

【文章编号】 1004-1540(2008)04-0309-05

Hot disk 建模及模型精度分析

王 强,戴景民,张 虎

(哈尔滨工业大学 自动检测与过程控制系统研究所,黑龙江 哈尔滨 150001)

【摘 要】 为了对瞬态平面热源技术进行准确的评估,在简化 Hot disk 探头结构的基础上,基于瞬态点热源格林函数法给出了 Hot disk 瞬态平面热源表面平均温度的理想模型推导过程;基于此理想模型并应用 Hot disk 数据采集系统,针对 Pyroceram 9606 标准材料在常温常压测量条件下的热导率进行了计算.结果显示,计算值与 Hot disk 测量值的相对误差为 6.17%,实际测量探头热容的存在、测量时间的延迟以及四线电阻的散热影响等因素是造成热导率测量精度下降的主要原因.

【关键词】 热导率;热物性;瞬态平面热源

【中图分类号】 TB942

【文献标识码】 A

Modeling and accuracy analysis of Hot disk thermal constants analyzer

WANG Qiang, DAI Jing-min, ZHANG Hu

(Department of Automation Measurement & Control, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

Abstract: The aim of the research presented in this paper is to enhance our understanding of the Hot disk thermal constants analyzer and to have an accurate evaluation of Hot disk thermal constants analyzer, the average temperature increase in the sensor surface was deduced by using Green's function method. Based on the simplified structure of the disk probe and the standardized material Pyroceram 9606, with a thermal conductivity of 4.05 W/(mK) at room temperature and under normal pressure was investigated and analyzed by using the data acquisition system of the Hot disk thermal constants analyzer and a new developed model. The calculation result shows that the model precision has a relative error of 6.17% estimated for thermal conductivity compared with the measurement result of the Hot disk, and the effects of the heat capacity of the Hot disk probe, the time delay of the data acquisition system and the elimination of heat from the four wire resistance in actual measurement are the main influencing factors of accuracy decrease.

Key words: thermal conductivity; thermophysical properties; transient plane source technique

热导率是表征材料热输运性质的关键参数,在某些应用领域,热导率甚至是成败与否的决定性因素.近二十年来,随着材料科学的迅速发展与

广泛应用,也直接导致了对材料热物性数据的巨大需求,而且对材料热物性的测试方法也提出了更高的要求,即不断拓宽应用范围、缩短测试时间

【收稿日期】 2008-09-02

【作者简介】 王 强(1978-),男,山东临县人,博士研究生.主要从事热物性测试方面的研究.

并且提高测试精度。

传统的稳态法通常都要求大尺寸的试样,测量过程比较费时并且测试装置也过于复杂,已逐渐不能满足实际生产和质量监控的需求。因此,开发出各种更加实用的非稳态方法,其中的瞬态平面热源(TPS)技术由热线法^[1]发展而来,作为非稳态测量方法中的一个分支得到了越来越多的研究和应用。Hot disk 热物性分析仪^[2,3]基于瞬态平面热源技术,能够快速、准确地实现材料热导率、热扩散率等多个热物性参数的测量,因而越来越受到人们的青睐。

目前,绝大多数有关 Hot disk 的文献都是针对各种类材料性能测试及评价方面的研究与应用^[4-6],其中有部分文献给出了 Hot disk 探头表面平均温升的表达结果^[2,7],建模过程也已在文献^[8]中刊载。为了对瞬态平面热源法进行准确的评估以及对这项技术的深入了解和合理运用,对探头表面平均温升模型的推导过程进行深入细致的研究十分必要。

1 测试原理及模型简化

Hot disk 热物性分析仪所采用的薄膜式探头是分析仪的核心部件,由刻蚀处理后的双螺旋结构电热金属镍丝构成。当探头被聚酰亚胺薄膜封装后,还能用于金属等导电材料的热物性测量。在测量时,探头被紧密夹持在两块待测样品之间,并通以恒定弱电流,由于温度的增加,探头的电阻发生变化。此时的探头即是加热源又是温度传感器,温度响应由探头电阻值的变化精确测量。待测材料热输运性质的不同决定着探头表面的温度响应,通过记录实验过程中一段时间内传感器上的电压变化,就可以较为精确地得到被测材料的热物性信息。Hot disk 热物性分析仪测试系统整体结构如图 1^[9]。

考虑到问题的简化处理,根据探头的双螺旋盘绕结构,可将 Hot disk 探头近似看作是由一系列等间距同心镍金属圆环构成,如图 2。

2 理想模型建立

基于简化的 Hot disk 探头结构作如下假设:

- 1) 忽略探头厚度和热容;
- 2) 探头均匀发热且功率保持不变;

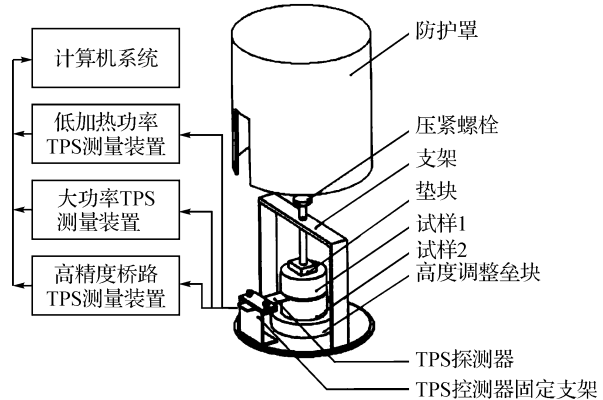


图 1 Hot disk 测试系统结构示意图

Figure 1 Diagram of measuring system

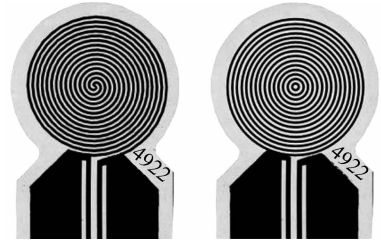


图 2 探头物理模型的简化处理

Figure 2 Simplified model of Hot disk sensor

- 3) 与探头相比,试样均匀且无限大;
- 4) 试样热导率在测试过程中作常量看待。

在以上假设条件下,测试过程可以看作是有限尺度的面热源在无限大介质中的放热过程,形成的温度场可以用格林函数法推导得到。

2.1 瞬态点热源

对于各向同性无限大物体,物体中任意点的导热微分方程为^[10]。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\dot{Q}}{\lambda} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (1)$$

式(1)中: $T(\vec{r}, t)$ 为点 \vec{r} 在 t 时刻温度; $\dot{Q} = \dot{Q}(\vec{r}, t)$ 为内热源(W/m^3); λ 为热导率(W/mK); $\kappa = \lambda/\rho c$, $\lambda/\rho c$,热扩散率(m^2/s); ρ 为密度; c 为温度 T 时的比热。一般认为 ρ 和 c 为常量,即热扩散率 κ 在测量过程中也恒定不变。

可以证明方程(1)的分析解为

$$T(\vec{r}, t) = T_0 + \int_0^t \int_{V'} \frac{\dot{Q}(\vec{\xi}, t')}{\rho c} \frac{1}{8[\pi \kappa(t-t')]^{3/2}} \times e^{-\frac{r^2 - \xi^2}{4\kappa(t-t')}} d^3 \xi dt' \quad (3)$$

式(2)中: T_0 为初始温度; V' 为热源容积。

对于瞬态点热源,假设瞬态点热源所处位置 $r'_0 = (x_0, y_0, z_0)$,若某时刻 $t' = 0$ 时此点热源瞬态放热,则 $Q(\vec{\xi}, t') = Q_0 \delta(\vec{\xi}, \vec{r}_0) \delta(t')$, $\delta(x)$ 为狄拉克分布函数. 由式(2)得到瞬态点热源分析解为

$$T(\vec{r}, t) = T_0 + \frac{Q_0 / \rho c}{8(\pi \kappa t)^{3/2}} e^{-\vec{r} \cdot \vec{r}_0 / (4\kappa t)} \quad (3)$$

式(3)中: Q_0 为瞬态点热源释放的总热量,即

$$H = \int_{V'} \int_0^t \dot{Q}(\vec{\xi}, t') d^3 \vec{\xi} dt' = Q_0. \quad (4)$$

所释放的热量 Q_0 将造成试样各点的温升 ΔT 为

$$\Delta T = T(\vec{r}, t) - T_0 = \frac{Q_0 / \rho c}{8(\pi \kappa t)^{3/2}} e^{-\vec{r} \cdot \vec{r}_0 / (4\kappa t)} \quad (5)$$

2.2 瞬念环形热源

为简化处理,采用圆柱坐标系,圆柱坐标系内任意点可以表示为 $\vec{r} = (r, \theta, z)$, 环热源上任意点为 $\vec{\xi} = (r', \theta', 0)$, 两者之间满足以下关系

$$(\vec{r} - \vec{\xi})^2 = r^2 + r'^2 - 2rr' \cos(\theta - \theta') + (z - z')^2 \quad (6)$$

假定所研究的单个环形热源半径为 a , 且处于 $z' = 0$ 平面内,其热源强度为

$$Q = Q_0 \delta(r' - a) \delta(z') \delta(t') \quad (7)$$

单个环形热源所释放的总热量 H 为

$$H = \int_{V'} \int_0^t Q dV' dt' = \int_0^\infty Q r' dr' \int_0^{2\pi} d\theta' \int_{-\infty}^\infty dz' \int_0^t dt' = 2\pi a Q_0 \quad (8)$$

Q_0 为环形热源单位长度所释放的热量.

由式(2)得到单个环形热源所造成的温升为

$$\begin{aligned} T(\vec{r}, t) - T_0 &= \frac{1}{\rho c (4\pi \kappa t)^{3/2}} \int_0^\infty e^{-\frac{r^2 + r'^2 - 2r'r \cos \frac{\theta - \theta'}{2}}{4\kappa t}} \times \\ &Q_0 \delta(r' - a) \delta(z') r' dr' \int_0^{2\pi} d\theta' \int_{-\infty}^\infty e^{-\frac{(z - z')^2}{4\kappa t}} dz' = \\ &\frac{Q_0}{\rho c (4\pi \kappa t)^{3/2}} e^{-\frac{z^2}{4\kappa t}} \int_0^{2\pi} e^{\frac{ra \cos \frac{\theta - \theta'}{2}}{2\kappa t}} a d\theta' = \\ &\frac{2\pi a Q_0}{\rho c (4\pi \kappa t)^{3/2}} e^{-\frac{r^2 + a^2 + z^2}{4\kappa t}} I_0 \left(\frac{ra}{2\kappa t} \right) \end{aligned} \quad (9)$$

其中,

$$I_0(x) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \cos \theta} d\theta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{x \sin \theta} d\theta \quad (10)$$

为第一类零阶修正贝塞尔函数.

当环热源连续加热时,热源强度由式(7)得

$$Q = Q_0 \delta(r' - a) \delta(z') u(t') \quad (11)$$

$u(t')$ 为阶越函数,且有

$$u(t') = \begin{cases} 0 & t' < 0 \\ 1 & t' \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

为了得到单个环形热源在加热时间 t 后的温升表达式,利用式(9),将 $t - t'$ 代替公式中的 t , 并对 t' 积分,得

$$\begin{aligned} T(\vec{r}, t) - T_0 &= \frac{P_0}{\rho c (4\pi \kappa t)^{3/2}} \int_0^t \frac{e^{-\frac{r^2 + a^2 + z^2}{4\kappa(t-t')}}}{(t-t')^{3/2}} \times \\ &I_0 \left(\frac{ra}{2\kappa(t-t')} \right) dt' \end{aligned} \quad (13)$$

式(13)中: $P_0 = 2\pi a Q_0$ 为环形热源发热功率(W).

对于环形热源组,若 a 表示探头最外层环热源的半径,且 m 为环热源的个数,那么最内层环热源的半径就可以表示为 a/m . 对应的环形热源组总长度 L 为

$$L = \sum_{k=1}^m 2\pi k \frac{a}{m} = (m+1)\pi a \quad (14)$$

探头加热过程中,所释放的总热量为

$$\begin{aligned} H &= \int_{V'} \int_0^t Q(\vec{\xi}, t') dV' dt = \int_0^\infty Q_0 \sum_{k=1}^m \delta(r' - \frac{ka}{m}) \delta(z') r' dr' \int_0^{2\pi} d\theta' \times \\ &\int_{-\infty}^\infty dz' \int_0^t u(t') dt' = \pi a (m+1) Q_0 t = L Q_0 t \end{aligned} \quad (15)$$

式(15)中: $\pi a (m+1) Q_0 = L Q_0 = P_0$, 为 Hot disk 探头的发热功率(W). 则加热时间 t 后, Hot disk 探头温升表达式由若干基于(9)式的单个环形热源得

$$\begin{aligned} \Delta T(r, z, t) &= \frac{P_0}{\rho c m (m+1)} \int_0^t \frac{dt'}{4[\pi \kappa (t-t')]^{3/2}} \times \\ &\sum_{k=1}^m k e^{-\frac{(r^2 + (\frac{k^2 a^2}{m^2} + z^2))}{4\kappa(t-t')}} \times I_0 \left(\frac{rka}{2m\kappa(t-t')} \right) \end{aligned} \quad (16)$$

2.3 Hot disk 探头表面平均温升

我们关心的是探头表面 $z = 0$ 处的温度响应,此时探头表面温升为

$$\begin{aligned} \Delta T(r, t) &= \frac{P_0}{\rho c m (m+1)} \int_0^t \frac{dt'}{4[\pi \kappa (t-t')]^{3/2}} \times \\ &\sum_{k=1}^m k e^{-\frac{(r^2 + (\frac{k^2 a^2}{m^2}))}{4\kappa(t-t')}} I_0 \left(\frac{rka}{2m\kappa(t-t')} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

引入一新的积分变量 σ , 且 $\sigma^2 = \kappa(t-t')/a^2$, 由微分运算得 $dt' = -2\sigma a^2 d\sigma/\kappa$, 代入(17)得

$$\Delta T(r, t) = \frac{P_0}{2\pi^{3/2} m (m+1) \rho c} \int_0^{\sqrt{\frac{t}{\kappa}}} \left(\frac{-d\sigma}{k\sigma^2 a} \right) \times$$

$$\sum_{k=1}^m ke^{-\left(\left(\frac{r^2}{a^2}\right)+\left(\frac{k^2}{m^2}\right)\right)} I_0\left(\frac{rk}{2ma\sigma^2}\right) = \frac{P_0}{2\pi^{\frac{3}{2}} am(m+1)\lambda} \int_0^r \frac{d\sigma}{\sigma^2} \times \sum_{k=1}^m ke^{-\left(\left(\frac{r^2}{a^2}\right)+\left(\frac{k^2}{m^2}\right)\right)} I_0\left(\frac{rk}{2ma\sigma^2}\right) \quad (18)$$

其中:无量纲特征时间 $\tau = \sqrt{\kappa t}/a$.

将(18)式探头表面温升表达式在探头热源的总长度上取平均值得到探头的表面平均温升

$$\Delta\bar{T}(\tau) = \frac{1}{L} \int_0^{2\pi} \Delta T(r, \tau) \sum_{k=1}^m \delta\left(r - \frac{k}{m}a\right) r d\theta = \frac{1}{(m+1)\pi a} \frac{P_0}{2\pi^{\frac{3}{2}} am(m+1)\lambda} \int_0^r \frac{d\sigma}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m \frac{ka}{m} \times \sum_{l=1}^m le^{-\left(\left(\frac{k^2}{m^2}\right)+\left(\frac{l^2}{m^2}\right)\right)} I_0\left(\frac{kl}{2m^2\sigma^2}\right) 2\pi \quad (19)$$

令

$$D(\tau) = \frac{1}{m^2(m+1)^2} \int_0^r \frac{d\sigma}{\sigma^2} \sum_{k=1}^m k \times \sum_{l=1}^m le^{-\left(\frac{k^2+l^2}{m^2}\right)} \times I_0\left(\frac{kl}{2m^2\sigma^2}\right) \quad (20)$$

则式(19)简化为

$$\Delta\bar{T}(\tau) = \frac{P_0}{\pi^{\frac{3}{2}} a\lambda} D(\tau) \quad (21)$$

按照文献[8]的建模思路,以上推导过程再现了从瞬态点热源分析解出发,基于 Hot disk 探头的简化结构,由环形热源组分析解最终得到 Hot disk 探头表面平均温升理想模型的全部过程,所得到的各步骤结果与已有文献^[2,8]是一致的。

2.4 热导率的计算

式(21)为理想情况下 Hot disk 探头表面的平均温升表达式,其中的 $\Delta\bar{T}(\tau)$ 响应数据需要由实验来确定.探头表面的平均温升是通过测量镍金属丝的电阻变化实现精确测量的.金属丝阻值与温升的关系为

$$R = R_0 [1 + \alpha \Delta\bar{T}(t)] \quad (22)$$

式(22)中: R_0 为初始阻值; α 为电阻的温度系数.

由式(21)可以看出 Hot disk 探头表面的平均温升与无量纲时间函数 $D(\tau)$ 呈线性关系,而函数 $D(\tau)$ 又是无量纲特征时间 τ 的复杂函数.假若已知 t 与 τ 之间的关系,就能得到平均温升 $\Delta\bar{T}(\tau)$ 与 $D(\tau)$ 之间的关系,二者应呈线性对应关系,通过直线的斜率 $P_0/(\pi^{3/2} a\lambda)$ 便可计算出试样的热

导率 λ . 然而无量纲特征时间 $\tau = \sqrt{\kappa t}/a$, 其中的 κ 也是待求参数,故 τ 在测量时是未知的.通过多次试探 κ 值,从而找到合适的 τ 值使得平均温升 $\Delta\bar{T}(\tau)$ 与 $D(\tau)$ 呈严格线性对应关系,就可以得到热导率 λ 等热物性数据.

3 实验及结果分析

Pyroceram 9606 是目前国际上公认的热物性标准参考材料之一,许多文献采用不同的测试方法对这种标准材料进行了测试研究工作.美国材料测试学会和英国国家物理实验室都在国际范围内对 Pyroceram 9606 进行过各种测试方法的对比测试,并给出了如下热物性标准参数和多项式拟合公式系数^[11].

表1 标准材料 Pyroceram 9606 热物性数据

Table 1 Thermal properties of Pyroceram 9606 standardized material

温度/°C	热导率/(W/mK)	热扩散率/(mm ² /s)	比热容/(J/gK)
25	4.06	1.93	0.821
50	3.92	1.77	0.851
100	3.71	1.60	0.902
200	3.42	1.36	0.982
300	3.23	1.23	1.038

表2 标准材料 Pyroceram 9606 热物性多项式拟合系数

Table 2 Fitting coefficient of Pyroceram 9606 standardized material

系数	热导率/(W/mK)	热扩散率/(mm ² /s)	比热容/(J/gK)
a	4.21	2.09	0.79
b	-6.78E-3	-7.65E-3	1.34E-3
c	2.14E-5	3.46E-5	-2.25E-6
d	-4.90E-8	-1.03E-7	1.90E-9
e	7.03E-11	1.77E-10	3.04E-13
f	-5.55E-14	-1.60E-13	-1.90E-15
g	1.82E-17	5.79E-17	1.07E-18

在常温和常压下,由拟合公式得到标准材料 Pyroceram 9606 的热物性性能参数如下: $\rho=2.627 \times 10^{-3} \text{ g/mm}^3$, $K=4.05 \text{ W/mK}$, $\kappa=1.91 \text{ mm}^2/\text{s}$, $c_p=0.824 \text{ J/gK}$.

应用 Hot disk 数据采集系统在常温常压条件下对标准材料 Pyroceram 9606 的温升响应数据进行采集;所采用的探头半径为 2.001 mm,测试时间为 5 s,加热功率为 0.5 W,采集到的温升响应曲线如图 3.

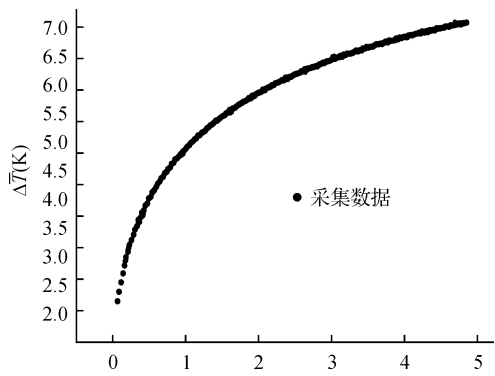


图3 Hot disk 的测量结果

Figure 3 Temperature versus time development during measurement with Hot disk

对图3的采集结果进行时间的无量纲化,并基于理想模型计算热导率,所得到的拟合直线如图4.

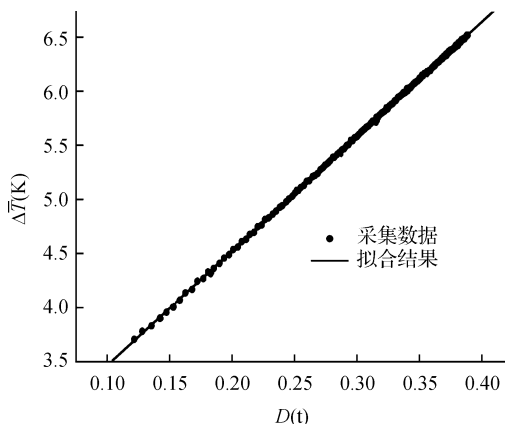


图4 迭代拟合结果

Figure 4 Best fitted line after iterative operation

根据拟合结果,计算热导率为 4.40 W/mK,与标准值 4.05 W/mK 的相对误差为 8.64%;应用 Hot disk 的热导率测量值为 4.15 W/mK,相对误差为 2.47%,计算值与测量值的相对误差为 6.17%.

从测量精度看,Hot disk 的测量值明显好于理想模型的计算值,这是由于理论模型的简化处理以及缺少对实际测量影响因素的修正造成的;探头热容的存在、测量时间的延迟、探头四线电阻的散热以及拟合算法的不完善都会对热导率的测量精度造成影响,而这些影响因素对测量所造成的影响在理想模型中并未予以体现.基于此理想模型并对以上影响因素加以修正,是应用瞬态平面热源法实现热导率高精度测量的关键,尚待进行更深一步的研究.

4 结 语

1)给出了 Hot disk 热物性分析仪理想模型的详细推导过程.所基于的瞬态点热源传热理论思想简单,能够使复杂问题简单化.

2)基于理想模型计算了 Pyroceram 9606 标准材料的热导率,结果与 Hot disk 测量值相对误差较大.其原因是由于理论模型的简化处理以及缺少对探头热容、测量时间延迟、四线电阻散热等实际测量影响因素的修正.

3)该方法的思想具有一般性,应用上具有扩展性,对其他瞬态平面热源热物性测量装置的理论建模及精度分析完全适用.

【参 考 文 献】

- [1] 潘江,王玉刚.瞬态热线法导热系数测量的数值模拟[J].中国计量学院学报,2008,19(2):108-113.
- [2] GUSTAFSSON S E. Transient plane source technique for thermal conductivity and thermal diffusivity measurements of solid materials[J]. Rev Sci Instrum, 1991(62):797-804.
- [3] JOSHI G P, SAXENA N S, MANGAL R. Temperature dependence of effective thermal conductivity and effective thermal diffusivity of Ni-Zn ferrites[J]. Acta Materialia, 2003(51):2569-2576.
- [4] LOG T, GUSTAFSSON S E. Transient plane source technique for measuring thermal transport properties of building materials[J]. Fire and Materials, 1995(19):43-49.
- [5] AL-JJLAN S A. Measurements of thermal properties of insulation materials by using transient plane source technique[J]. Applied Thermal Engineering, 2006(26):2184-2191.
- [6] GUSTAVSSON M, KARAWACKI E, GUSTAFSSON S E. Thermal conductivity, thermal diffusivity and specific heat of thin samples from transient measurements with Hot disk sensors[J]. Rev Sci Instrum, 1994(65):3856-3859.
- [7] HUANG D Z, FAN S S. Thermal conductivity of the clathrate hydrate from 243K to 263K[J]. 化工学报,2003,54:71-75.
- [8] HE Y. Rapid thermal conductivity measurement with a Hot disk sensor Part 1: theoretical considerations[J]. Thermo-Chimica Acta, 2005,436:122-129.
- [9] 何小瓦,黄丽萍.瞬态平面热源法热物性能测量精度和适用范围的标定——常温下标准 Pyroceram 9606 材料热物性能测量[J].宇航计测技术,2006,26(4):31-51.
- [10] CARLAW H S, JAEGER J C. Conduction of heat in solids[M]. New York: Oxford Univ Press, 1959:9.
- [11] SALMON D R, TYE R P, LOCKMULLER N. The NPL measurements contribution to the certification of Pyroceram 9606 as a reference material for thermal properties[J]. Fifteenth Symposium on Thermophysical Properties, 2003(7):23-27.