

# 邻域内坐标线性变换的光流迭代求解算法

陈晓钢, 陆 玲, 刘向阳

CHEN Xiao-gang, LU Ling, LIU Xiang-yang

东华理工大学 信息工程学院, 江西 抚州 344000

College of Information Engineering, East China Institute of Technology, Fuzhou, Jiangxi 344000, China

E-mail: jhredblack@yahoo.com.cn

**CHEN Xiao-gang, LU Ling, LIU Xiang-yang. New method to solve generalized optical flow with linear transformation. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(33): 177-180.**

**Abstract:** An iterative algorithm is proposed to solve optical flow problem, which defines a linear transformation of the pixels in the neighbourhood instead of translation. While the pixel intensity of the same object in the two frames is not equal, the algorithm can cope with it in a better way than other methods. It can tackle the problem of large translation flow by itself, rather than image pyramid method. The experiments show it can also be used for face registration. And it converges quickly in a certain variation of rotation, translation, scale or other linear transformation.

**Key words:** optical flow estimation; face image registration; linear transformation

**摘 要:** 提出邻域内坐标线性变换的光流计算迭代解法。算法允许计算光流的图像间存在一定的灰度偏差, 光流计算结果稳定。对于含较大位移的两幅图像, 以往方法要用金字塔图像方法计算光流, 而该算法则可以一步求解得到图像间最佳整体匹配, 比金字塔方法更有优势。算法对图像整体的尺度、平移、旋转或其它线性变换能有效检测。用于人脸图像配准的实验显示, 该算法对图像匹配空间搜索有效可行。

**关键词:** 光流估计; 人脸图像配准; 线性变换

**DOI:** 10.3778/j.issn.1002-8331.2008.33.054 **文章编号:** 1002-8331(2008)33-0177-04 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP391.41

## 1 引言

光流算法在图像配准, 运动物体跟踪, 机器视觉等领域都有广泛的应用。光流算法也较多, 文献[1]对各种算法进行了详细介绍。文献[2]对目前常用光流算法, 包括 Anandan, Horn & Schunck, Lucas & Kanade, Singh 等在内的 8 种算法进行了多类图像序列的实验评测, 评测指标包括光流场向量角度误差, 模误差, 以及模型对开孔问题的克服能力。评测结果显示各种模型都有自己的优势, 但总体而言 Lucas 模型计算结果最可靠, 且计算速度快。文献[3]的评测结果也有基本相似的结论。当图像变化很平滑时, Horn 的模型计算结果很好, 但准确率受噪声影响很大。为了组合算法间的优势, 研究者开始考虑局部与全局的组合约束, 文献[4-5]在光流计算模型中都组合了局部与全局约束条件, 计算结果比以往算法有所改进。

以往光流算法主要考虑像素点间的严格匹配, 注重微观角度分析; 且计算邻域内的坐标变换为相同方向和大小的位移量。该约束限定了邻域定义不能太大, 且光流计算基本是逐个像素进行。在 Lucas 模型基础上推导出了邻域内坐标变换更灵活的变换模型求解方法, 因此邻域定义可以比 Lucas 模型更大。算法不要求同一对象在两幅图像上灰度保持严格一致, 在

未引入梯度一致性约束条件下, 允许两幅图像灰度存在一定偏差。并且方法不用金字塔图像光流计算, 就能实现大位移图像的光流计算, 是计算大位移图像的更好初始估计。算法另一优势是可以对图像整体信息进行更充分考虑, 能对含有尺度变化, 旋转变换, 或其他线性变化的图像进行匹配或检测。这是基于解析方法迭代求解检测问题的一种新方法。

## 2 Lucas 光流模型

空间某一点在图像  $F$  上坐标位置为  $X$ , 在图像  $G$  上为坐标  $Y$ , 若该点在两幅图像上灰度相同,  $X$  与  $Y$  的偏移量为  $h$ , 则有如下等式:

$$Y=X+h; F(X+h)-G(X)=0 \quad (1)$$

式中  $X, Y, h$  均为  $2 \times 1$  列向量,  $F(X), G(X)$  分别表示图像  $F, G$  在坐标  $X$  上的灰度值。因为图片  $F$  和  $G$  受外界光线和相机拍摄参数影响, 通常  $F(X+h)-G(X) \neq 0$ , 而且某些噪声点不存在对应关系, 因此定义如下误差函数估计  $X$  点的对应偏移参数  $h$ :

$$\sum_{X \in R} [F(X+h)-G(X)]^2 \quad (2)$$

上式中  $R$  为以坐标  $X$  为中心的某一邻域。最小化上述误差函

基金项目: 江西省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Jiangxi Province of China under Grant No.2007GZS0472)。

作者简介: 陈晓钢(1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理与模式识别; 陆玲(1962-), 女, 教授, 主要研究方向为: 计算机图形图像处理; 刘向阳(1980-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向: 数字图像处理与模式识别。

收稿日期: 2008-05-20 修回日期: 2008-08-01

数的偏移量  $h$  就是点  $X$  的光流。

当物体在图像  $F$  和  $G$  上坐标偏移量较大时,上述模型不能给出正确解。一种可行的解决方案是利用图像高斯金字塔模型<sup>[7]</sup>,计算两幅图像在低分辨率上的光流,然后将光流作用到其下一层更高分辨率图像上,再计算该层图像上的光流,如此求解得到金字塔底层原图像的光流。这种方法可以解决大偏移量问题,代价是金字塔图像光流计算增加了计算复杂度和时间开销。

如果同一物体在图像  $F$  和图像  $G$  上的灰度存在差异,则上述模型求出的偏移量误差很大。一种可以考虑的方案是扩大计算邻域  $R$ 。当邻域扩大时,对偏移量  $h$  求解可以增加约束量。但因为模型定义邻域内的所有像素坐标偏移量均为  $h$ ,因此对于平移情况的光流可以较好拟合,若坐标变换为旋转或某种不规则的射影变换,则显然邻域的扩大并不会提高  $h$  估计的准确率。

### 3 邻域内坐标线性变换的光流计算模型

为允许两幅图像上存在少量灰度差异,适当扩大计算邻域,并同时不损失邻域内各像素坐标变换的灵活性,用广义线性变换模拟邻域内像素的光流,坐标变换公式为:  $Y=AX+h$ 。  $A$  为  $2 \times 2$  矩阵,  $h, X, Y$  为列  $2 \times 1$  向量。如果该点在图像  $F$  与  $G$  上具有相同灰度,则存在以下函数:  $F(AX+h)=G(X)$ 。该模型在文献[6]中就已经提出,但未给出具体求解算法,论文提出用增量迭代法求解,并成功用于图像的整体配准分析。文献[9]中也提到了这种光流计算模型,但是函数构造结构不同,采用梯度下降方法求解。

#### 3.1 参数求解

仍用平方误差函数作为参数  $A$  和  $h$  的求解模型:

$$J = \sum_{X \in R} [F(AX+h) - G(X)]^2 \quad (3)$$

为了用迭代方法求解上述参数,将  $J$  定义为带增量的形式:

$$J = \sum_{X \in R} [F(AX+h+\Delta AX+\Delta h) - G(X)]^2 \quad (4)$$

$\Delta A$  为  $A$  的迭代增量,  $\Delta h$  为  $h$  的迭代增量。一阶泰勒展开  $F$  函数:

$$F(AX+h+\Delta AX+\Delta h) \approx F(AX+h) + F'(AX+h) \cdot (\Delta AX+\Delta h) \quad (5)$$

上式中  $F'(AX+h)$  表示  $F$  函数在  $AX+h$  坐标位置上的偏导数,其为  $2 \times 1$  列向量,  $\Delta AX+\Delta h$  也是列向量,运算符“ $\cdot$ ”表示向量点积。  $F'$  用图像  $F$  在  $AX+h$  坐标位置上的偏导数近似,记:

$$F'(AX+h) \triangleq [f_1, f_2]^T \quad (6)$$

$$f_1 = F(AX+h+[0, 1]^T) - F(AX+h) \quad (7)$$

$$f_2 = F(AX+h+[1, 0]^T) - F(AX+h)$$

$f_1$  为水平灰度差,  $f_2$  为垂直灰度差,上标符号  $T$  表示转置。

将式(5)代入式(4)得到:

$$J = \sum_{X \in R} [F(AX+h) + F'(AX+h) \cdot (\Delta AX+\Delta h) - G(X)]^2$$

为方便推导过程书写,引入记号  $F(AX+h) \triangleq F, F'(AX+h) \triangleq F', G(X) \triangleq G$ ,则上式变为:

$$J = \sum_{X \in R} [F - G + F' \cdot (\Delta AX+\Delta h)]^2 \quad (8)$$

注意上式中  $F, G, F'$  均为  $X$  的函数。为求其最小值,对  $\Delta A$  和  $\Delta h$  求偏导:

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta h} = 2 \sum_{X \in R} [F - G + F' \cdot (\Delta AX+\Delta h)] F' \quad (9)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \Delta A} = 2 \sum_{X \in R} [F - G + F' \cdot (\Delta AX+\Delta h)] F' X^T \quad (10)$$

式(10)中  $F' X^T$  乘积结果为  $2 \times 2$  矩阵。式(10)求解中运用了以下结论:  $\frac{\partial}{\partial M} p^T M q = p q^T, p, q \in R^{2 \times 1}, M \in R^{2 \times 2}$ 。令式(9)和式(10)为 0,分别得到以下两个方程:

$$\left( \sum_{X \in R} F' F'^T \right) \Delta h = \sum_{X \in R} (G - F - F' \cdot (\Delta AX)) F' \quad (11)$$

$$\sum_{X \in R} F'^T (\Delta AX) F' X^T = \sum_{X \in R} (G - F - \Delta h^T F') F' X^T \quad (12)$$

式(9)和式(10)无法给出  $\Delta A$  和  $\Delta h$  的显式解,这里给出  $\Delta A$  和  $\Delta h$  的定点迭代法。求  $\Delta h$  时,将  $\Delta A$  的当前值代入式(11),等式中除  $\Delta h$  外均为已知,因此式(11)左乘求和矩阵的逆矩阵就能得到  $\Delta h$  的迭代更新值。然后将更新的  $\Delta h$  代入式(12),式(12)此时只有  $\Delta A$  为未知量。由此得到  $\Delta A$  的迭代更新值。式(12)  $\Delta A$  无法从矩阵乘积中直接分离。由于等式右边项为已知,为描述求解过程,记右边项计算结果为矩阵  $B$ ,为分离等式左边项的  $\Delta A$ ,作如下定义:

$$B \triangleq \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}; T \triangleq F' X^T = \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}; \Delta A \triangleq \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; X \triangleq \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (13)$$

$F'$  定义见式(6),因此有如下等式:

$$F'^T (\Delta AX) = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 f_i x_j a_{ij} = [f_1 x_1, f_1 x_2, f_2 x_1, f_2 x_2] \cdot [a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}] \triangleq K \cdot \Delta a$$

上式中

$$K = [f_1 x_1, f_1 x_2, f_2 x_1, f_2 x_2]^T$$

$$\Delta a = [a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}]^T \quad (14)$$

将式(13)、(14)代入式(12)得到:

$$\sum_{X \in R} (K^T \Delta a \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix}) = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \quad (15)$$

上式中  $K, T$  均为  $X$  函数。  $K \cdot \Delta a$  为点积,  $\Delta a$  为常量,故等式分量形式的左上角元素有等式:  $(\sum_{X \in R} t_{11} K^T) \Delta a = b_{11}$ 。同理能得到其它 3 个分量的等式,将 4 个等式从上往下堆叠得到线性方程组:

$$M \Delta a = b. M \text{ 为由 } \sum_{X \in R} t_{ij} K^T \text{ 堆叠的 } 4 \times 4 \text{ 矩阵, } b = [b_{11}, b_{12}, b_{21}, b_{22}]^T,$$

该式为线性方程组,容易解出  $\Delta A$  矩阵各元素。

#### 3.2 定点迭代法求解增量 $\Delta a$ 和 $\Delta h$

假定最新求得的坐标变换参数为  $A$  和  $h$ ,求增量  $\Delta A$  和  $\Delta h$  使其最小化误差函数(4),算法如下(算法 1):

(1)初始化  $\Delta h = [0, 0]^T$ 。

(2)将  $\Delta h$  当前解代入式(12),求出更新矩阵  $\Delta A$ 。

(3)将  $\Delta A$  当前解代入式(11),求出更新向量  $\Delta h$ 。

(4)判断退出条件,如果满足则退出;否则返回(2)。

退出条件是  $\Delta A$  与  $\Delta h$  的相邻两次解的矩阵差的范数之和小于规定阈值  $R1$ 。

#### 3.3 迭代计算变换参数 $A$ 和 $h$

输入图像为区域  $F$  和图像区域  $G$ ,计算最小化误差函数(3)的参数  $A$  和  $h$  算法如下(算法 2):

(1)初始化  $h = [0, 0]^T, A$  置为  $2 \times 2$  单位矩阵。

(2)由(算法 1)计算增量  $\Delta A$  和  $\Delta h$ 。

(3)  $A=A+\Delta A, h=h+\Delta h$ 。

(4) 判断退出条件, 如果满足则退出; 否则返回(1)。

退出条件为最近两次增量的差的范数小于某一阈值  $R2$ , 或者  $\Delta A$  或  $\Delta h$  的范数小于某一预设阈值。

### 3.4 加入权函数的计算模型

在 Lucas 的文献[6]和[8]中都讨论过权函数问题, 加入权函数可以在原模型中考虑二阶导数因素。算法的权函数定义为  $W(X)=L/(L+\|F'(AX+h)-G'(X)\|_2)$ , 加入权函数后, 对  $\Delta A$  和  $\Delta h$  的推导过程相同, 推导的结果只需在迭代式(11)和(12)两端的求和项中乘以权函数  $W(X)$ 。如果梯度  $F'(AX+h)$  与  $G'(X)$  越相似, 则说明该点的二阶导数越小, 即一阶泰勒展开的逼近越准确, 故权应越大。  $L$  是常量控制参数。权函数加入迭代式后虽然在每个求和项都添加了一次乘法运算, 但实验表明其收敛速度能够得到提高。

## 4 实验

### 4.1 实验数据

为检验光流计算模型有效性, 取 3 组图片实验, 同时比较了本文算法与 Lucas 算法的光流计算结果。第 1 组图片(图 1 的 F1 和 G1)是水平线性渐变灰度图像, 两幅图像的左端有相同灰度都为黑色, 然后以不同速度渐变到右端白色, 垂直方向灰度值基本相同, 图像右端同一列像素最大灰度与最小灰度不超过 2。图片均由 RGB 三通道表示, 然后按  $(0.229R+0.587G+0.114B)$  转化为灰度图像处理。第 2 组图片(图 1 的 F2 和 G2)则是放射状灰度渐变图像, 两幅图像辐射中心位置相同, 从辐射中心渐变到边缘白色的速度不同。第 3 组图片(图 1 的 F3 和 G3)灰度渐变速度相同, 辐射中心位置有很大偏移。这 3 组图片分辨率均为 150 像素的长宽。

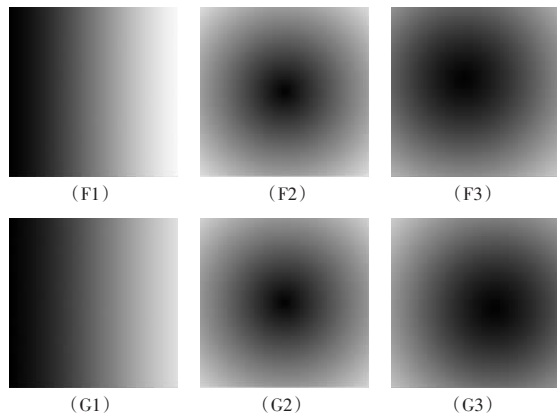


图 1 三组光流测试图片

### 4.2 实验结果

实验中矩阵范数取 Frobenius 范数, 向量范数取二范数。计算第 1 组图片, 本文算法的算法 2 在计算增量 4 次后, 相邻两次增量差的范数之和小于 0.02。这 4 次增量的相邻差的范数分别为:

表 1 第一组图片算法迭代数据

$\Delta A$ 相邻差的 F 范数	0.132 99	0.004 33	0.000 276
$\Delta h$ 相邻差的二范数	0.322 34	0.182 94	0.013 477

这 4 次增量计算在算法 1 定点迭代中, 退出条件为相邻两

次增量差的范数和小于 0.01。算法 1 中这 4 次增量的迭代次数分别为 41, 27, 2, 5。多组实验显示, 求解算法能实现较快收敛。第一组的邻域区域为 75 像素长宽, 计算 4 个区域得到结果光流图, 见图 2(L1)。图中红点表示像素原点, 绿点表示移动的目标点。实验显示该组图片取邻域 150 像素长宽一步计算, 能得到基本相同的光流结果。T1 图片则是由 Lucas 算法得到, 选取的邻域为 8 像素长宽区域。对比图片 L1 和 T1 可以看出, 该方法对图像整体的光流计算很准确, 且排除了噪声。

第 2 组图片光流结果见图 2(L2)与(T2)。计算这组图片时, 算法定义的邻域为 75 像素长宽, 计算 4 个区域得到结果(L2); Lucas 方法计算时邻域为 8 像素长宽, 运算结果见(T2)。仔细观察图片可以发现, (L2)比(T2)的光流计算更稳定。观察(T2)左上角区域可以发现, 部分相邻像素的光流方向偏差较大, 但因为模较小所以图像效果没有(T1)图像明显。结果可以预测到, 因为 Lucas 模型本身假定邻域内所有像素点存在相同矢量方向和模的偏移, 这与辐射状图像情况不符。若缩小邻域, 则对稍微较大的偏移就不能检测。必须用更多层的金字塔图像方法求解, 随着舍入误差的叠加, 结果容易失真。

第 3 组图片检测本文算法的大位移情况估计, 算法 2 迭代 6 次后  $\Delta A$  和  $\Delta h$  相邻差的范数小于 0.03。因为图片存在大位移, 所以光流结果图(L3)因为光流重叠而显示不清, 图(L3-R)显示了(F3)图像按(L3)光流图坐标变换后得到的图片, 该图准确反映了(F3)到(G3)的偏移, 手工检测图像(L3-R)与(G3)灰度最低值的像素坐标, 结果只相差一个像素偏移量。

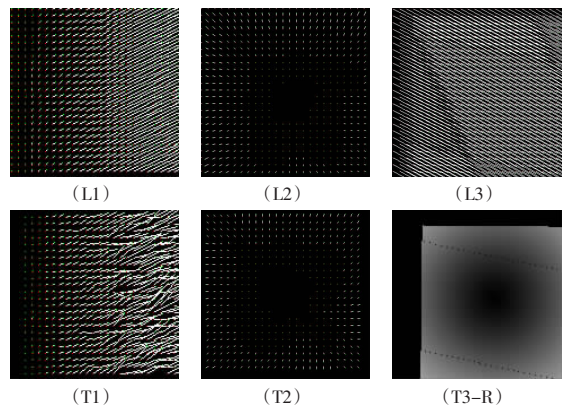


图 2 测试图片的光流计算结果

多组图片实验计算显示, 算法 2 的增量求解在 10 次以内基本能收敛。

### 4.3 应用推广

图 1 的第 3 组图片实验容易联想到常规的检测算法, 如相关运算与各种人脸检测算法。作为一个算法应用的拓展, 本文算法可以实现与相关运算的相同功能。与 Viola 等提出的基于积分图像的自上而下方式人脸检测算法相反, 本文算法直接作用于底层像素数据, 目标是像素的灰度匹配平方和误差最小。在相关运算中, 必须额外考虑旋转和尺度变化的情况, 且搜索空间的分辨率由预定义的参数确定。本文方法在旋转和尺度空间搜索时能由算法自适应控制。多组实验结果显示在图像 F 到图像 G 的变化中, 当满足尺度变化在 0.8 至 1.2 之内, 旋转角度在正负  $30^\circ$  之内时, 本文算法可以得到较快收敛。3 组实验的检测结果如下, 第 1 组图检测旋转变化; 第 2、3 组图检测尺度变化。

图3中,每行图像显示一组测试图片,第3列为光流图像,第4列为图像F应用光流后的结果图。第1行图像人脸灰度基本一致,旋转角度为 $30^\circ$ ,从(L4-R)可以看出算法准确检测到旋转角度。第2行图像选自两个不同图像数据库,是两个不同对象。注意他们性别不同,人脸表面纹理差异很大,其光照条件也有所差异。但从(L5-R)可以看出图像F5得到了应有的放大,其尺度与G5已基本相同。第3组图像和第2组图像类似,检测尺度缩小的情况。检测结果同样反映了正确的尺度变化。实验充分证明了求解模型的有效性,以及不一致灰度条件的图像光流计算能力。

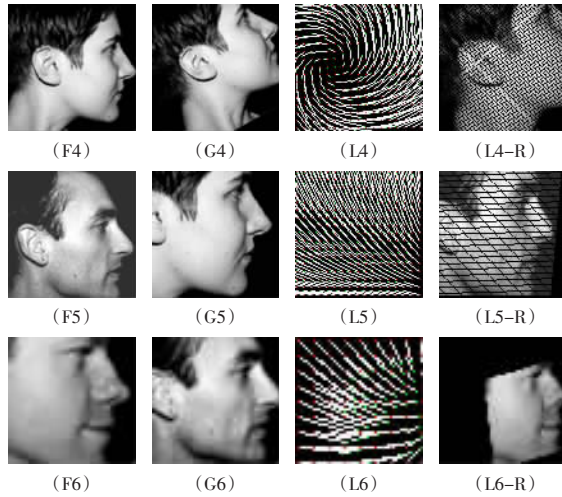


图3 三组人脸图像的匹配测试

## 5 总结

光流算法有广泛应用,提出了邻域内线性变化的光流求解模型,这种求解方法对图像的整体特征把握更准确,允许大位移的计算,且克服了灰度不一致的光流求解困难问题。提出基

于光流运算的图像整体匹配技术,对较小范围的尺度变化,旋转或其他线性变化,本文算法都能较快收敛,实验证明该求解模型有效可行。

## 参考文献:

- [1] 马颂德,张正友.计算机视觉——计算理论与算法基础[M].北京:科学出版社,1998:121-126.
- [2] Galvin B,McCane B,Novins K,et al.Recovering motion fields:An evaluation of eight optical flow algorithms[C]//Proceedings of the Ninth British Machine Vision Conference (BMVC'98),1998,1: 195-204.
- [3] Barron J,Fleet D,Beauchemin S,et al.Performance of optical flow techniques[J].International Journal of Computer Vision,1994,12(1): 43-77.
- [4] Bruhn A,Weickert J,Schnerr C.Lucas/Kanade meets horn/schunck: combining local and global optic flow methods [J].International Journal of Computer Vision,2005,61(3):211-231.
- [5] Brox T,Bruhn A,Papenberg N,et al.High accuracy optical flow estimation based on a theory for warping[C]//Pajdla T,Matas J. LNCS 3024:Proc 8th European Conference on Computer Vision. Springer,2004,4:25-36.
- [6] Lucas B D,Kanade T.An iterative image registration technique with an application to stereo vision[C]//Proc Int'l Joint Conf Artificial Intelligence,Vancouver,1981:674-679.
- [7] Bergen J R,Hingorani R.Hierarchical motion-based frame rate conversion[R].David Sarnoff Research Center,Princeton N J,1990.
- [8] Lucas B D.Generalized image matching by the method of differences[D].Robotics Institute,Carnegie Mellon University,1984-07.
- [9] Black M J,Yacoub Y.Tracking and recognizing rigid and non-rigid facial motions using local parametric models of image motion[C]// Proc 5th Intl Conf on Computer Vision,IEEE,1995:374-381.

(上接176页) 表1 简单背景测试集测试结果

测试项	Adaboost	肤色分割和 Adaboost 结合
实际人眼数目	242	242
正确检测人眼数量	204	218
判真率	84.3%	90.0%
误检人眼数量	47	22
误判率	19.4%	9.1%

表2 复杂背景测试集测试结果

测试项	Adaboost	肤色分割和 Adaboost 结合
实际人眼数目	312	312
正确检测人眼数量	282	278
判真率	90.4%	89.1%
误检人眼数量	95	29
误判率	30.4%	9.2%

同时也存在着较高的误判率,尤其是在人脸图像背景复杂的情况下,误判率上升得很快。而通过肤色分割,将肤色区域也即人脸区域和背景区分开来,减小了 Adaboost 分类算法的检测范围,也降低了误检率,使得误判率对于简单背景图像和复杂背景图像都保持在一个可以接受的范围。

## 6 总结和展望

本文介绍了肤色分割、类 Harr 特征及其通过 Adaboost 分类算法应用于彩色人脸图像的人眼检测,比较了 Adaboost 算法并结合了肤色分割的 Adaboost 算法的优缺点。肤色分割降低了 Adaboost 算法的误检率,尤其是在具有复杂背景的人脸图像中,效果更明显。进一步可以改进的地方包括 Adaboost 训练样本的选取,样本的选取直接关系到分类器的性能。

## 参考文献:

- [1] Zhao Shuyan,Grigat R R.Robust eye detection under active infrared illumination[C]//The 18th International Conference on Pattern Recognition(ICPR'06),2006.
- [2] Zhou Z H,Geng X.Projection functions for eye detection[J].Pattern Recognition,2004,37(5):1049-1056.
- [3] Ma Y,Ding X,Wang Z,et al.Robust precise eye location under probabilistic framework[C]//IEEE International Conference on Automatic Face and Gesture Recognition,2004:339-344.
- [4] Hsu Rein-Lien,Jain A K.Face detection in color images[J].IEEE Trans.Pattern Analysis and Machine Intelligence,2002.
- [5] Viloa,Jones M.Rapid object detection using a boosted cascade of simple features[C]//Proc 2001 IEEE Computer Soc Computer Vision and Pattern Recognition,HI,Dec 2001,1.