

# 基于理性遗传算法的模糊系统辨识

薛 梅, 巩艳华

XUE Mei, GONG Yan-hua

鲁东大学 现代教育技术教学部, 山东 烟台 264025

Department of Modern Teaching Technology, Ludong University, Yantai, Shandong 264025, China

E-mail: xiaoxue619@163.com

**XUE Mei, GONG Yan-hua. Rational genetic algorithms-based fuzzy modeling identification. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(14):73-75.**

**Abstract:** The problems of identification of a T-S fuzzy model are presented in this paper. The rational genetic algorithm as a new identification is proposed. Based on the universal approximation of the T-S fuzzy system, the structure of the fuzzy model is constructed. Then through the new identification method, the result of the identification can be gotten.

**Key words:** T-S fuzzy systems; rational genetic algorithms; identification

**摘要:** 针对模糊系统辨识的复杂问题, 提出基于理性遗传算法的模糊系统辨识。模糊系统辨识包括前件结构、参数辨识和后件结构、参数辨识, 在利用模糊系统的通用逼近性的基础上, 采用理性遗传算法对模糊模型进行辨识, 并给出仿真结果, 其结果表明理性遗传算法在进行离线辨识中是一种十分有效的方法。

**关键词:** T-S 模糊系统; 理性遗传算法; 辨识

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.14.020   **文章编号:** 1002-8331(2008)14-0073-03   **文献标识码:** A   **中图分类号:** TP273

## 1 引言

大多数情形下的过程辨识都是采用输入输出数据对进行辨识的, 这是因为在输入输出数据对之间的关系就是一个全局的函数。通常采用统计的方法进行参数辨识的。对于这种辨识应用在线性过程中有很好的效果, 但是对于非线性过程的辨识就很困难了。实现对非线性过程的辨识的一种思路就是先采用一组线性映射构成非线性函数来逼近非线性过程, 然后对这组线性映射进行辨识。模糊系统就具有这种性质, 而且由于模糊系统本质上就是非线性的和模糊系统本是具有通用逼近性能(构造适当的话还可以具有高阶逼近性能)<sup>[1]</sup>, 采用模糊系统来逼近要辨识的函数, 然后再对模糊系统进行辨识。

对于模糊系统的辨识, 就可以针对局部输入输出数据对来辨识模糊系统的每一个模糊推理规则, 由于每一个模糊推理规则都是由前件和后件构成的, 对于采用 T-S 模糊模型的模糊系统, 其后件就是一个线性方程, 对这样的模糊系统进行辨识, 就是要辨识出前件的结构和参数、后件的结构和参数。

本文首先在第 2 章给出模糊模型。进而在第 3 章提出一种新的遗传算法, 第 4 章采用新的遗传算法进行辨识并给出仿真结果。

## 2 模糊模型

本文采用的模糊模型是 T-S 模糊模型, 下面对模糊模型进行构造分析。

模糊模型通常有以下几个部分组成(见图 1):(1) 输入的模糊化;(2) 语言规则(库);(3) 模糊逻辑推理机;(4) 输出的去模糊化。

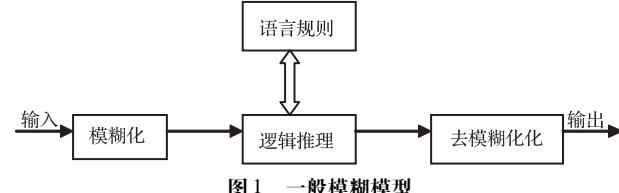


图 1 一般模糊模型

模糊模型的语言规则, 简记为  $R$ , 对于 T-S 模型, 其形式如下:

$$R_i: \text{如果 } x_1 \text{ 为 } A_{i1}, x_2 \text{ 为 } A_{i2}, \dots, x_n \text{ 为 } A_{in}, \text{ 则} \\ y_i = a_{i0} + a_{i1}x_1 + \dots + a_{in}x_n \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (1)$$

这里  $i$  表示规则的号码,  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) 称为条件部分的变量,  $y$  为结论部分的变量。 $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) 为某一常数。 $A_i$  代表模糊子集, 由文[1]可知, 此模糊子集为三角形的模糊集同样的具有通用逼近性, 而且结构简单容易辨识。对于每一个变量的模糊划分均采用文[1]的形式, 即每一个模糊子集均有均由三角形的左半隶属函数或右半隶属函数或是两者共同构成的。定义如下:

**定义 1** 具有如下形式的函数可以称为半隶属函数:

- (1)  $A(x)$  在区间  $[a, b]$  中是连续的;
- (2)  $0 \leq A(x) \leq 1$  且至少有一端点满足  $A(x_0) = 1$ ;

(3)  $A(x) = 0, \forall x \notin [a, b]$ 。

**定义2** 满足定义1且具有如下形式的函数可以称为右半隶属函数,记为  $A^R(x)$ 。

(1)  $A(a) = 1$  且  $A(b) = 0$ 。

**定义3** 满足定义1且具有如下形式的函数可以称为左半隶属函数,记为  $A^L(x)$ 。

(1)  $A(a) = 0$  且  $A(b) = 1$ 。

显然采用三角形满足上述定义的,且在构造隶属函数的过程中,采用如下方法:

$A_i(x) (i=2, \dots, n-1)$  由定义在区间  $[x_{i-1}, x_i]$  上的左半隶属函数  $R_i^L(x)$  和定义在区间  $[x_i, x_{i+1}]$  的右半隶属函数  $R_i^R(x), A_0(x)$  由定义在区间  $[x_0, x_1]$  的右半隶属函数  $R_0^R(x)$  单独构成,  $A_n(x)$  由定义在区间  $[x_{n-1}, x_n]$  的右半隶属函数  $R_n^L(x)$  单独构成。采用三角形后,并采用全交叠形式,具有如下形式(见图2)。

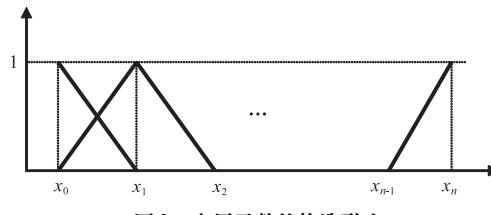


图2 隶属函数的构造形式

由于是T-S模型,规则后件是线性函数。由文[1]可知,在通用逼近性方面,采用中心平均去模糊化方法要优于或等价于其他方法。对于输入为  $(x_{01}, x_{02}, \dots, x_{0n})$ ,输出  $y^*$  为

$$y^* = \frac{\sum_{i=1}^q w^i y^i}{\sum_{i=1}^q w^i} \quad (2)$$

其中  $q$  是模糊规则数,  $y^i$  是第  $i$  个规则后件函数,权值  $w^i$  表示第  $i$  个规则的所有规则前件组合成的实值表述如下:

$$w^i = \prod_{j=1}^p A_j^i(x_{0j}) \quad (3)$$

### 3 理性遗传算法

一般的遗传算法的实质是一种并行的随机搜索策略,缺乏对进化方向的把握,除了根据适应度的大小来判断个体优劣并对个体进行选择外,没有更多的确定化信息能够知道随即过程的进行。而人面对复杂问题求解时的决策过程是在已有的经验、知识和期望结果的激励下进行的<sup>[2]</sup>。按照 Simon 对决策过程的划分,这是一种过程理性的决策原则。按照这种过程理性原则来实现理性遗传算法,就是在遗传操作中以尽可能趋向适应度增大的方向进化为准则这就意味着理性遗传算法中应该能够实现某种形式的遗传信息的反馈以指导遗传操作的进行,或存在一定的规则能辅助遗传操作对个体进行有效的调整或变换<sup>[3]</sup>(见图3)。

符号说明:

$X$  代表个体,用十进制编码,且为一参数矩阵;

$XX_N$  代表有  $N$  个个体的群体;

$S$  代表个体空间;

$f(X)$  代表个体适应度;

$T = \{T_m, T_c, T_s, Tr\}$  为遗传操作子集,包含变异,交叉,选

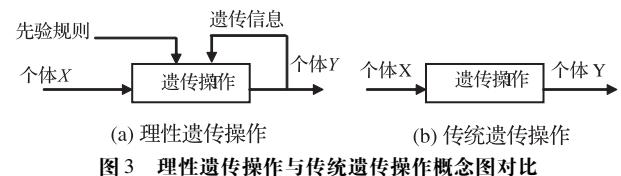


图3 理性遗传操作与传统遗传操作概念图对比

择及规则4 个算子集;

$T(XX_N)$  表示种群  $XX_N$  经遗传操作后得到的个体的集合;

$GI(X)$  表示一个个体在其生命周期内对其进化方向的评价,它是与  $X$  同维的矩阵。若这种评价是完备的,即代表向极值进化的正确方向,则必为下一代进化提供有力的依据,给出定义如下:

$$GI(X) = \begin{cases} sign(X - Y), f(X) \geq f(Y) \\ sign(Y - X), f(X) < f(Y) \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $Y = T(X), T \in T_m \cup T_c$ 。并假定选择采用传统的杰出者选择算子。

### 3.1 理性变异(rational mutation)算子

由于变异是在个体领域内变化,这可以增加种群多样性,反映算法扩张(exploration)能力。首先定义个体年龄:个体的存活代数,用  $age(X)$  表示,  $age(X)$  为正整数。假定搜索空间  $[B, A]$ ,即  $(B)_{ij} \leq (X)_{ij} \leq (A)_{ij}$ ,其中  $(\cdot)_{ij}$  表示矩阵  $i$  行  $j$  列元素。理性变异定义为

$$Trm(X)_{ij} = \begin{cases} (X)_{ij} + a |\Delta X_1|_{ij} * GI(X)_{ij} & age(X) = 1 \\ (X)_{ij} + \min\{b \sqrt{age(X)}, \max[(A)_{ij} - (X)_{ij}, (X)_{ij} - (B)_{ij}]\} * (\Delta X_2)_{ij} & 其他 \end{cases} \quad (5)$$

其中  $a, b > 0, \Delta X_1$  和  $\Delta X_2$  均为随机数阵,  $(\Delta X_1)_{ij} \sim N(0, 1)$ ,  $(\Delta X_2) \sim M(-1, 1)$ ,  $M(-1, 1)$  表示  $[-1, 1]$  上的均匀分布,  $N(0, 1)$  表示均值为 0 方差为 1 的正态分布。

### 3.2 理性交叉(rational crossover)算子

理性交叉算子在实现利用能的同时还应具有扩展能力,并能增强极值搜索。假设要交叉的个体为  $X_1$  和  $X_2$ ,其遗传信息分别为  $GI(X_1)$  和  $GI(X_2)$ ,用  $Trc$  表示理性交叉算子,则

$$Trc(X_1, X_2)_{ij} = \begin{cases} \max((X_1)_{ij}, (X_2)_{ij}) + a[(A)_{ij} - \max((X_1)_{ij}, (X_2)_{ij})] & GI(X_1)_{ij} = GI(X_2)_{ij} = 1 \\ \min((X_1)_{ij}, (X_2)_{ij}) + a[\min((X_1)_{ij}, (X_2)_{ij}) - (B)_{ij}] & GI(X_1)_{ij} = GI(X_2)_{ij} = -1 \\ \alpha \cdot (X_1)_{ij} + (1 - \alpha) \cdot (X_2)_{ij} & GI(X_1)_{ij} GI(X_2)_{ij} = -1 \end{cases} \quad (6)$$

其中,  $\alpha$  为区间  $[0, 1]$  上的随机数,即  $\alpha \in M(0, 1)$ 。

由上式定义的理性交叉算子可看出,对于情况  $GI(X_1)_{ij} GI(X_2)_{ij} = -1$  实际就是传统的交叉运算。为分析上式的进化效果首先定义极值点作用域为由极值点所引起的单调区域,假设  $X_a$  为一极值点,则极值点作用域

$$\begin{aligned} \delta_{X_d} = \{X / \forall Y = \alpha X + (1 - \alpha) X_d, \alpha \in [0, 1], \\ \exists f(X) \geq f(Y) \text{ 或 } \exists f(X) \leq f(Y), X, Y, X_d \in S\} \end{aligned} \quad (7)$$

### 3.3 选择、算子化规则及适应度

选择算子应配合变异和交叉的进行,为下一代进化提供合适的种群。从理性变异的实现看,选择算子不应使已产生的最好个体丢失,但单一杰出者选择往往可能使适应度相对较低而具有很好的分布或进化趋势的个体被舍弃,为此可根据适应度和年龄制定规则来辅助选择算子的进行,这种规则

称为算子化规则, 而且可以将这种算子化规则和适应度相结合, 使算子化规则来独立调整个体已完成某方面的性能指标, 以克服因性能指标多而造成适应度定义的不适应性<sup>[4]</sup>。

理性遗传算法有更快的收敛速度而且其全局收敛性也是得到保障的。

## 4 理性遗传算法在模糊系统模型辨识中的应用

### 4.1 问题描述及求解算法

在式(2)中, 输出  $y^*$  可以用表述成一个由其规则后件的系数构成的线性函数:

$$\begin{aligned} y^* = & a_{10}(g^1) + a_{11}(g^1 x_{01}) + \cdots + a_{1n}(g^1 x_{0n}) + \\ & a_{20}(g^2) + a_{21}(g^2 x_{01}) + \cdots + a_{2n}(g^2 x_{0n}) + \\ & \cdots + \\ & a_{q0}(g^q) + a_{q1}(g^q x_{01}) + \cdots + a_{qn}(g^q x_{0n}) \end{aligned} \quad (8)$$

其中

$$g^i = \frac{w^i}{\sum_{k=1}^q w^k} \quad (i = 1, 2, \dots, q)$$

给定输入输出数据对, 设要求的辨识精度  $\varepsilon$ , 由文[1]可知, 模糊系统的通用逼近精度与模糊子集个数相关, 设逼近精度为  $\varepsilon_1 (< \varepsilon)$ , 由此可推出模糊子集数  $n_i$ ,  $n_i$  表示第  $i$  输入向量的模糊子集数。于是可以构造出十进制编码的个体。

定义适应度为

$$fitness = \frac{1}{\left(\sum_{i=1}^n \frac{|y_i - y_i^*|}{y_i}\right) \times \left(\frac{1}{n}\right)} \quad (9)$$

其中,  $n$  为数据对个数;  $y_i^*$  为  $y_i$  的估计值。

算法如下:

(1) 随机产生 200 个个体, 从中选出适应度最高的 20 个, 作为开始进化的初始种群  $P(0)$ 。遗传信息及个体年龄均置 1;

(2) 对 20 个个体分别进行理性变异;

(3) 对变异得到的 20 个个体计算适应度, 确定个体的遗传信息  $GI(i)$ , 其中  $1 \leq i \leq 20$ , 从第一代开始每 10 代用算子化规则对个体进行一次调整;

(4) 从父代中选出 10 个最好的个体与从子代中选出的 10 个最好的个体组成信种群  $P(i+1)$ ;

(5) 用父代中选出的 10 个最好的个体与子代中最差的 10 个个体随机配对进行理性交叉, 用子代中最好的 10 个个体与父代中最差的 10 个个体随机配对进行理性交叉;

(6) 计算交叉所产生个体的适应度及其遗传信息。如果交叉得到的个体其适应度大于其父代个体, 则替换在新种群中的相应父体。从第 5 代开始每 10 代用算子化规则对个体进行一次调整;

(7) 检验是否满足停止条件。是, 则停止进化, 送出结果; 否则转向(2)。

### 4.2 仿真结果

为了检验这个算法, 可以用如下的非线性函数

$$y = e^{x_1 + x_2}$$

其中  $x_1, x_2 \in [-0.5, 0.5]$ 。由 T-S 模糊系统的通用逼近性可以求得, 为使得辨识误差小于 0.2, 将每个输入变量划分为 6 模糊子集, 则逼近误差小于 0.15。采用理性遗传算法对此模糊系统进行辨识。

经过 50 代进化所得到的结果如图 4 所示。

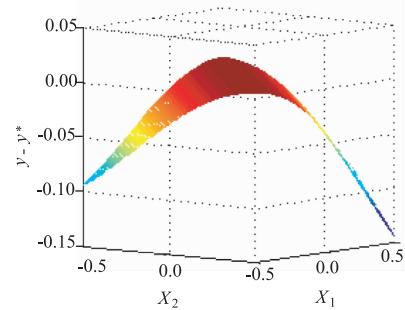


图 4 50 代时的辨识误差图

经过 100 代进化所得到的结果如图 5 所示。

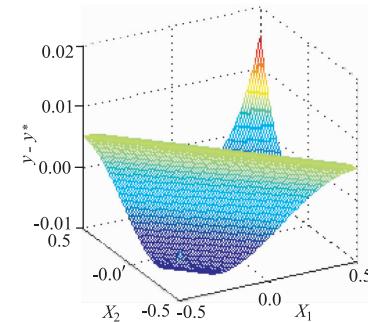


图 5(a) 100 代时的辨识误差图(1)

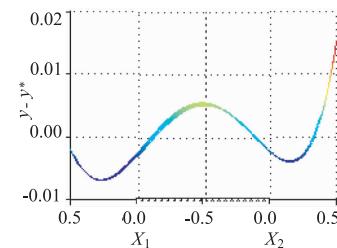


图 5(b) 100 代时的辨识误差图(2)

仿真结果表明, 理性遗传算法在模糊模型的辨识中是一种有效的搜索方法。

## 5 结论

在模糊系统离线辨识中采用理性遗传算法是一种行之有效的方法, 对于理性遗传算法在线模糊系统的辨识中的应用有待研究, 通过改进其搜索速度、提高搜索效率, 采用这种并行算法进行辨识也是很好的一种方向。

## 参考文献:

- [1] Liu Hui-lin, Jiang Fu-xing, Feng Ru-peng. Hierarchical fuzzy systems as universal approximators [C]//FIP2003, 2003: 199–204.
- [2] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control [J]. IEEE Trans Systems, Man and Cybernet, 1985, 15(1): 116–132.
- [3] 景兴建, 王越超, 谈大龙. 理性遗传算法及其在机器人运动协调中的应用 [J]. 自动化学报, 2002, 28(6): 955–961.
- [4] 白治江. 遗传算法的模糊系统研究系统分析与集成 [D]. 上海: 华东师范大学, 2006-01-20.