat. Práhová hodnota w_1 je kořenem rovnice:¹⁰

$$h(w) = p \cdot u(w - \Delta w) + (1 - p) \cdot u(w) - u(w - a) = 0$$

Funkci $h(w)$ můžeme interpretovat jako míru síly motivu subjektu k pojištění se. Pro ryze konkávní rostoucí užítkovou funkci $u(w)$ má rovnice $h(w) = 0$ právě jedno

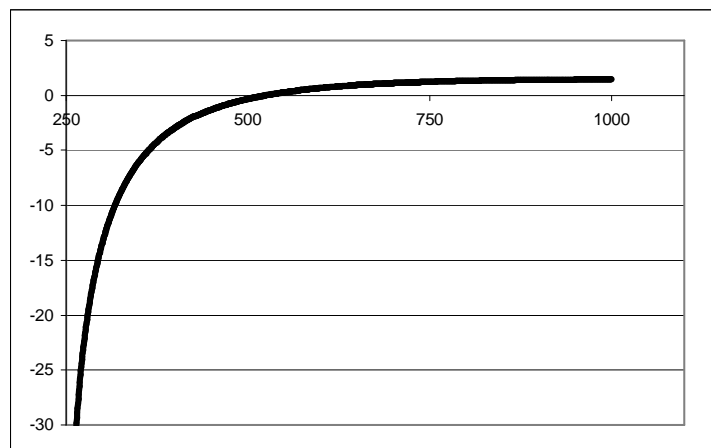
⁸ Ekonomická psychologie prováděla pokusy zformulovat obecnou funkci užítu z bohatství – viz např. (Mosteller F, Nogee P, 1951, ss. 371–404). Výsledky nebyly příliš přesvědčivé, nicméně předpoklad shodné funkce užítu můžeme akceptovat v rámci v mikroekonomii obvyklého předpokladu ceteris paribus (za jinak stejných podmínek).

⁹ Samozřejmě jen tehdy, pokud vůbec má z čeho pojistné ve výši a platit, což předpokládáme. Můžeme tak své úvahy nadále omezit na subjekty s bohatstvím přesahujícím 31 peněžních jednotek.

¹⁰ V ilustračním příkladu jde o rovnici $0,2 u(w - 250) + 0,8 u(w) - u(w - 60)$.

řešení a prahová (zlomová) úroveň důchodu w_1 je tedy dána jednoznačně. V našem ilustračním příkladu znázorněném na *grafu 7* jde o úroveň $w_1 = 522$ peněžních jednotek.

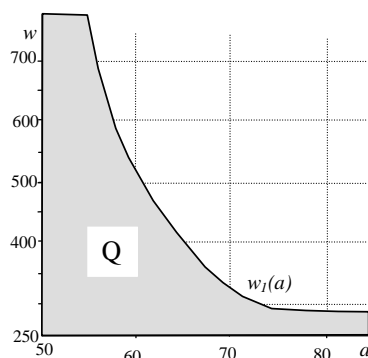
GRAF 7 Zlomová (prahová) úroveň bohatství w_1 v modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství: kořen rovnice $h(w) = 0$



Subjekty s bohatstvím $w < 522$ se tedy při ceně pojistného $a = 60$ peněžních jednotek pojistí, bohatší subjekty nikoliv.

Pro různé úrovně ceny se ochota koupit si pojistné i prahová úroveň bohatství snižují. Na *grafu 8* je znázorněna závislost prahové hodnoty bohatství (tj. velikosti bohatství, nad kterou se subjekty nepojišťují) na ceně pojistného.

GRAF 8 Zlomová (prahová) úroveň bohatství w_1 v modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství v závislosti na ceně pojistného. Pojišťují se subjekty pod prahovou úrovní bohatství $w \leq w_1$, pro které leží bod (w, a) v množině Q



Jaká je důchodová elasticita poptávky v analyzovaném modelu maximalizace očekávané hodnoty užítku? Poptávka je dána danou cenou pojistného vynásobenou počtem subjektů pod prahovou hodnotou bohatství w_1 (která se při nezměněných preferencích

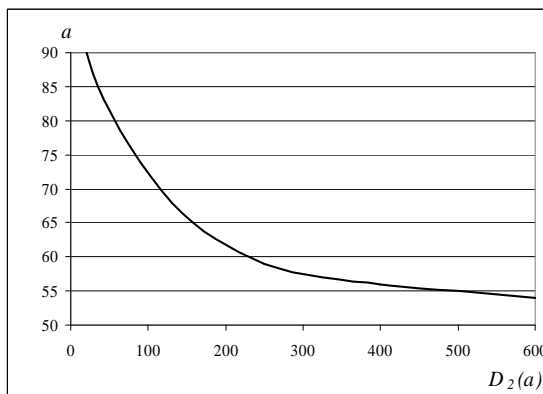
rovněž nemění). Zvýšení důchodu o 1 % způsobí snížení počtu subjektů pod prahovou hodnotou bohatství, tedy důchodová elasticita je záporná. Pojistné je inferiorní statek:

$$E_D^w = \frac{dD(w)}{dw} \cdot \frac{w}{D(w)} < 0$$

Prozkoumejme dále, jaká je cenová elasticita poptávky $E_D^p = \frac{dD(p)}{dp} \cdot \frac{p}{D(p)}$ pro

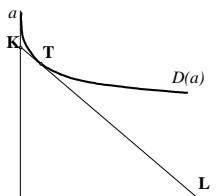
náš příklad. Následující graf 9 je grafem funkce poptávky po pojistném pro případ rovnoměrného rozdělení bohatství¹¹.

GRAF 9 Poptávková funkce po pojistném v modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství



Graf 10 dokumentuje vysokou elasticitu této poptávkové funkce dokonce v celém jejím definičním oboru. Elasticita v bodě $T \equiv [D(a) ; a]$ je dána jako poměr délek TL/TK, což je pro celou poptávkovou křivku číslo větší než 1.

GRAF 10 Elasticita poptávkové funkce po pojistném: podíl délek úseček TL/TK



Poptávka po pojistném je tedy v diskutovaném modelu maximalizace očekávané hodnoty užítku z bohatství pro všechny úrovně ceny pojistného cenově elastická, přičemž míra elasticity s cenou pojistného klesá.

Pojistné je z hlediska von Neumannova-Morgensternova modelu komoditou:

- inferiorní, neboť pojistné poptávají subjekty s nízkým důchodem (a tedy zvýšení důchodu poptávku sníží), nicméně zároveň
- zbytnou, na neboť zvýšení ceny reagují subjekty velmi citlivě.

¹¹ s funkcí hustoty pravděpodobnosti $f(w)$ konstantní v intervalu $I \equiv (M, 4M)$ a nulovou pro $w \notin I$

Tyto vlastnosti von Neumannova-Morgensternova modelu odpovídají realitě pro vysokou a střední úroveň bohatství: čím je takový subjekt bohatší, tím méně atraktivní je pro něj pojistné s cenou převyšující očekávanou hodnotu ztráty (což platí na trhu s pojistným vždy, neboť jinak by byly pojišťovny ve ztrátě).

Nesoulad modelu s realitou pocítujeme pro subjekty s velmi nízkou úrovní bohatství w , pro které je předmět téměř jediným bohatstvím a po zaplacení pojistného by jim téměř nic nezbylo. Takový subjekt se v realitě nepojistí, protože placení pojistného zhoršuje jeho ekonomickou situaci a snižuje tím subjektivně pocítované uspokojení ve větší míře než pojistkou nepokrytá hrozba pojistné události. Velmi chudý dědic nemovitosti nebo automobilu tento předmět nepojistí, protože by mu po zaplacení pojistného hrozil ekonomický kolaps. Riziko ztráty předmětu porovnává s riziky spojenými s relativně významným snížením financí na zajištění životních jistot a volí odmítnutí nabídky pojistného.

Jiným problémem popsaného modelu očekávaného užítku z bohatství, na který upozornila ekonomická psychologie¹², je nedokonalá aditivita bohatství. Jde o to, že lidé – v rozporu s výše předpokládanou ekonomickou racionalitou – člení své výdaje podle účelu (na jídlo, na bydlení, na pojištění) a své přínosy resp. újmy v těchto dílčích položkách ne vždy sčítají.¹³ Navíc rozložení ekonomické akce do více akcí se stejným úhrnem přínosů i újem nebývá lidmi hodnoceno stejně: lidé jsou ochotni zaplatit vysokou cenu spíše po několika menších částkách.¹⁴ Proto při rozhodování se o pojistném hraje roli časové rozložení plateb: subjekt daleko raději přijme pojištění placené průběžně než jednorázové pojištění „předem“ a při průběžné platbě ochotně přijímá vyšší cenu, než by odpovídalo von Neumannovu-Morgensternovu modelu maximalizace očekávaného užítku. Tverského-Kahnemanova nedokonalá aditivita bohatství má tedy vliv na subjektivní míru averze k riziku.

Problematická je i schopnost subjektů objektivně posoudit pravděpodobnost pojistné události a vyhodnotit její možné dopady do svého užítku. Tversky doložil častou netranzitivitu preferencí při rozhodování za nejistoty¹⁵, Edwards výraznou odlišnost subjektivně pocítované pravděpodobnosti od její objektivní úrovně.¹⁶

Zajímavé jsou experimenty s odloženým uspokojením, tedy se zahrnutím času do úvah o pojistném. Preference okamžité spotřeby před odloženou znamená i snížení váhy budoucích nejistot a může vést k subjektivnímu podhodnocení míry rizika. Tuto okolnost studoval např. Friedman (1963). V jeho teorii permanentního příjmu upravují spotřebitelé své úspory tak, aby byl jejich příjem po dobu života udržen na trvalé hodnotě, přičemž spotřeba v budoucnosti je snižována na základě subjektivní míry podhodnocení rizika, kterou Friedman odhadoval mini-

¹² Viz např. (Tversky A, Kahneman D, 1974, ss. 1124–1131, (Frank RH, 1995, ss. 277–304).

¹³ Viz (Tversky A, Kahneman D, 1981, ss. 453–458).

¹⁴ Například oběd s rozloženou cenou za maso a přílohu (85 + 25) je psychologicky přijatelnější než stejný oběd za úhrnnou cenu (110). Richard Thaler zformuloval v této souvislosti dvě pragmatická pravidla pro zvýšení přitažlivosti komerčních nabídek: odloučené zisky (nebalte všechny vánoční dárky do jedné krabice!) a sloučené ztráty (masážní vana se jeví levnější, je-li připočítána k ceně domu, než když je posuzována izolovaně). Viz (Thaler, 1981, ss. 201–207).

¹⁵ Viz (Tversky A, 1969, ss. 31–48).

¹⁶ Viz: Edwards W: The Theory of Decision Making, *Psychological Bulletin*, 51, 1954, ss. 380–417.

málně na 30 % (a podstatně více v ekonomickém prostředí s dvojcifernou inflací). To způsobuje i podhodnocení rizika při rozhodování se o pojištění.

Zajímavou cestou k vysvětlení některých jevů v oblasti rozhodování za nejistoty odporujících standardním ekonomickým modelům (včetně von Neumannova-Morgensternova modelu maximalizace očekávaného užítku) představuje asymetrické ocenění vlastního bohatství, popsáné v následujícím oddíle.

3. Poptávka po pojištění v modelu Kahnemana a Tverského (prospektová teorie)

Psychologové si povšimli, že lidé často hodnotí svou ekonomickou situaci nikoli podle absolutní úrovně bohatství (důchodu), nýbrž podle jeho změny, resp. podle odchylky od výchozí situace. Tento aspekt lidské psychiky zohledňuje prospektová teorie Kahnemana a Tverského.¹⁷ Funkce užítku v rámci této teorie:

a) je ryze konvexní v oblasti ztrát oproti tzv. referenčnímu bodu R a ryze konkávní v oblasti zisků oproti tomuto referenčnímu bodu, což odpovídá předpokladu klesající citlivosti na podnět při jeho zintenzivňování, tedy předpokladu klesajícího mezního užítku z rostoucího zisku a klesajícího mezního poklesu užítku při rostoucí ztrátě;¹⁸

b) je v oblasti ztrát strmější než v oblasti zisků, tj. vykazuje vyšší pokles užítku při ztrátě jednotky příjmu v porovnání s nárůstem užítku při získání jednotky příjmu. To koresponduje se skutečností, že lidé při svém rozhodování věnují vyšší váhu ztrátě než stejně vysokému zisku.¹⁹

Jedná se tedy jednak o asymetrickou užítkovou funkci, která vykazuje averzi k riziku v oblasti zisků, ale naopak „zálibu“ v riziku v oblasti ztrát oproti referenčnímu bodu, který je jejím inflexním bodem²⁰, a jednak o transformace objektivních pravděpodobností na subjektivní pomocí váhové funkce, jež zohledňuje lidský sklon nadhodnocovat pravděpodobnost extrémně nepravděpodobných událostí.

Tomu odpovídá *graf 11* funkce užítku v Kahnemanově-Tverského pojetí: nomi-

¹⁷ Viz (Kahneman D, Tverski A, 1981, ss. 453–458) nebo (Frank, 1995, s. 283), (Skořepa M, 2004, ss. 1–15).

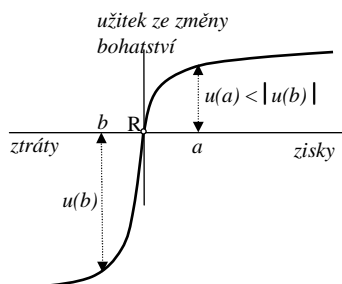
¹⁸ V pozdější kumulativní prospektové teorii (Kahneman D, Tverski A, 1992) jsou předpoklady o konvexně-konkávním tvaru užítkové funkce modifikovány v tom smyslu, že se konkávnost mění v konvexnost a naopak v případě, kdy je velmi malá pravděpodobnost extrémního výsledku. Viz také (Skořepa M, 2006).

¹⁹ Tvar užítkové funkce u byl Kahnemanem a Tverským odvozen na základě empirických zjištění. Podle nich je strmost užítkové funkce v oblasti ztrát cca 2,2krát vyšší než v oblasti zisků. Pro komparace v oddílu 5 tohoto příspěvku, porovnávacím model EUT (oddíl 2), prospektovou teorii Kahnemana a Tverského (oddíl 3) a model maximalizace paretoovské pravděpodobnosti přežití (oddíl 4), používáme v oblasti zisků shodnou užítkovou funkci jako v předchozím odstavci, tj. $u(w) = 1000 \cdot \sqrt[4]{w/1000}$ pro $w \geq 0$, a v oblasti ztrát předpokládáme konstantní relativní averzi ke ztrátě oproti zisku: $u(w) = -2,2 \cdot u(-w)$ pro $w < 0$.

²⁰ V pozdější verzi své teorie (tzv. kumulativní prospektová teorie, CPT) autoři v reakci na nové empirické poznatky zavedli závislost tvaru oceňovací funkce na velikosti pravděpodobnosti zisku nebo ztráty, přičemž odlišují vztah k riziku při normálních a při extrémních odchylkách od referenčního bodu.

nálně nižší ztráta má větší vliv na užitek subjektu v porovnání s vlivem nominálně vyššího nárůstu bohatství tohoto subjektu: Tedy: ačkoliv je $a > |b|$, platí $u(a) < |u(b)|$.

GRAF 11 Kahnemanova-Tverského užítková funkce



Přitom míra konvexnosti, resp. konkávnosti klesá se vzdáleností od referenčního bodu R, což odpovídá poznatkům psychologie²¹, podle nichž při růstu síly impulsu klesá dopad, který má na lidskou psychiku marginální zvýšení impulsu o jednotku.

Vedle funkce užitku $u(x)$ je v Kahnemanově-Tverského teorii pro rozhodování za nejistoty rozhodující i transformace objektivních pravděpodobností na subjektivní. Ekonomická psychologie prokázala, že lidé mají sklon nadhodnocovat pravděpodobnost extrémně nepravděpodobných událostí a naopak podceňovat pravděpodobnost běžných jevů. To zachycuje prospektová teorie pomocí váhové funkce, jež převádí objektivní pravděpodobnost jevu p na subjektivní pravděpodobnost

$$\pi(p) = \frac{p^\delta}{\sqrt[\delta]{p^\delta + (1-p)^\delta}},$$
 přičemž $\delta \in (0;1)$ je parametr určující míru nadhodnocení pravděpodobnosti.²²

Například pro subjekt s majetkem M , který má možnost pojistit se částkou q proti pojistné události přinášející ztrátu Z s pravděpodobností p , je v Kahnemanově-Tverského prospektové teorii rozhodující relace $\pi(p) \cdot u(M - Z) \sim \pi(1 - p) \cdot u(M - q)$. Podobně při rozhodování o koupi losu v ceně g s výhrou V s pravděpodobností p je zde rozhodující relace $\pi(p) \cdot u(M + V) \sim \pi(1 - p) \cdot u(M - q)$. Tato oceňovací složená funkce $\pi * u$ v Kahnemanově-Tverského prospektové teorii je tedy modifikovanou funkcí užitku (modifikovanou vynásobením váhovou funkcí $\pi(p)$), přičemž pro „rozumné“ hodnoty parametru δ (tj. pro hodnoty adekvátní míře nadhodnocení pravděpodobnosti pojistné události v řádu maximálně stovek procent) se tím nemění konvexně-konkávní tvar ani skutečnost, že tato funkce je v oblasti ztrát strmější než v oblasti zisků.

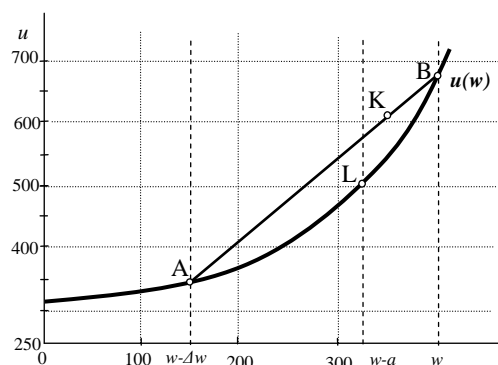
²¹ např. Weberův-Fechnerův zákon, podle kterého je minimální vnímatelný rozdíl v síle podnětu přibližně úměrný původní intenzitě podnětu – viz (Frank, 1995, s. 297)

²² Rovněž tvar váhové funkce $\pi(p)$ byl Kahnemanem a Tverským odvozen na základě empirických zjištění. Pro následující komparace používáme hodnotu $\delta = 0,7$, při které je nadhodnocení jevu s pravděpodobností 1 % zhruba čtyřnásobné [$\pi(0,7) = 3,8$]. To může odpovídat rozhodování se o pojistném (s pravděpodobností pojistné události v celých procentech), ale ne zdůvodnění rozhodování se o nákupu losu (s pravděpodobností až o několik řádů nižší), což ovšem není tématem tohoto příspěvku.

Vyšší citlivost na ztráty v porovnání se zisky znamená, že tzv. spravedlivá hra (například házení mincí se shodnou výší i pravděpodobností výhry a prohry) je pro náš modelový subjekt přijatelná, nepocituje ji jako újmu. Tento přístup k riziku ovlivňuje jeho rozhodování se o pojistném: Hrozící pojistná událost se ztrátou ve výši b peněžních jednotek má v jeho rozhodování větší váhu než případné zvýšení bohatství o ušetřených a peněžních jednotek za pojistné a subjekt je ochoten pojistit se za podstatně vyšší pojistné, než odpovídá očekávané hodnotě případné ztráty. Pro takto uvažující subjekt je nevýhodná spoluúčast pojištěnce při sníženém pojistném, která by byla při standardní ryze konkávní užitkové funkci (viz oddíl 2) pocíťována jako výhodná.²³ Pomocí Kahnemanovy-Tverského oceňovací funkce můžeme také popsat ekonomicky neracionální respektování utopených nákladů²⁴ při rozhodování: výdaje z vlastní kapsy (byť v minulosti) jsou považovány za ztráty, kdežto náklady příležitosti za (relativně méně hodnocené) ušlé zisky.

Kahnemanova-Tverského oceňovací funkce je citlivá na řazení alternativ. Sloučení zisku a ztráty vede k příznivějšímu hodnocení než jejich oddělené vzetí v úvahu. Změnu v hodnocení situace přinese i pouhé prohození pořadí řešení dílčích problémů.

GRAF 12 Kahnemanova-Tverského oceňovací funkce pro velmi chudý subjekt: ten pojištění neuzavře



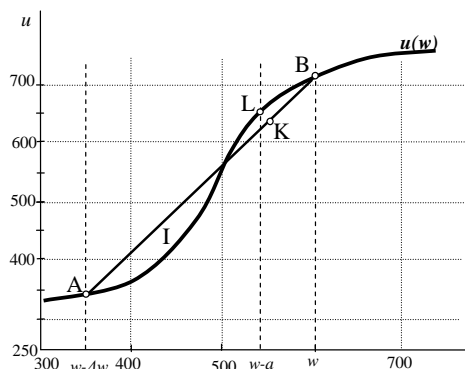
Graf 12 uvádí prahovou hodnotu pojistného pro Kahnemanovu-Tverského oceňovací funkci v prospektové teorii. Oproti obdobné funkci v předchozím oddíle je zde ovšem zásadní rozdíl: pojišťují se subjekty nad prahovou hodnotou. Chudší mají zápornou averzi k riziku (ryze konvexní užitkovou funkci); proto riziko vyhledávají, tedy neeliminují pojistným. Hrozba (s pravděpodobností 1:5) pojistné události se ztrátou 250 peněžních jednotek odpovídá bodu K: jde o bod v jedné pětině (jelikož $p = 20\%$) délky sečny AB blíže k úrovni w . Tento bod leží nad bodem $L \equiv [w - a, u(w - a)]$ pro každou rozumnou cenu pojistného, tj. pro cenu vyšší, než je očekávaná hodnota ztráty $E(\Delta w)$, a nižší, než je hrozící ztráta Δw (v našem příkladu pro cenu $50 \leq a < 250$). Subjekt pod

²³ Viz (Frank, 1995, s. 284).

²⁴ Utopené náklady (sunk costs) jsou v minulosti vynaložené náklady, které nejsou ovlivnitelné rozhodnutím subjektu; ten by je tedy při svém rozhodování neměl brát v úvahu.

inflexním bodem Kahnemanovy-Tverského oceňovací funkce v prospektové teorii pojištění odmítne proto, že má zálibu v riziku.

GRAF 13 Kahnemanova-Tverského oceňovací funkce pro subjekt ze střední vrstvy obyvatelstva: ten pojištění uzavře



Subjekt, jehož důchod i po případném zaplacení pojistného zůstane nad inflexním bodem Kahnemanovy-Tverského oceňovací funkce, ale kterého by případná pojistná událost dostala pod tento bod (do oblasti se zápornou hodnotou averze k riziku), můžeme charakterizovat jako subjekt ze střední vrstvy obyvatelstva. Je zachycen na *grafu 13*.

Pro bohaté subjekty platí totéž co v minulém oddíle: při extrémně vysokém důchodu (přesahujícím prahovou hodnotu) se pojištění přestává vyplácet.

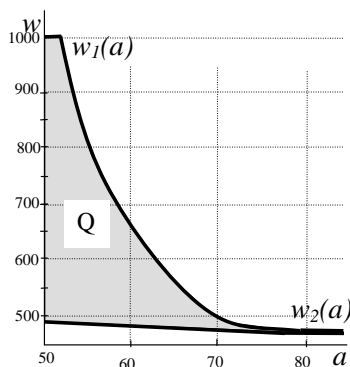
Přístup k pojištění pro Kahnemanův-Tverského subjekt se tedy liší od přístupu maximalizujícího očekávaný užitek z bohatství, zejména pokud jde o podprůměrně situované subjekty. Zatímco v předchozím modelu se chudí pojišťovali, zde se naopak nepojišťují. Pokud jde o bohaté subjekty, jejich strategie se oproti předchozímu modelu liší jen v tom, že se může zvýšit prahová úroveň bohatství, nad kterou se subjekty pojistí. Toto případné snížení prahové hodnoty nastane tehdy, když je prahová hodnota těsně nad inflexním bodem Tverského-Kahnemanovy křivky.

Oproti přístupu maximalizujícímu očekávaný užitek z bohatství je poptávková funkce po pojištění výrazně méně cenově elastická. Chudý subjekt je zde vyhledavačem rizika (má zápornou averzi k riziku), a proto na snížení ceny pojištění nereaguje. Hranice, nad kterou se pojistí bohatý subjekt, je dána více polohou referenčního (inflexního) bodu než výší pojištění – viz *graf 14 a 15*.

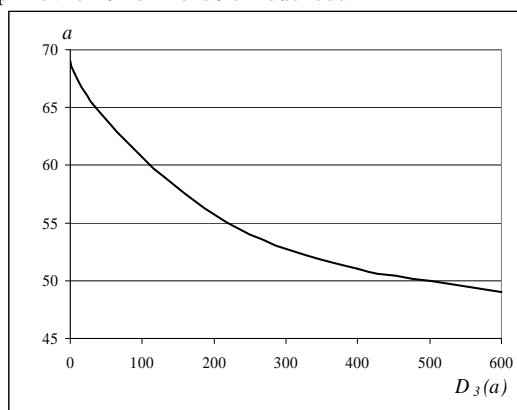
Trh s pojištěním v Kahnemanově-Tverského modelu má v porovnání s modelem uvedeným v oddílu 2 nižší a cenově méně elastickou poptávku. Naproti tomu důchodová elasticita poptávky je pro Kahnemanovu-Tverského asymetrickou oceňovací funkci vyšší, protože při nárůstu důchodu se část subjektů přesouvá mezi bohatší subjekty, které jsou na rozdíl od chudších rizikově averzní. Vysokou důchodovou elasticitu vykazuje proto Kahnemanova a Tverského oceňovací funkce zejména v okolí svého inflexního bodu.

Zatímco v modelu s maximalizací očekávaného užitku z bohatství jsme zaznamenali paradoxní pohled na pojištění se nejchudších (chudáci se pojišťují tím víc, čím jsou chudší), v Kahnemanově-Tverského přístupu se podařilo zachytit v realitě existující odklon chudých od pojištění. Sporný je ovšem motiv: záporná averze k riziku. Jestliže

GRAF 14 Zlomové (prahové) úrovně bohatství w_1, w_2 v modelu s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí v závislosti na ceně pojistného a . Pojišťují se subjekty nad prahovou úrovní bohatství $w \geq w_2$ a pod prahovou hranicí $w \leq w_1$, pro které bod (a, w) leží v množině Q



GRAF 15 Poptávková funkce po pojistném v modelu s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí při rovnoměrném rozdělení důchodu



tento rys v chování chudších vrstev reálně existuje například u sázkových her, u pojistného je to víc než sporné. Navíc v Kahnemanově-Tverského modelu se nepojišťují ani střední vrstvy obyvatelstva, které v realitě mají rozhodující podíl na poptávce po pojištění.

4. Komparace poptávkových funkcí modelových přístupů A,B,C (z oddílu 1,2,3)

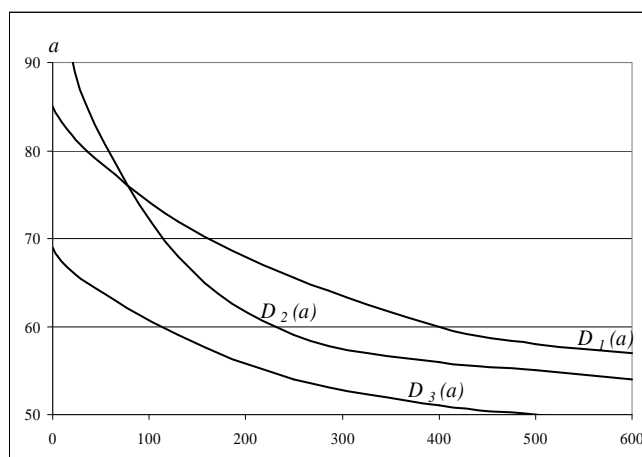
Porovnání poptávkových funkcí po pojistném v předchozích třech oddílech uvádí graf 16.

Nejnižší poptávku při nižších cenách logicky vykazuje Kahnemanův-Tverského model, protože vyřazuje z poptávky po pojistném všechny podprůměrně bohaté (svým předpokladem o pozitivním vztahu k riziku ve své levé konvexní části definičního oboru). Při ceně vyšší, než je prahová hodnota, je zde poptávka nulová.

Naopak vysoké ceny odrazují nejméně v modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství, neboť zde má podstatná část subjektů pozitivní vztah k riziku.

GRAF 16 Porovnání poptávkových funkcí po pojistném:

$D_1(a)$: model maximalizace pravděpodobnosti přežití
 $D_2(a)$: model maximalizace očekávaného užítku z bohatství
 $D_3(a)$: model s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí



Nejcitelněji omezí poptávku při vysokých cenách model maximalizace pravděpodobnosti přežití. Nejvyšší poptávku pro podprůměrně ekonomicky situované subjekty vykazuje samozřejmě model maximalizace očekávaného užítku, neboť zde se pojišťují i nejchudší. Pro nadprůměrně ekonomicky situované je předpokládaná reakce v modelu maximalizace očekávaného užítku z bohatství stejná jako u Kahnemanova-Tverského modelu, přičemž vyřazených je více než v modelu maximalizace pravděpodobnosti přežití. Nejnížší cenovou elasticitu (v celé definičním oboru) proto vykazuje Kahnemanův-Tverského model, nejelastičtější je poptávka po pojištění u von Neumannova-Morgensternova modelu maximalizace očekávané užítku z bohatství.

Přehledné porovnání analyzovaných modelů co do cenové i důchodové elasticity poptávky prezentuje *tabulka 1*.

TABULKA 1 Porovnání modelů podle elasticity poptávky

model	elasticita poptávky po pojištění	
	cenová	důchodová
A (maximalizace paretoovské pravděpodobnosti přežití)	střední	střední
B (von Neumannův-Morgensternův)	vysoká, pojistné je zbytnou komoditou	záporná, pojistné je inferiorní komoditou
C (Kahnemanův-Tverského)	nízká, pojištění je obtížně substituovatelnou komoditou	vysoká, pojistné je luxusní komoditou

Velmi odlišná je pro tři uvažované modely struktura pojištěnců podle bohatství. Pokud rozdělíme obyvatelstvo podle výše bohatství do pěti skupin (velmi chudí, chudí, nižší střední vrstva, vyšší střední vrstva, velmi bohatí), lze říci, že při střední („ro-

zumné“) vyšší pojistného a se v modelu maximalizace (klesajícího) užítku z bohatství pojistí velmi chudí, chudí, nižší i vyšší střední vrstva obyvatelstva, tedy všichni až na nejbohatší nad prahovou hodnotou bohatství $w_1(a)$, znázorněnou na grafu. 3. V modelu s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí se pojišťují pouze subjekty z vyšší střední vrstvy, konkrétně subjekty s bohatstvím v úrovni spadající do intervalu $w \in (w_{infl}+a; w_1(a))$, kde w_{infl} je inflexní bod Kahnemanovy-Tverského oceňovací funkce. Pokud platí $w_{infl} + a > w_1(a)$, nepojistí se nikdo. V modelu maximalizace paretoovské pravděpodobnosti přežití se při střední úrovni pojistného pojistí chudí a nižší i vyšší střední vrstva obyvatelstva (viz graf 14).

Zvyšující se pojistné odradí postupně všechny subjekty ve všech modelech, nejpozději velmi chudé v modelu maximalizace užítku z bohatství a vyšší střední vrstvu v modelu s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí. Nízké pojistné blízké úrovni očekávané hodnoty ztráty $E(\Delta w)$ by v modelu maximalizace užítku z bohatství akceptovali všichni, v modelu s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí jen vyšší střední vrstva a bohatí a v modelu maximalizace paretoovské pravděpodobnosti přežití všichni s výjimkou extrémně nemajetných. Přehledně to ilustruje *tabulka 2*, udávající, v kterých modelech se ty které skupiny obyvatelstva pojišťují.

TABULKA 2 Kdo se z hlediska tří porovnávaných modelů pojistí?

- A – model maximalizace paretoovské pravděpodobnosti přežití
 B – von Neumannův-Morgensternův model maximalizace užítku z bohatství
 C – model s Kahnemanovou-Tverského oceňovací funkcí

vrstva obyvatelstva	pojistné		
	nízké	střední	vysoké
velmi chudí	B	B	B
chudí	A,B	A,B	B
nižší střední	A,B	A,B	-
vyšší střední	A,B,C	A,B,C	C
velmi bohatí	A,B,C	-	-

Model maximalizace očekávané hodnoty užítku von Neumanna a Morgensterna vykazuje silící motiv k pojištění při poklesu důchodu i pro subjekty s extrémně špatnou ekonomickou situací, což je nereálné. Reálně se pojišťují střední vrstvy obyvatelstva. Kdo není ani extrémně bohatý, ani extrémně chudý, může (na rozdíl od velmi chudých) zaplatit pojištění bez velkých obětí a je k tomu motivován, protože (na rozdíl od velmi bohatých) by pro něj případná pojistná událost znamenala značnou (až likvidační) újmu. Naproti tomu velmi chudí se v realitě nepojišťují.

Skutečnost, že mezi pojištěnci se prakticky nevyskytují velmi chudí, zohledňuje model maximalizace pravděpodobnosti ekonomického přežití i model Kahnemana-Tverského, kde se ovšem (v rozporu s realitou) rozhodnou nepojistit se všechny podprůměrně ekonomicky situované ekonomické subjekty. Rozdíl mezi modelem Kahnemana-Tverského a modelem maximalizace pravděpodobnosti přežití je především v předpokládaném motivu k rozhodnutí „nepojistit se“ pro podprůměrně ekonomicky situované subjekty. V prvním případě je (v otázkách spojených s pojištěním zjevně nereálným) důvodem záliba těchto subjektů v riskování (tj. záporná averze k riziku typická pro hazardní hráče), v druhém případě je příčinou nedostatek peněžních pro-

středků, který způsobuje, že na zaplacení pojistného ekonomický subjekt buď vůbec nemá, nebo by toto zaplacení bylo spojeno s neadekvátním snížení jeho životní úrovně.

Z uvedených důvodů ze tří diskutovaných modelů neskromně pokládáme náš model maximalizace pravděpodobnosti přežití za více korespondující s reálným chováním ekonomických subjektů na trhu s pojištěním, a to jak v porovnání s maximalizací užítku z důchodu von Neumanna-Morgensterna, tak v porovnání s propektovou teorií Kahnemanovou a Tverského.

LITERATURA

- Bernoulli D (1954): Specimen theoriae novae de mensura sortis. Původně publikováno 1738, anglický překlad: *Economica*, 22:23–36.
- Edwards W (1954): The Theory of Decision Making, *Psychological Bulletin*, 51:380–417.
- Frank RH (1994): *Microeconomics and Behavior*. McGraw-Hill, Inc., 1994.
- Frank RH (1995): *Mikroekonomie a chování*. Praha, Svoboda, 1995.
- Fiedman M (1963): Windfalls, the „horizon“, and related concepts in the permanent income hypothesis. In: Christ CF et al.: *Measurement in Economics*, Stanford University Press, ss. 3–28.
- Gul F (1991): A theory of disappointment in decision making under uncertainty. *Econometrica*, 59:667–686.
- Hlaváček J a kol. (1999): *Mikroekonomie sounáležitosti*. Praha, Karolinum, ss. 106–109.
- Hlaváček J (2000): Zobecněné mikroekonomické kritérium. *Politická ekonomie*, (4):515–529.
- Hlaváček J, Hlaváček M (2004): Petrohradský paradox a kardinální funkce užítku. *Politická ekonomie*, (1):48–60.
- Kahneman D, Tversky A (1981): The Framing of Decision and the Psychology of Choice. *Science*, 211:453–458.
- Kahneman D, Tversky A (1986): Rational Choice and the Framing of Decisions. *Journal of Business*, 59:251–278.
- Lea SEG, Tarry RM, Webley P (1987): *Individual in the Economy*. Cambridge University Press.
- Loewenstein GF, Thaler RH (1989): Anomalies, Intertemporal Choice. *Journal of Economic Perspectives*, 3(4): 181–193.
- Loomes G, Sugden R (1982): Regret theory: an alternative theory of rational choice under uncertainty. *Economic Journal*, 92:805–825.
- Machina MJ (1982): Expected utility analysis without the independence axiom. *Econometrica*, 50:277–323.
- Mosteller F, Noguee P (1951): An Experimental Measurement of Utility. *Journal of Political Economy*, 59:371–404.
- Neumann J von, Morgenstern O (1953): *Theory of Games and Economic Behavior*. Princeton University Press.
- Skořepa M (2004): Daniel Kahneman a psychologické základy ekonomie. *Politická ekonomie*, 52(2):247–255.
- Skořepa M (2006): Zpochybnění deskriptivnosti teorie očekávaného užítku. Praha, FSV UK, *WP IES*, č. 7, ss. 1–15.

Starmer C (2000): Developments in non-expected utility theory: the hunt for a descriptive theory of choice under risk. *J. of Economic Literature*, 38:332–382.

Thaler RH (1981): Some empirical evidence on dynamic inconsistency. *Economic Letters*, 8: 201–207.

Thaler RH (1985): Mental Accounting and Consumer Choice. *Marketing Science*, 4.

Tversky A (1969): Intransitivity of Preferences. *Psychological Review*, 76:31–48.

Tversky A, Kahneman D (1974): Judgment under Uncertainty: Heuristic and Biases. *Science*, 185:1124–1131.

Tversky A, Kahneman D (1981): The Framing of Decision and the Psychology of Choice. *Science*, 211:453–458.