

基于曲率驱动方向性热流的图像修复模型

屈磊, 韦穗, 梁栋, 王年

QU Lei, WEI Sui, LIANG Dong, WANG Nian

安徽大学 计算智能与信号处理教育部重点实验室, 合肥 230039

Key Lab of IC&SP for China Educational Department, Anhui University, Hefei 230039, China

E-mail: qulei@ahu.edu.cn

QU Lei, WEI Sui, LIANG Dong, et al. Inpainting model which based on curvature driven oriented heat-flows. *Computer Engineering and Applications*, 2008, 44(14): 31-33.

Abstract: An inpainting model which based on curvature driven oriented heat-flows is proposed in this paper. In this model, the diffusion toward the inpainting domain can be seen as the coupling of two weighted 1D heat flows along orthonormal directions. The diffusion directions are defined by the local coherence geometry of image and the diffusion strength is a function of curvature. Experimental results show that the emergence of artificial edges can be avoided and the sharp inpainting edges can be achieved by using this model.

Key words: inpainting; curvature; oriented heat-flows

摘要: 提出一种曲率驱动的方向性热流图像修复模型。在该模型中, 信息向待修复区域的扩散被看成是两个相互垂直的 1D 方向性热流的耦合, 其中的扩散方向由图像的局部相关几何决定, 而扩散强度是一个曲率相关的函数。实验结果表明, 该模型不仅能够保证修复边缘的尖锐性还可以减少修复过程中虚假边缘的产生。

关键词: 图像修复; 曲率; 方向性热流

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.14.008 文章编号: 1002-8331(2008)14-0031-03 文献标识码: A 中图分类号: TN911.73

1 引言

数字图像修复(digital inpainting)是当前数字图像处理和计算机图形学中的一个热点问题,其在文物保护、剔除图像或视频中的一些文字、修复网络传输中丢失或损坏的视频信息以及影视特效制作等方面都有很高的应用价值。

现有的大部分非纹理图像修复方法都是基于偏微分方程或变分的方法,一般来说,这些方法可以归结为如下两类:

一类是基于宏观修复机制的方法,其包括 TV(Total Variation)修复模型^[1]、Mumford-Shah-Euler 修复模型^[2]、Euler's elastica 修复模型^[3]等。该类方法都是通过构建一个反应图像先验特征的能量范函,图像修复的过程就是该能量范函的最小化过程。通常最小化能量范函采用的方法是:先求得其对应的 Euler-Lagrange 方程,然后运用最速下降法来迭代地求解该方程。在构建能量范函时一般取梯度和曲率作为自变量,由于曲率是一个 3 阶微分算子,这样要得到含有曲率项的能量范函所对应的 Euler-Lagrange 方程就十分困难,即使得到了 Euler-Lagrange 方程,在数值离散时也要保证算法稳定性也要付出很大的努力。因此,对于该类方法,虽然可得到修复过程

的全局意义,但却大大降低了在设计修复模型时的自由度,难以得到高效、稳定的修复模型。

另一类是基于微观修复机制的方法,其包括 BSCB 模型^[4]、CDD 模型^[5]和 Tschumperlé 模型^[6]等。BSCB 模型的修复思想是沿着等照度线方向平滑地进行信息推进,由于在进行信息推进时各等照度线之间没有信息交互,这样就可能造成修复区域内等照度的交叉与冲突,为了避免上述的缺点,在信息推进过程中必须间隔性地插入各项异性扩散,这样从整体上就难以对其进行严格地数学分析。CDD 模型的修复思想刚好与 BSCB 相反,其是沿着垂直于等照度线方向扩散信息,扩散的强度由曲率和梯度模共同控制,其克服了 TV 修复模型不能保持“连接性准则”的缺点,但是其修复速度很慢^[7]。Tschumperlé 模型主要是将方向性热流扩散应用于图像去噪并取得了非常好的效果,同时其也提及了该模型在修复中的应用,但是在其给出的修复模型中图像信息仅沿着等照度线方向扩散,这样就导致了该模型在条形破损区域难以进行有效的信息扩散,从而导致修复失败或者修复进展缓慢(参图 1(c))。相比宏观机制的修复模型,虽然基于微观机制的

基金项目: 国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No. 60473102, No. 60772121); 安徽省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Anhui Province under Grant No. 2005kj005ZD, No. 2006kj030B); 安徽大学研究生创新计划(the Graduate Student Innovation Plan of Anhui University)。

作者简介: 屈磊(1980-),男,博士生,主要研究领域为计算机视觉、数字图像处理;韦穗(1946-),女,博士生导师,教授,主要研究领域为全息成像显示、图像处理、计算机视觉;梁栋(1963-),男,博士生导师,教授,主要研究领域为计算机视觉、数字图像处理;王年(1966-),男,博士,教授,主要研究领域为计算机视觉、数字图像处理。

收稿日期: 2007-12-10 **修回日期:** 2008-03-11

修复模型一般不再具有对修复过程的宏观解释,但是该类模型在设计上却得到了更大的自由度,且容易保证修复模型的稳定数值实现。

本文提出的修复模型属于上述第二类的微观修复机制方法。借助方向性热流的概念,上述分别沿等照度线方向及其垂直方向的扩散被很好的统一在了一个高效的算法中。与 BSCB 类似,本文模型在沿等照度线方向上进行平滑的信息推进,由局部相关几何来确定等照度线方向可保证在进行信息推进时各等照度线间能够进行有效的信息交互,从而避免了冲突的出现。由 CDD 得到灵感,本文模型引入曲率来控制沿垂直于等照度线方向的扩散,这样就可以有效地克服仅沿等照度线扩散时虚假边缘的产生。借助于方向性热流的迹算子表达,该模型的数值离散实现简单并且稳定。

2 方向性热流扩散

令 I 为 2D 的灰度图像,方向性热流扩散有如下的 PDE (Partial Differential Equation) 形式:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = c_1 I_{uu} + c_2 I_{vv} \quad (1)$$

其中 $u, v \in \mathbf{R}^2$ 且 $u \perp v, c_1, c_2 \in \mathbf{R}$ 且 $c_1, c_2 \geq 0, I_{uu}, I_{vv}$ 分别为 I 沿 u, v 方向的二阶方向导数。该 PDE 描述了两个沿正交方向 u, v 并且分别以 c_1, c_2 加权的 1D 方向性热流扩散运动,此时的扩散行为完全由扩散方向 u, v 及其对应的扩散强度 c_1, c_2 决定。如果 $c_1 = c_2$,则退化为各项同性热扩散。

方程还可写成如下基于扩散张量的迹算子表达式形式:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = c_1 I_{uu} + c_2 I_{vv} = \text{trace}(TH) \quad (2)$$

其中 H 是 I 的 Hessian 矩阵, $T = c_1 uu^T + c_2 vv^T$ 为扩散张量,它是一个 2×2 的半正定对称矩阵,其特征向量及对应的特征值分别为 u, v 和 c_1, c_2 。可见,扩散张量 T 完全描述了该方向性热流 PDE 的局部扩散特性。

3 设计扩散张量 T

要采用上述方向性热流 PDE 进行信息扩散,无论是应用于去噪还是修复,如何选择扩散方向及对应的扩散系数都是一个关键,即如何设计扩散张量 T 。

3.1 设计扩散方向

对于图像修复问题,图像的等照度线在破损区域被断开了,非纹理图像修复算法的目标是平滑地连接这些在破损区域中被断开的等照度线。要实现这样的目的,最直观的想法就是沿着到达破损区域边缘的等照度线方向平滑地向内进行信息扩散^[4,6],这时,首要的问题是如何准确地得到等照度线方向。一般情况下,等照度线的方向取为梯度的垂直方向,但是由于噪声的影响,采用这种方式得到的结果在很多情况下将不能够反应实际的局部结构几何。为了尽量减小在计算等照度线方向时噪声的影响同时保证信息推进时各等照度线间的信息交互,采用了平滑结构张量的方法^[6,8]来获得更相关的局部结构几何。

图像的结构张量 S 定义为:

$$S = \nabla I \nabla I^T \quad (3)$$

其重要的意义在于:结构张量 S 的两特征向量分别为梯度方向及其垂直方向,对应的特征值为沿该方向的梯度幅值的

平方。

对结构张量场进行高斯平滑后,再进行特征值分解就可以得到相关局部结构几何:

$$S^* = S * G_\sigma \quad (4)$$

其中: $G_\sigma = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}\right)$ 是标准偏差为 σ 的高斯核。

令 μ_1^*, μ_2^* 和 η^*, ξ^* 分别为平滑后结构张量 S^* 的特征值及对应的特征向量且令 $\mu_1^* \geq \mu_2^*$, 此时 η^* 就反应了更相关的梯度方向,其垂直方向 ξ^* 即为所求的更相关的等照度线方向。

3.2 设计对应的扩散系数

确定了扩散方向后, Tschumperlé 选择仅沿着等照度线方向进行信息推进,其扩散速率与梯度幅值成反比:

$$\begin{cases} u = \eta^* \\ v = \xi^* \end{cases}, \begin{cases} c_1 = 0 \\ c_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_1^* + \mu_2^*}} \end{cases} \quad (5)$$

对应的结构张量为:

$$T = \frac{1}{\sqrt{1 + \mu_1^* + \mu_2^*}} \xi^* \xi^{*T} \quad (6)$$

由于破损区域与图像原有区域之间往往都有尖锐的边缘(如图 1 所示),此时估计的相关等照度线方向一般为边缘方向或其近似方向。可以想象,在这种情况下如果仅沿着等照度线方向进行信息扩散难以将信息有效地扩散到破损区域内部,从而形成错误的修复边缘(如图 1(c) 所示)或修复速度非常缓慢。

从上述的分析中可以看出,要将信息有效地扩散到破损区域内部,应合理地增加沿垂直于等照度线方向的扩散。沿等照度线方向的信息扩散可以加强边缘,即可获得尖锐的修复边缘,而沿垂直于等照度线的扩散将会导致边缘的模糊。因此要同时保证信息有效扩散和修复边缘的尖锐性,就需要合理地控制沿两方向的扩散强度,这也是本文算法的关键。CDD 模型给了我们在控制扩散运动时除采用梯度外的另一个思路——曲率。观察图 1 中破损区域边缘可以发现在 Tschumperlé 修复结果中破损区域与未破损区域交界处四个角点的曲率 $\kappa = \pm \infty$, 而所希望的修复结果如图 1(d) 所示,此时等照度线被尽量拉伸,反映在曲率上就是使得修复结果中等照度线的曲率尽量小。因此,沿垂直等照度线方向的扩散可通过引入曲率项来有效控制,具体修复模型的设计原则为:

(1) 在曲率较大处,应使扩散近似为各向同性扩散。即沿两方向的扩散强度近似相等,这样通过抑制大曲率的出现可使等照度线尽可能平滑,同时保证边界信息能快速地向内扩散,避免虚假边缘的出现:

$$\lim_{\kappa \rightarrow \infty} c_1 = \lim_{\kappa \rightarrow \infty} c_2 = 1$$

(2) 在曲率较小处,扩散为各项异性扩散。此时为了保证修复边缘的尖锐,沿垂直边缘方向的扩散应趋于 0,并且沿该方向的扩散强度应远小于沿等照度线方向的扩散强度:

$$\lim_{\kappa \rightarrow 0} c_1 = 0, \lim_{\kappa \rightarrow 0} c_1 \ll \lim_{\kappa \rightarrow 0} c_2 \leq 1$$

满足上述要求的扩散方向及对应的扩散系数可选择为:

$$\begin{cases} u = \eta^* \\ v = \xi^* \end{cases}, \begin{cases} c_1 = \frac{1}{1 + 1/|\kappa|} \\ c_2 = 1 \end{cases} \quad (7)$$

对应的结构张量为:

$$T = \frac{1}{1 + 1/|\kappa|} \boldsymbol{\eta}^* \boldsymbol{\eta}^{*T} + \boldsymbol{\xi}^* \boldsymbol{\xi}^{*T} \quad (8)$$

4 离散数值实现

本文模型可通过经典的时间步进法求解, 具体的实现步骤和离散实现形式为:

(1) 用中心差分法计算一阶空间微分 I_x, I_y 和二阶空间微分 I_{xx}, I_{xy}, I_{yy} ;

(2) 计算曲率 κ 并填充结构张量场 S 和 Hessian 矩阵场 H , 其中:

$$\kappa = \frac{I_{xx} I_y^2 - 2I_x I_{xy} + I_{yy} I_x^2}{(I_x^2 + I_y^2)^{3/2}} \quad (9)$$

$$S = \begin{pmatrix} I_x^2 & I_{xy} \\ I_{xy} & I_y^2 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$$H = \begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} \\ I_{xy} & I_{yy} \end{pmatrix} \quad (11)$$

(3) 应用式(4)计算平滑结构张量场 S^* , 后对其进行特征值分解得到更相关的局部结构几何 μ_1^*, μ_2^* 和 $\boldsymbol{\eta}^*, \boldsymbol{\xi}^*$;

(4) 利用式计算扩散张量 T ;

(5) 计算 PDE 迭代速率 β :

$$\beta = \text{trace}(TH) \quad (12)$$

(6) 更新图像:

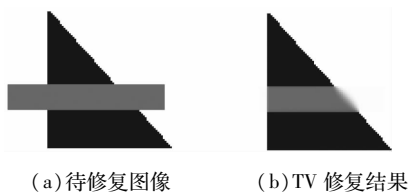
$$I^{(n+1)} = I^{(n)} + \Delta t \beta \quad (13)$$

(7) 循环执行上述步骤(1)~(6), 直至修复完成。

其中式 Δt 为时间步长, $I^{(n)}$ 表示待修复点在 $n\Delta t$ 时刻的值。实验结果表明该算法的上述离散实现在不添加额外保证稳定性方法的情况下都是稳定的。

5 实验结果

本文算法以 VC++6.0 为平台, 在 PIV1.8 G, 512 M 内存的微机实现。在实验中, 分别使用模拟图像和真实图像进行了实验, 并将本文模型与 Tschumperlé 修复模型^[6]和 TV 修复模型^[1]的结果进行了比较, 其中所有的真实图像均来自于因特网上的公开图像数据库。实验中图像中的破损区域见图 1(a) 的灰色部分, 取时间步长 $\Delta t = 0.2$, 对结构张量进行平滑的高斯核半径为 5 个像素, 标准偏差 $\sigma = 4$ 。



(a) 待修复图像 (b) TV 修复结果



(c) Tschumperlé 修复结果 (d) 本文方法修复结果

图1 模拟图像修复结果

图1为模拟图像的修复结果, 目的在于测试本文算法对较大破损区域及垂直和倾斜边缘的修复能力, 其中破损区域在修复前被初始化为白色。图1(b)为TV修复模型的修复结果, 因为TV修复模型不能保持连接性准则^[5], 当破损区域宽

度较大与物体宽度接近时其将不能完成修复。图1(c)为Tschumperlé模型的修复结果, 可以看出此时仅沿着等照度线方向进行扩散不能够有效地将破损区域周围的信息扩散到破损区域内部, 从而在破损边界处形成了虚假的边缘。而从图1(d)本文模型的修复结果中可以看到信息被充分地扩散到破损区域内部, 同时保证了修复边缘的尖锐。

图2为去除一幅真实图像上叠加的文字。虽然在图2(c)Tschumperlé的修复结果中大部分的文字信息被消除了, 但仍然可以很明显的看出房檐处一些被增强的虚假边缘。同样, 在图2(b)中的右侧房檐部分也可以发现一些不完全修复的痕迹。在图2(d)本文算法的修复结果中这些被断开的边缘都被平滑地连接了。图3和图4分别给出了运用本文模型去除旧照片中污损和划痕的结果, 可以看到, 无论是在平滑区域还是在边缘区域, 本文算法均给出了良好的修复效果。



(a) 待修复图像 (b) TV 修复结果



(c) Tschumperlé 修复结果 (d) 本文方法修复结果

图2 去除叠加的文字

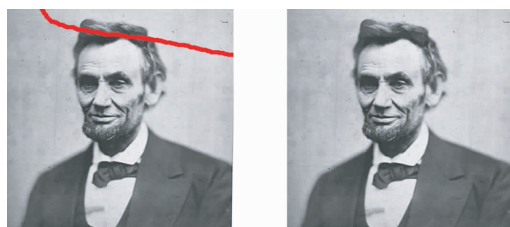


图3 林肯(去除折痕)



图4 three girls(去除污损和折痕)

6 总结

本文提出的基于曲率驱动的方向性热流图像修复模型同时综合了 BSCB 模型沿等照度线方向进行信息传输和 CDD 模型沿垂直于等照度线方向信息扩散的思想, 其中沿等照度线方向的扩散强度为常数, 这样可以保证信息的有效扩散和修复边 (下转 38 页)