

# 基于信息熵的异类多种群蚁群算法

邓可<sup>1</sup>,林杰<sup>1</sup>,张鹏<sup>1,2</sup>

DENG Ke<sup>1</sup>,LIN Jie<sup>1</sup>,ZHANG Peng<sup>1,2</sup>

1.同济大学 经济与管理学院,上海 200092

2.西安理工大学 信息系,西安 710048

1.Department of Economics & Management,Tongji University,Shanghai 200092,China

2.Department of Information Engineering,Xi'an University,Xi'an 710048,China

E-mail:dk94@163.com

**DENG Ke,LIN Jie,ZHANG Peng.Multiple heterogeneous ant colonies algorithm based on information entropy.Computer Engineering and Applications,2008,44(36):16-19.**

**Abstract:** This paper presents an Information Entropy Based Multiple Heterogeneous Ant Colonies Algorithm(IEBMHACA).This algorithm uses multiple heterogeneous ant colonies in simultaneous optimization calculation.For each ant colony,evolution degree is expressed by information entropy,so the ants can adaptively choose strategies to exchange information between colonies to achieve dynamic equilibrium between solution diversity and convergence speed.Those strategies include selecting information exchanging object,regulating exchanging cycle and updating pheromone.Experimental results on traveling salesman problem show that this algorithm has a good global searching ability,high convergence speed and solution diversity.

**Key words:** information entropy;multiple heterogeneous;ant colonies algorithm;Travel Salesman Problem(TSP)

**摘要:**提出了一种基于信息熵的异类多种群蚁群算法。算法使用多个异类种群的蚂蚁子群体同时进行优化计算,引入信息熵来表示蚂蚁种群的进化程度,根据蚂蚁子群体间的信息熵来决定子群体间的信息交流策略,包括选择信息交流的对象和调节信息交流的周期以及信息更新策略,以取得各蚂蚁子群体中解的多样性和收敛性之间的动态平衡。基于旅行商问题的实验证明,该算法具有很好的全局搜索能力、收敛速度以及解的多样性。

**关键词:**信息熵;异类多种群;蚁群算法;旅行商问题

**DOI:**10.3778/j.issn.1002-8331.2008.36.004 **文章编号:**1002-8331(2008)36-0016-04 **文献标识码:**A **中图分类号:**TP301

## 1 引言

蚁群算法是1992年由意大利学者Dorigo M等人首先提出的,它是对蚂蚁进行模拟而得出的一种模拟进化算法,该算法不依赖于具体问题的数学描述,有很强的全局优化能力和本质上的并行性,是解决NP-完全问题的有效方法,在求解TSP问题上取得了很好的结果<sup>[1]</sup>。蚁群算法主要包括5个基本系统:蚂蚁系统(Ant System,AS)、精英策略蚂蚁系统(Ant System with Elitist Strategy,ASWES)、优化排序蚂蚁系统(Rank-Based Version of Ant System,RBAS)、蚁群系统(Ant Colony System,ACS)、最大最小蚁群系统(Max-Min Ant System,MMAS)<sup>[2-4]</sup>。然而,单一种群的蚁群算法存在搜索时间长、易于停滞的问题。实际上蚁群是有组织、有分工的,不同种类的蚁群有不同的信息素调控机制,这种分工组织方式对蚁群完成复杂任务具有重要意义。采用多种群的蚁群算法可使多个种群充分加速收敛,

比采用相同总个数的单蚂蚁群体的蚁群算法收敛速度快,在问题规模较大时,这个优点更加突出<sup>[5-7]</sup>。目前,对于多种群蚁群算法的研究主要针对同类种群的蚁群算法(Multiple Congener ant Colonies Algorithm,MCACA);Gambardella<sup>[8]</sup>提出了专门用于解决多目标规划的基于层次结构的多蚁群算法,不同的蚁群针对不同的子目标函数进行求解,蚁群间按照规则进行通信和解交换;Martin等<sup>[9-11]</sup>提出了子群体之间进行信息交流的4种方法,但4种方法存在共同的缺点:子群体间的信息交流缺乏一定的导向性,不利于各子群体根据自身的进化特点选择进行信息交流的对象。对于蚁群算法,在对全局搜索过程中,通常的目标是在前期有较高的探索能力以得到合适的解,而在后期有较高的开发能力以加快收敛速度。为实现上述目标,本文将采用精英策略蚂蚁系统和优化排序蚂蚁系统作为两种蚁群的算法。这两种算法具有较强的互补性,精英策略蚂蚁系统在每次

**基金项目:**国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.70531020);国家863/CIMS主题资助项目(Project supported by the National High-Tech.R&D Program for CIMS,China No.2007AA04Z151);新世纪优秀人才支持计划资助(Program for New Century Excellent Talents in University,China No.NCET-06-0377)。

**作者简介:**邓可(1975-),男,博士,主要研究领域为系统建模与仿真、决策支持系统;林杰(1967-),男,教授,博士生导师,主要研究领域为系统建模与仿真、群体智能;张鹏(1975-),男,博士,主要研究领域为管理信息系统。

**收稿日期:**2008-07-31 **修回日期:**2008-10-13

循环之后给予最优解以额外的信息素量, 以加快最优解的收敛速度, 但是弱点在于很容易过早收敛。基于优化排序的蚂蚁系统在每次迭代后, 对路径进行长度优化排序, 并根据排序结果按照路径的排名进行信息素的激励, 以有效避免某些极优路径被很多蚂蚁过分重视的情况发生, 这样以减缓收敛速度的代价, 尽力避免陷入局部最优的陷阱。将这两种蚁群算法构成异类多种群蚁群算法, 充分发挥各自优势, 扬长避短, 有利于提高算法性能。同时, 在异类多种群的蚁群算法中, 算法将根据当前各蚂蚁种群的进化程度自适应的交换种群之间的信息素, 使算法跳出局部极值点, 因此如何衡量算法是否陷入局部最优是算法的关键。

本文提出了一种基于信息熵的异类多种群蚁群算法(Information Entropy Based Multiple Heterogeneous Ant Colonies Algorithm, IEBMHACA), 将蚁群划分为若干个子群体, 每个种群具有不同的信息素更新机制。运算中, 用信息熵来衡量各个种群自身的解的进化程度, 根据信息熵自适应地选择种群间的通讯策略, 交换各自的最优解和信息素, 完成合作和竞争, 有效地缓解蚁群算法容易早熟、停滞和收敛速度之间的矛盾。

## 2 基本蚁群算法模型

所有的蚁群算法都是在基本蚁群算法的基础上发展起来的, 其转移概率和信息素更新机制如式(1)~(4)所示<sup>[12]</sup>。

状态转移概率  $P_{ij}^k(t)$  公式:

$$P_{ij}^k(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta}{\sum_{s \in allowed_k} \tau_{is}^\alpha(t)\eta_{is}^\beta} & j \in allowed_k \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $allowed_k = \{0, 1, \dots, n-1\}$  表示蚂蚁  $k$  下一步允许选择的城市;  $\tau_{ij}$  是边  $(i, j)$  上的信息素强度;  $\eta_{ij}$  是边  $(i, j)$  的能见度,  $d_{ij}$  是城市  $i$  到城市  $j$  之间的距离,  $\eta_{ij} = 1/d_{ij}$ ;  $\alpha$  和  $\beta$  为两个参数, 分别反映了蚂蚁在运动过程中积累的信息素和启发信息在蚂蚁路径选择中的相对重要性。

蚂蚁完成一次循环, 各路径上的信息素更新的公式:

$$\tau_{ij}(t+1) = (1-\rho) * \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij}(t, t+1), \rho \in (0, 1) \quad (2)$$

$$\Delta\tau_{ij}(t, t+1) = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}^k(t, t+1) \quad (3)$$

$$\Delta\tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{蚂蚁 } k \text{ 在本次循环中经过路径 } (i, j) \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

其中,  $\rho$  为信息素的衰减系数;  $m$  是蚁群中蚂蚁的数量;  $Q$  为常数;  $\Delta\tau_{ij}^k(t, t+1)$  表示第  $k$  只蚂蚁在  $(t, t+1)$  时刻留在  $(i, j)$  路段上的信息素;  $\Delta\tau_{ij}(t, t+1)$  表示本次循环中路段  $(i, j)$  的信息素增量。

## 3 基于信息熵的异类多种群蚁群算法(IEBMHACA)

基本蚁群算法主要由两部分构成: 选择策略和信息素更新机制。从公式(1)中可知, 选择策略的正反馈机制是造成算法易于停滞的根本原因, 而蚂蚁的选择策略直接与路径的信息素大小相关。在算法进行的过程中, 各路径的信息素大小具有不确定性, 因此, 蚂蚁选择哪条路径也表现出不确定性。就全局来看, 这种不确定性越大, 说明算法陷入停滞的可能性越小, 反之, 算法可能出现早熟。传统的多种群蚁群算法, 所用到的种群

是同类蚁群, 即多个种群的算法是基本相同的。多个种群在并行求解后期容易出现停滞现象, 其保持解的多样性的能力有限, 从根本上不能有效减少早熟停滞的现象。本文中, 采用具有不同寻优策略的异类蚁群并行进行优化计算, 并且根据当前各蚂蚁种群的进化程度自适应的交换种群之间的信息素, 达到避免算法早熟的目的。

### 3.1 信息熵

为了描述蚁群的进化程度, 即各种群中蚂蚁在选择路径时的不确定性, 本文引入信息熵作为度量值。熵(Entropy)作为热力学概念, 最早由克劳修斯提出用以描述系统的无序状态。后来熵的概念被引入多个领域, 申农(Shannon)将热力学熵引入信息论提出信息熵, 用于度量信息、选择的不确定性。对于离散

型随机变量, 其信息熵为  $s = -k \sum_{i=1}^n p_i \ln p_i$ , 其中,  $p_i$  为各状态发生的概率, 且满足  $p_i \geq 0, \sum_{i=1}^n p_i = 1$ 。

对于给定的 TSP 问题, 每只蚂蚁完成一个解的构造需要进行连续的  $n$  次搜索以构成一条回路,  $n$  为城市节点的数目, 蚂蚁的每一步选择代表一个状态, 在蚁群算法中, 其状态转移概率如公式(1)所示。设在  $t$  时刻, 蚂蚁  $k$  在节点  $i$  的下一步路径搜索空间为  $L_{ij}^k, j \in allowed_k, allowed_k = \{0, 1, \dots, n-1\}$  表示蚂蚁  $k$  下一步允许选择的城市, 则  $L_{ij}^k$  对应的概率分布为  $P_{ij}^k, P_{ij}^k \geq 0$ , 且  $\sum_{j=1}^k P_{ij}^k = 1, P_{ij}^k$  为蚂蚁  $k$  路径选择的概率向量。因此, 可以定义蚂蚁  $k$  从状态  $i$  到状态  $j$  的信息熵表达式为:

$$s_i^k(t) = -t \sum_{j \in allowed_k} P_{ij}^k(t) \ln P_{ij}^k(t) \quad (5)$$

上式表示在  $t$  时刻, 蚂蚁  $k$  由状态  $i$  到状态  $j$  的不确定性。根据公式(5), 可以表示蚂蚁  $k$  在  $t$  时刻构造解的不确定性, 即蚂蚁  $k$  在  $t$  时刻的信息熵表达式为:

$$s^k(t) = \sum_{i=1}^n s_i^k(t) \quad (6)$$

整个蚁群的信息熵表达式定义为:

$$s(t) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m s^k(t) \quad (7)$$

其中,  $m$  为当前蚁群的蚂蚁数量。公式(7)表示整个蚁群在  $t$  时刻构造解集的平均不确定性, 此定义结合了蚁群算法自身的特点, 将蚁群算法的运算过程与信息熵结合了起来。

由  $s(t)$  的定义可知, 算法初始时各路径的信息素相等, 信息熵值最大, 而后随着特定路径的信息素不断增强, 信息素在各路径间的分布不均衡, 其值逐渐变小, 若群体的信息熵出现持续增大或保持不变时, 则必定发生了成熟前收敛。由此可知, 蚁群信息熵的变化可用来预报群体内成熟前收敛的发生, 同时, 信息熵值越小, 说明蚂蚁种群进化程度越高。因此, 信息熵是自适应调节收敛速度、信息素更新以及群体之间交流信息的依据。

### 3.2 交流子群体的选择

为了保持各个子群体解的多样性, 同时扩大较优解在整个群体中的影响, 各蚂蚁子群体之间要在一定的时间间隔后, 通过最优解和信息素的交换进行信息交流。各个子群体根据信息熵来选择信息交流的对象。设子群体  $i$  选择子群体  $j$  作为进行

表1 IEBMHACA 与 MCACA 实验结果对比表

TSP 问题	最优解		平均解		迭代次数	
	IEBMHACA	MCACA	IEBMHACA	MCACA	IEBMHACA	MCACA
eil51	428.13	428.13	430.30	435.42	172	238
st70	680.49	691.96	684.56	698.77	386	362
eil101	651.19	660.44	658.23	678.43	415	342

信息交流的对象,则  $j$  可由式(8)决定。

$$j = \arg \max_{1 \leq j \leq h} (|s_i - s_j|) \quad (8)$$

其中,  $h$  为子群体的个数,  $s_i, s_j$  分别为当前时刻子群体  $i$  和  $j$  的信息熵。

由公式(8)可见,信息熵大的子群体会选择信息熵小的子群体来交流信息,避免了随机选择的盲目性。信息熵小的子群体路径上的信息素过于集中,可以根据信息熵较大的子群体上的信息来平衡自己的信息素分布,使得大多数的路径都有被选择的机会;反过来,信息熵较大的子群体的路径上信息素较分散,通过与信息熵较小的子群体的交流,适当地将信息素集中,这样都有利于互相交流的两个子群体进一步进化,提高了寻求最优解的潜力。

### 3.3 交流周期的确定

在算法中,子群体间交流的时间间隔并不是固定的,而是根据解的分布情况进行变化,这样有利于在解的多样性和算法的收敛速度两个方面达到平衡。算法根据整个蚂蚁群体的收敛情况来调整子群体之间交流的时间间隔  $gap$ :

$$gap = k_1 \cdot e^{\frac{\sum_{i=1}^h s_i}{h}} \quad (9)$$

其中,  $k_1$  为常数,  $h$  为子群体的个数,  $s_i$  为第  $i$  个子群体的信息熵。

从式(9)可以看出,在蚁群搜索开始阶段,当  $cov = (\sum_{i=1}^h s_i) / h$  的值较大时,整体的信息素都比较分散,表示解的多样性较好,此时交流的时间间隔较大,以免破坏每个子群体内部的搜索。搜索后期随着  $cov$  值的减小,整个蚂蚁群体中信息素都比较集中,不利于各子群体蚂蚁进行进一步的搜索,此时交流的时间间隔可以适当减小,使得优质解在子群体之间得以迅速传播,以改善每个子群体的进化环境。

### 3.4 信息素的自适应更新

设子群体  $i$  根据公式(8)选择与子群体  $j$  进行信息交流,那么子群体  $i$  则会根据  $j$  上的信息来更新自己的信息素,反之亦然。其具体方法是:假设子群体  $j$  的最优解经过路径  $(u, v)$ , 自适应的更新系数  $\lambda$  体现了子群体  $j$  对  $i$  的信息素的影响程度,可以有效避免路径上的信息素过于集中而造成算法的早熟。 $\lambda$  越大,子群体  $j$  在子群体  $i$  的路径  $(u, v)$  上的信息增量就越多,这样可以有效地促进信息素均匀分布在各条路径上,防止子群体  $i$  陷入局部最优:

$$\tau_{uv}^i = \tau_{uv}^i + \lambda \Delta \tau_{uv}^i \quad (10)$$

其中,  $\lambda_{\min}$  与  $\lambda_{\max}$  为常数,分别表示更新系数的最小值和最大值;  $\lambda = |s_i - s_j|$ ,  $\lambda_{\min} < \lambda < \lambda_{\max}$ ,  $\Delta \tau_{uv}^i$  为子群体  $j$  在路径  $(u, v)$  上的信息素。

### 3.5 算法流程

算法流程如下:

步骤1 把蚁群分为多个子群体,每个子群体的蚂蚁数量

相同。初始化设置各个子群体内的参数,信息素矩阵都设为相同的值,设置  $\alpha, \beta, \rho, Q$  等参数。

步骤2 各子群体按照不同的蚁群算法进行独立的路径寻优,一次迭代完成后,各子群体根据公式(7)计算种群当前的信息熵值  $s_i$ 。

步骤3 如果满足子群体进行信息素交换的时间间隔  $gap$ , 根据公式(8)选择进行信息素交换的子群体  $p'(i, j)$ ; 利用子群体  $j$  上解的信息,计算出更新系数  $\lambda$ , 根据公式(10)来更新子群体  $i$  的信息素,采用同样方式更新子群体  $j$  的信息素;重新根据公式(9)计算蚁群进行信息素交换的时间间隔值  $gap$ , 即下一次交换发生在距离当前迭代次数的第几次迭代上;否则,转步骤4。

步骤4 循环执行。如果已经达到最大蚁群迭代次数则退出循环,输出最优路径;否则转步骤2循环执行。

## 4 实验结果及分析

实验选取 eil51TSP、eil101TSP、st70TSP<sup>[13]</sup> 作为实验对象,将基于信息熵的异类多种群蚁群算法 IEBMHACA 和同类多种群蚁群算法 MCACA 性能进行对比,其中 MCACA 算法的信息交换方法参照 Martin Middendorf 总结的子群体之间进行信息交流的最优的环形局部最优解交换方法<sup>[10]</sup>。实验中,算法的蚂蚁总数量相同。本文算法的参数设置如下:精英策略蚂蚁系统的参数为  $a=1, \beta=5, \sigma=4, r=0.1, Q=100$ , 优化排序蚂蚁系统的参数为  $a=1, \beta=3, \rho=\omega=0.05$ , 自适应交换的参数为  $\lambda_{\min}=0.1, \lambda_{\max}=0.4, k_1=10$ , 所有蚁群蚂蚁个数之和  $m$  为 100, 迭代次数为 500 次。

实验结果如表1所示:对于 eil51TSP, 两种算法都找到目前最优解 428.13, 但 IEBMHACA 的迭代次数明显较少。在 st70TSP 中, 两种算法均未能能在 500 次迭代中找到理论最优解 675, 而 IEBMHACA 则找到相对最优解 680.49。而在 eil101TSP 的优化中, 如图1(b)所示, IEBMHACA 则获得更为优良的解曲线, 可以明显看出 IEBMHACA 具有更快的收敛速度和更高的解精度。同时,在多次实验中 IEBMHACA 算法的平均解也优于 MCACA 算法。对种群的数量和配比作了进一步的实验,在不同种群数量下,对于 eil101 城市问题,采用不同的种群算法配比的 IEBMHACA 的求解结果如表2所示。从表中可以看出当种群数量为 4 时,精英蚁群同优化排序蚁群数量比例为 1:3 时有最好的结果。图1(c)是本文算法在求解过程中的解的多样性曲线,其多样性用公式(11)进行计算:

表2 IEBMHACA 异类蚁群数量配比实验结果对比表

种群数	精英蚁群同优化排序蚁群数量比例为 1:1 时求得最优解	精英蚁群同优化排序蚁群数量比例为 1:2 时求得最优解	精英蚁群同优化排序蚁群数量比例为 1:3 时求得最优解
$h=2$	662.43	—	—
$h=4$	659.57	—	651.19
$h=6$	656.42	651.37	—
$h=9$	—	657.79	—

$$DIV(n) = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^{ANT\_NUM} (L_k(n) - avg(L(n)))^2}{ANT\_NUM}} \quad (11)$$

其中,  $ANT\_NUM$  为蚂蚁数,  $L_k(n)$  为第  $n$  代第  $k$  个蚂蚁所经过的路径长度,  $avg(L(n))$  为第  $n$  代所有蚂蚁经过路径长度的平均值。从图中可以看出, 在整个进化过程中, 解的多样性一直很好, 具有不断获得新的最优解的能力, 使得本文算法可以获得全局最优解, 而不易陷入局部最优解。

图 1(d) 是 IEBMHACA 在精英蚁群同优化排序蚁群种群数量配比为 1:3 时, 求解 eil101 城市问题的性能曲线, 图中 4 条曲线分别表示 4 个种群的收敛性能, 粗曲线表示精英策略蚂蚁系统的性能曲线, 其余 3 条表示优化排序蚁群种群的性能曲线。由图中可见, 精英策略蚂蚁系统在求解的初期, 能快速收敛, 给其他 3 个采用优化排序蚁群算法的种群提供启发信息, 后期精英蚂蚁系统性能下降, 但优化排序蚁群算法的种群能弥补其缺点, 进行快速收敛。

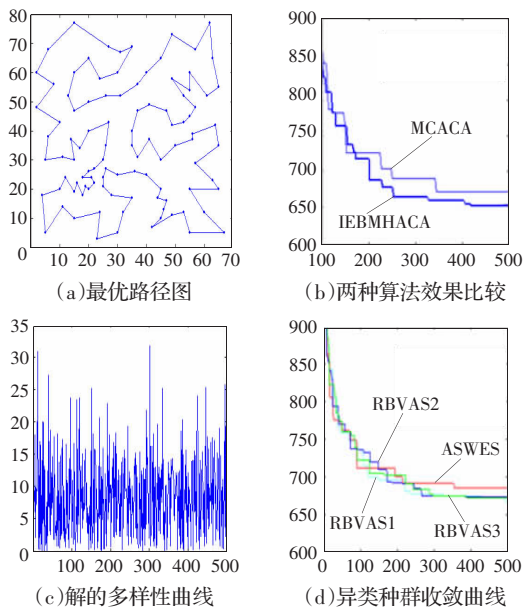


图 1 eil101TSP 实验结果图

## 4 结论

本文提出一种基于信息熵的异类多种群的蚁群算法, 算法将蚂蚁群体划分为若干个子群体, 每个子群体利用具有互补特性的不同种类的蚁群算法并行地进行优化, 以便充分发挥算法机制的优越性。在寻优过程中, 算法根据信息熵来决定蚂蚁群体间的信息交流策略, 包括选择信息交流的对象和调节信息交

流的周期以及信息更新策略, 以取得各蚂蚁子群体中解的多样性和收敛性之间的动态平衡。实验证明该算法比基本同类多种群蚁群算法具有更好的收敛速度和稳定性, 此优点在求解复杂问题时显得尤为重要。下一步的研究工作是将算法应用于复杂的组合优化问题, 以进一步检验算法的性能。

## 参考文献:

- [1] Dorigo M, Maniezzo V, Colomi A. Ant system: Optimization by a colony of cooperating agents[J]. IEEE Transactions on SMC, 1996, 26(1):29-41.
- [2] Bullnheimer B, Hartl R F, Strauss C. A new rank based version of the ant system—A computational study[J]. CEJOR, 1999, 7:25-38.
- [3] Stutzle T. Parallelization strategies for ant colony optimization[C]// Eiben A E, Back T, Schoenauer M, et al. LNCS: Parallel Problem Solving from Nature—PPSN V. Berlin: Springer-Verlag, 1998:722-731.
- [4] Stutzle T, Hoos H H. Max-min ant system[J]. Journal of Future Generation Computer Systems, 2000, 16(9):889-914.
- [5] Talbi E G, Roux O, Fonlupt C, et al. Parallel ant colonies for combinatorial optimization problems[C]// Rolim J. LNCS: Parallel and Distributed Processing, 11 IPPS/SPDP'99 Workshops. Berlin: Springer, 1999:239-247.
- [6] 章春芳, 陈峻, 陈娟. 求解频率分配问题的自适应的多种群蚁群算法[J]. 小型微型计算机系统, 2006, 27(5):837-841.
- [7] Chug Shu-chuan, Riddick J F, Pan Jeng-shyang. Ant colony system with communication strategies[J]. Information Science, 2004, 167(124).
- [8] Gambardella L M, Taillard É, Agazzi G. MACS-VRPTW: A multiple ant colony system for vehicle routing problems with time windows, Technical Report Idsia IDSIA -06-99 LUGANO [R]. Switzerland, 1999.
- [9] Middendorf M, Reischle F, Schmeck H. Multi colony ant algorithms[J]. Heuristics, 2002, 8(3):305-320.
- [10] Middendorf M, Reischle F, Schmeck H. Information exchange in multi colony ant algorithms[C]// Rolim J. LNCS: Parallel and Distributed Computing, Proceedings of the 15 IPDPS 2000 Workshops, Third Workshop on Biologically Inspired Solutions to Parallel Processing Problems (BioSP3), Mai 15, 2000, Cancun, Mexico. Berlin: Springer-Verlag, 2000:645-652.
- [11] Michels R, Middendorf M. An ant system for the shortest common super sequence problem[C]// Crone D, Dario M, Glover F. New Ideas in Optimization. New York: McGraw-Hill, 1999:51-61.
- [12] 段海滨. 蚁群算法原理及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005.
- [13] Reinelt G. TSPLIB95[EB/OL]. <http://www.informatik.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/index.html>.

(上接 10 页)

- [7] Zhao S, Stutzbach D, Rejaie R. Characterizing files in the modern Gnutella network: A measurement study[C]// Proceedings of the SPIE/ACM Multimedia Computing and Networking (MMCN'06), San Jose, CA, 2006.
- [8] Wang Xiao-ming, Yao Zhong-mei, Loguinov D. Residual-based measurement of peer and link lifetimes in gnutella networks[J/OL]. [2007]. <http://ieeexplore.ieee.org/iel5/4215581/4215582/04215635>.

- [9] Li Chun-xi, Chen Chang-jia. On Gnutella topology dynamics by studying leaf and ultra connection jointly in phase space[J]. Computer Networks, 2008, 52:695-719.
- [10] Acosta W, Chandra S. Understanding the practical limits of the gnutella P2P system: An analysis of query terms and object name distributions[C]// Proceedings of the ACM/SPIE Multimedia Computing and Networking (MMCN'08), San Jose, CA, April 2008.