

# 双时滞离散模型的网络控制系统稳定条件

管海娃, 高利新, 谢 民

GUAN Hai-wa, GAO Li-xin, XIE Min

温州大学 运筹与控制研究所, 浙江 温州 325000

Institute of Operations Research and Control Science, Wenzhou University, Wenzhou, Zhejiang 325000, China

E-mail: guanhaiwa1026@163.com

GUAN Hai-wa, GAO Li-xin, XIE Min. Stability criterion for networked control systems based on mode of discrete-time system with two delays. Computer Engineering and Applications, 2009, 45(8): 238-242.

**Abstract:** The stability of discrete-time linear system with two delays and application to network control system are discussed. A discrete-time linear system with state delay, when its signal of the state gets out from system to controller, there are two cases. The first one is that it has two channels, one is input into controller directly, the other is transmitted via network, time-delay caused by network transmission. The second one is that it has single-channel via network. Based on Lyapunov stability theory, a sufficient condition to guarantee the system with two delays stabilization is obtained. By introducing some new variables, the derived condition is formulated in terms of Linear Matrix Inequalities (LMIs) so that the controller for two cases is easily obtained. Finally, three examples are given to illustrate the developed results.

**Key words:** discrete-time system; stability; network control; time-delay

**摘 要:** 研究了具有双时滞离散线性系统的稳定性及其在网络控制中的应用。一个具有状态时滞的离散线性系统, 假设它的状态信号从输出到控制器的时候, 存在两种情况: 第一种情况, 有两条传播渠道, 一条直接输入到控制器, 另一条通过网络, 网络传播往往会产生时滞; 第二种情况是通过网络单渠道传送。基于 Lyapunov 稳定理论得到双时滞离散线性系统稳定的充分条件。在此基础上通过引入一些新的变量, 将得到的条件转化为线性矩阵不等式(LMIs), 分别给出了两种情况下控制器的设计。最后给出的三个数值例子说明方法的有效性。

**关键词:** 离散系统; 稳定性; 网络控制; 时滞

DOI: 10.3778/j.issn.1002-8331.2009.08.072 文章编号: 1002-8331(2009)08-0238-05 文献标识码: A 中图分类号: TP393

## 1 引言

最近网络控制已被广泛地研究<sup>[1-3]</sup>, 它在复杂控制系统和远程控制系统中都发挥了很大的作用。在智能交通系统, 远程控制系统中很多无法直接获得的信息需要通过网络来进行控制。比如在智能交通中, 后面的车需要用到第一辆车的状态信息来进行控制, 而第一辆车的状态信息需要通过网络来传送给后面的车。

在很多实际系统中经常出现时滞现象, 比如生物系统、化学系统、网络系统等。时滞是系统不稳定和不良性能的一个源泉。分析具有时滞的动力系统稳定性具有很好的理论和应用价值<sup>[4-6]</sup>。具有时滞的离散线性系统的稳定性问题也得到了很大的关注<sup>[7-10]</sup>。

最近, 文献<sup>[11]</sup>对近年时滞系统的研究现状做了综述, 并且列出了四个公开问题, 其中一个就是: 考虑一个具有状态和输入都有时滞的线性系统:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + A_1 x(t-h) + B_1 u(t) + B_2 u(t-h)$$

如果  $(A, B_1)$  或者  $(A + A_1, B_1)$  不可控, 那么  $B_2 u(t-h)$  这项如何使整个系统达到有效的控制。然后文献<sup>[5]</sup>对上面的公开问题进行了研究, 并给出系统具有时变时滞时基于 LMI 的时滞依赖稳定判据。

在研究状态反馈的问题时, 一般都假定信号传输是单渠道的。但是, 在很多实际问题中, 不是所有的状态变量都是通过单渠道直接获得。在本文, 考虑了具有一个状态时滞的离散线性系统状态反馈可稳定性问题, 当它的状态变量从输出到控制器的时候, 存在两种情况: 第一种情况是双渠道传播, 一部分可直接输入到控制器中, 另一部分无法直接获得, 需要通过网络传送, 通过网络传播往往会产生时滞; 第二种情况是通过网络单渠道传送, 网络传送产生时滞。

这样对第一种情况研究的是一个状态和部分输入都具有时滞的离散线性系统, 对第二种情况研究的是一个状态和输入都有时滞的离散线性系统。首先, 利用 Lyapunov 稳定理论得到双时滞离散系统稳定的充分条件, 在此基础上通过引入

一些新的变量,将得到的条件转化为线性矩阵不等式(LMIs),分别给出两种情况下系统控制器的设计,并用 Matlab 中的 LMI 工具箱直接求解。最后三个仿真实例验证了所得结论的可行性。

## 2 问题的描述

考虑一个具有状态时滞的离散线性系统:

$$\begin{cases} x(k+1)=Ax(k)+A_1x(k-\tau_1(k))+Bu(k) \\ x(k)=0, k < 0, x(0)=x_0 \end{cases} \quad (1)$$

这里  $x(k) \in R^n$  为状态向量;  $u(k) \in R^m$  为控制输入;  $x_0 \in R^n$  为初始条件;  $A, A_1, B$  为系统相应维数的常矩阵;  $\tau_1(k)$  是系统状态时滞,满足  $\tau_{\min}^1 \leq \tau_1(k) \leq \tau_{\max}^1$ , 记  $m_1 = \tau_{\max}^1 - \tau_{\min}^1 + 1$ 。

假设系统把输出信号传送给控制器的的时候存在两种情况:

第一种情况:当系统把输出信号传送给控制器的的时候,有两条传送渠道,一部分信号  $x_0(k) \in R^n$  能直接传送到控制器,另一部分信号  $x_c(k) \in R^n$  需要通过网络来传送。 $x(k) = (x_0^T(k), x_c^T(k))^T$ 。网络传播往往会产生时滞,并且时滞是时变的,那么信号  $x_c(k)$  到达控制器时为  $x_c(k-\tau_2(k))$ 。假设时滞  $\tau_2(k)$  满足  $\tau_{\min}^2 \leq \tau_2(k) \leq \tau_{\max}^2$ , 记  $m_2 = \tau_{\max}^2 - \tau_{\min}^2 + 1$ 。

对于不同信道的控制器信号  $x_0(k), x_c(k-\tau_2(k))$ , 采用不同的反馈控制增益  $K_0, K_c$ , 那么控制输入为:

$$u(k) = K_0 x_0(k) + K_c x_c(k-\tau_2(k)) = (K_0 \ 0)x(k) + (0 \ K_c)x(k-\tau_2(k)) \quad (2)$$

这样闭环系统表为:

$$x(k+1) = Ax(k) + A_1x(k-\tau_1(k)) + Bu(k) = [A+B(K_0 \ 0)]x(k) + A_1x(k-\tau_1(k)) + B(0 \ K_c)x(k-\tau_2(k)) \quad (3)$$

第二种情况:当系统把输出信号传送给控制器的的时候,只有一条传送渠道,全部通过网络来传送。网络传播往往会产生时滞,并且时滞是时变的。控制器的控制增益为  $K$ , 那么控制输入为:

$$u(k) = Kx(k-\tau_2(k)) \quad (4)$$

这样闭环系统表为:

$$x(k+1) = Ax(k) + A_1x(k-\tau_1(k)) + BKx(k-\tau_2(k)) \quad (5)$$

## 3 双时滞离散线性系统的稳定性

本文的目的是分别设计具有结构(2)控制器使闭环系统(3)稳定和具有结构(4)控制器使闭环系统(5)稳定。

首先考虑更一般的系统模型:

$$\Delta V_4(k) = \sum_{i=1}^2 \left[ \tau_{\max}^i \xi^T(k) \begin{pmatrix} (E-I)^T Z_i (E-I) & (E-I)^T Z_i E_1 & (E-I)^T Z_i E_2 \\ * & E_1^T Z_i E_1 & E_1^T Z_i E_2 \\ * & * & E_2^T Z_i E_2 \end{pmatrix} \xi(k) - \sum_{l=k-\tau_{\min}^i}^{k-1} y^T(l) Z_i y(l) \right]$$

$$x(k+1) = Ex(k) + E_1x(k-\tau_1(k)) + E_2x(k-\tau_2(k)) \quad (6)$$

并给出闭环系统(6)稳定的一个充分条件如下。

**定理 1** 如果存在对称矩阵  $P > 0, Q_1 > 0, Q_2 > 0, Z_1 > 0, Z_2 > 0$ ,

矩阵  $Y_1 \in R^{n \times n}, Y_2 \in R^{n \times n}, Y_3 \in R^{n \times n}$  满足下面这个矩阵不等式, 则闭环系统(6)稳定。

$$\begin{pmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} & \Theta_{13} & Y_1 & Y_1 & (E-I)^T & (E-I)^T & E^T \\ * & \Theta_{22} & \Theta_{23} & Y_2 & Y_2 & E_1^T & E_1^T & E_1^T \\ * & * & \Theta_{33} & Y_3 & Y_3 & E_2^T & E_2^T & E_2^T \\ * & * & * & -\frac{1}{\tau_{\max}} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\tau_{\max}} Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -\frac{1}{\tau_{\max}} Z_1^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\frac{1}{\tau_{\max}} Z_2^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & -P^{-1} \end{pmatrix} < 0 \quad (7)$$

其中  $\Theta_{11} = -P + 2Y_1 + 2Y_1^T + m_1 Q_1 + m_2 Q_2, \Theta_{12} = -Y_1 + 2Y_2^T, \Theta_{13} = -Y_1 + 2Y_3^T, \Theta_{22} = -Q_1 - Y_2 - Y_2^T, \Theta_{23} = -Y_2 - Y_3^T, \Theta_{33} = -Q_2 - Y_3 - Y_3^T$ 。

**证明** 定义  $y(k) \triangleq x(k+1) - x(k)$ , 取 Lyapunov 函数:

$$V(k) = V_1(k) + V_2(k) + V_3(k) + V_4(k)$$

其中  $V_1(k) = x^T(k) P x(k), V_2(k) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{l=k-\tau_i(k)}^{k-1} x^T(l) Q_i x(l) \right\}, V_3(k) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{l=k-\tau_{\min}^i+1}^{k-1} \sum_{h=l-k+1}^{k-1} x^T(l) Q_i y(l) \right\}, V_4(k) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \sum_{l=k-\tau_{\min}^i+1}^{k-1} \sum_{h=l-k+1}^{k-1} y^T(l) Z_i y(l) \right\}$ 。那么

$$\Delta V_1(k) = \xi^T(k) \begin{pmatrix} E^T P E - P & E^T P E_1 & E^T P E_2 \\ * & E_1^T P E_1 & E_1^T P E_2 \\ * & * & E_2^T P E_2 \end{pmatrix} \xi(k)$$

其中  $\xi(k) = [x^T(k) \ x^T(k-\tau_1(k)) \ x^T(k-\tau_2(k))]^T$ 。

$$\Delta V_2(k) =$$

$$\sum_{i=1}^2 \left\{ x^T(k) Q_i x(k) - x^T(k-\tau_i(k)) Q_i x(k-\tau_i(k)) + \sum_{l=k+1-\tau_i(k+1)}^{k-\tau_i(k)} x^T(l) Q_i x(l) \right\}$$

$$\Delta V_3(k) = \sum_{i=1}^2 \left\{ (\tau_{\max}^i - \tau_{\min}^i) x^T(k) Q_i x(k) - \sum_{l=k+1-\tau_{\min}^i}^{k-\tau_{\min}^i} x^T(l) Q_i x(l) \right\}$$

因为  $\tau_{\min}^i \leq \tau_i(k) \leq \tau_{\max}^i$ , 得到

$$\sum_{l=k+1-\tau_i(k+1)}^{k-\tau_i(k)} x^T(l) Q_i x(l) - \sum_{l=k+1-\tau_{\min}^i}^{k-\tau_{\min}^i} x^T(l) Q_i x(l) \leq 0 \quad (i=1, 2)$$

所以  $\Delta V_2(k) + \Delta V_3(k) \leq \xi^T(k) \begin{pmatrix} m_1 Q_1 + m_2 Q_2 & 0 & 0 \\ 0 & -Q_1 & 0 \\ 0 & 0 & -Q_2 \end{pmatrix} \xi(k)$

对任意矩阵  $X_{11} = X_{11}^T \in R^{n \times n}, X_{12} \in R^{n \times n}, X_{13} \in R^{n \times n}, X_{23} \in R^{n \times n}, X_{22} = X_{22}^T \in R^{n \times n}, X_{33} = X_{33}^T \in R^{n \times n}$  和  $Y_1 \in R^{n \times n}, Y_2 \in R^{n \times n}, Y_3 \in R^{n \times n}$ ,

如果满足  $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z \end{bmatrix} \geq 0$ , 其中  $X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} \\ X_{13}^T & X_{23}^T & X_{33} \end{bmatrix}$  和  $Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}$ 。

那么就可以得到:

$$0 \leq \sum_{l=k-\tau_1(k)}^{k-1} \begin{bmatrix} \xi(k) \\ y(l) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi(k) \\ y(l) \end{bmatrix} \leq \xi^T(k) \begin{bmatrix} Y_1+Y_1^T & -Y_1+Y_2^T & Y_3^T \\ * & -Y_2-Y_2^T & -Y_3^T \\ * & * & 0 \end{bmatrix} + \tau_{\max}^1 X \xi(k) + \sum_{l=k-\tau_{\max}^1}^{k-1} y^T(l) Z_2 y(l) \triangleq \Gamma_1$$

同理可得到,

$$\Gamma_2 \triangleq \xi^T(k) \begin{bmatrix} Y_1+Y_1^T & Y_2^T & -Y_1+Y_3^T \\ * & 0 & -Y_2 \\ * & * & -Y_3-Y_3^T \end{bmatrix} + \tau_{\max}^2 X \xi(k) + \sum_{l=k-\tau_{\max}^2}^{k-1} y^T(l) Z_2 y(l) \geq 0$$

然后不难得到

$$\Delta V(k) \leq \Delta V(k) + \Gamma_1 + \Gamma_2 \leq \xi^T(k) (\Xi + \tau_{\max}^1 X + \tau_{\max}^2 X) \xi(k)$$

其中  $\Xi = \begin{bmatrix} \Xi_{11} & \Xi_{12} & \Xi_{13} \\ \Xi_{12}^T & \Xi_{22} & \Xi_{23} \\ \Xi_{13}^T & \Xi_{23}^T & \Xi_{33} \end{bmatrix}$

$$\Xi_{11} = E^T P E - P + 2Y_1 + 2Y_1^T + m_1 Q_1 + m_2 Q_2 + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i (E-I)^T Z_i (E-I) \}$$

$$\Xi_{12} = E^T P E_1 - Y_1 + 2Y_2^T + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i (E-I)^T Z_i E_1 \}$$

$$\Xi_{13} = E^T P E_2 - Y_1 + 2Y_3^T + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i (E-I)^T Z_i E_2 \}$$

$$\Xi_{22} = E_1^T P E_1 - Y_2 - Y_2^T - Q_1 + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i E_1^T Z_i E_1 \}$$

$$\Xi_{23} = A_1^T P F - Y_2 - Y_3^T + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i A_1^T Z_i F \}$$

$$\Xi_{33} = E_2^T P E_2 - Y_3 - Y_3^T - Q_2 + \sum_{i=1}^2 \{ \tau_{\max}^i E_2^T Z_i E_2 \}$$

因此,如果满足  $\Xi + \tau_{\max}^1 X + \tau_{\max}^2 X < 0$  和  $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z_1 \end{bmatrix} \geq 0, (i=1, 2)$ , 那么  $\Delta V(k) < 0$ , 闭环系统(6)就稳定。

如果存在  $X = X^T$  和  $Y$ , 满足  $\Xi + \tau_{\max}^1 X + \tau_{\max}^2 X < 0$  和  $\begin{bmatrix} X & Y \\ Y^T & Z_1 \end{bmatrix} \geq 0$

0, 那么当且仅当存在  $Y$  满足  $\Xi + \tau_{\max}^1 Y Z_1^{-1} Y^T + \tau_{\max}^2 Y Z_2^{-1} Y^T < 0$ 。而  $\Xi + \tau_{\max}^1 Y Z_1^{-1} Y^T + \tau_{\max}^2 Y Z_2^{-1} Y^T < 0$  可以用 Schur 补性质等价转化为不等式(7)。证毕。

#### 4 双时滞离散线性系统在网络控制中的应用

##### 4.1 具有两条信号传播渠道的离散系统的控制器设计

利用定理 1 来设计系统(3)的控制器, 那么定理 1 中  $E = [A + B(K_0 \ 0)]$ ,  $E_1 = A_1$ ,  $E_2 = B(0 \ K_c)$ 。其中  $K_0, K_c$  是未知的需要设计的控制增益。但是定理 1 给出条件是非线性不等式, 不能直接应用 LMI 工具箱求解出反馈增益  $K_0, K_c$ 。下面给出线性矩

阵不等式形式的稳定判据, 进而可用来设计控制器。首先, 利用 Schur 补, 式(7)等价于

$$\begin{pmatrix} -\Theta_{11} & -\Theta_{12} & -\Theta_{13} & -Y_1 & -Y_1 & (E-I)^T Z_1 & (E-I)^T Z_2 & E^T P \\ * & -\Theta_{22} & -\Theta_{23} & -Y_2 & -Y_2 & E_1^T Z_1 & E_1^T Z_2 & E_1^T P \\ * & * & -\Theta_{33} & -Y_3 & -Y_3 & E_2^T Z_1 & E_2^T Z_2 & E_2^T P \\ * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} Z_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \frac{1}{2} Z_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} Z_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \frac{1}{2} Z_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} Z_2 \\ * & * & * & * & * & * & * & P \end{pmatrix} > 0 \quad (8)$$

其中  $E^T Z_i = A^T Z_i + [B(K_0 \ 0)]^T Z_i$ ,  $E_2^T Z_i = [B(0 \ K_c)]^T Z_i, (i=1, 2)$

$$E^T P = A^T P + [B(K_0 \ 0)]^T P, E_2^T P = [B(0 \ K_c)]^T P$$

因为  $K_0, K_c, Z_i, P$  都是未知的变量, 系统控制器的结构特殊, 所以使得  $[B(K_0 \ 0)]^T Z_i, [B(K_0 \ 0)]^T P, [B(0 \ K_c)]^T Z_i, [B(0 \ K_c)]^T P$ , 都是具有特殊结构的变量, 没法用常规的方法将其整体令出转化为线性矩阵不等式。为了解决这一问题, 引入新的变量, 在解决这一问题的同时解出了带有特殊结构的控制器, 得到如下定理。

**定理 2** 如果存在矩阵  $S_1 \in R^{n_1 \times n_1}, S_2 \in R^{n_2 \times n_2}, M_1 \in R^{m \times n_1}, N_1 \in R^{m \times n_2}, \bar{Y}_1 \in R^{n \times n}, \bar{Y}_2 \in R^{n \times n}, \bar{Y}_3 \in R^{n \times n}$  和对称矩阵  $X > 0, \bar{Q}_1 > 0, \bar{Q}_2 > 0, R_1 > 0, R_2 > 0$  满足下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} & \bar{\Phi}_{13} & -\bar{Y}_1 & -\bar{Y}_1 & \bar{\Phi}_{16} & \bar{\Phi}_{17} & S^T A^T + M^T B^T \\ * & \bar{\Phi}_{22} & \bar{\Phi}_{23} & -\bar{Y}_2 & -\bar{Y}_2 & S^T A_1^T & S^T A_1^T & S^T A_1^T \\ * & * & \bar{\Phi}_{33} & -\bar{Y}_3 & -\bar{Y}_3 & N^T B^T & N^T B^T & N^T B^T \\ * & * & * & \bar{\Phi}_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Phi}_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \frac{1}{2} R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & X \end{pmatrix} > 0 \quad (9)$$

其中  $\bar{\Phi}_{11} = S + S^T - X - 2\bar{Y}_1 - 2\bar{Y}_1^T - m_1 \bar{Q}_1 - m_2 \bar{Q}_2, \bar{\Phi}_{12} = \bar{Y}_1 - 2\bar{Y}_2^T, \bar{\Phi}_{13} = \bar{Y}_1 - 2\bar{Y}_3^T, \bar{\Phi}_{16} = \bar{\Phi}_{17} = S^T A^T - S^T + M^T B^T, \bar{\Phi}_{22} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_2^T + \bar{Q}_1, \bar{\Phi}_{23} = \bar{Y}_2 + \bar{Y}_3^T, \bar{\Phi}_{33} = \bar{Y}_3 + \bar{Y}_3^T + \bar{Q}_2, \bar{\Phi}_{44} = \frac{1}{\tau_{\max}} (S + S^T - R_1), \bar{\Phi}_{55} = \frac{1}{2} (S + S^T - R_2),$

\* 表示对称位置的转置,  $S = \text{diag}(S_1, S_2), M = (M_1 \ 0), N = (0 \ N_1)$ , 则控制器(2)可使闭环(3)稳定, 且  $K_0 = M_1 S_1^{-1}, K_c = N_1 S_2^{-1}$ 。

**证明** 对变量  $\bar{Y}_1$ , 存在变量  $Y_1$ , 使得  $\bar{Y}_1 = S^T Y_1 S$ , 同理  $\bar{Y}_2 = S^T Y_2 S, \bar{Y}_3 = S^T Y_3 S, \bar{Q}_1 = S^T Q_1 S, \bar{Q}_2 = S^T Q_2 S$ , 其中  $Q_1, Q_2$  是正定的。又因为

$$M=(M_1 \ 0)=(K_0 S_1 \ 0)=(K_0 \ 0)S$$

$$N=(0 \ N_1)=(0 \ K_c S_2)=(0 \ K_c)S$$

将其代入式(9), 然后对式(9)左右分别乘以

$$\text{diag}(S^{-T}, S^{-T}, S^{-T}, S^{-T}, S^{-T}, I, I, I)$$

$$\text{diag}(S^{-1}, S^{-1}, S^{-1}, S^{-1}, S^{-1}, I, I, I)$$

可得:

$$\begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & -Y_1 & -Y_1 & \Phi_{16} & \Phi_{17} & \Phi_{18} \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & -Y_2 & -Y_2 & A_1^T & A_1^T & A_1^T \\ * & * & \Phi_{33} & -Y_3 & -Y_3 & [0 \ K_c]^T B^T & [0 \ K_c]^T B^T & [0 \ K_c]^T B^T \\ * & * & * & \Phi_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \Phi_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \frac{1}{2} R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & X \end{pmatrix} > 0 \quad (10)$$

其中  $\Phi_{11}=S^{-T}+S^{-1}-S^{-T}XS^{-1}-2Y_1-2Y_1^T-m_1Q_1-m_2Q_2$ ,  $\Phi_{12}=Y_1-2Y_2^T$ ,  $\Phi_{13}=Y_1-2Y_3^T$ ,  $\Phi_{16}=\Phi_{17}=A^T-I+[K_0 \ 0]^T B^T$ ,  $\Phi_{18}=A^T+[K_0 \ 0]^T B^T$ ,  $\Phi_{22}=Y_2+Y_2^T+Q_1$ ,  $\Phi_{23}=Y_2+Y_3^T$ ,  $\Phi_{33}=Y_3+Y_3^T+Q_2$ ,  $\Phi_{44}=\frac{1}{\tau_{\max}}(S^{-T}+S^{-1}-S^{-T}R_1S^{-1})$ ,  $\Phi_{55}=\frac{1}{\tau_{\max}}(S^{-T}+S^{-1}-S^{-T}R_2S^{-1})$ 。由于  $(S^{-1}-X^{-1})^T X(S^{-1}-X^{-1}) \geq 0$ , 因此有  $X^{-1} \geq S^{-T}+S^{-1}-S^{-T}XS^{-1}$ 。

同理有  $R_i^{-1} \geq S^{-T}+S^{-1}-S^{-T}R_iS^{-1} (i=1, 2)$ , 可得

$$\begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{11} & \Phi_{12} & \Phi_{13} & -Y_1 & -Y_1 & E^T - I & E^T - I & E^T \\ * & \Phi_{22} & \Phi_{23} & -Y_2 & -Y_2 & E_1^T & E_1^T & E_1^T \\ * & * & \Phi_{33} & -Y_3 & -Y_3 & E_2^T & E_2^T & E_2^T \\ * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_1^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \frac{1}{2} R_2^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \frac{1}{2} R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & X \end{pmatrix} > 0 \quad (11)$$

其中  $\tilde{\Phi}_{11}=X^{-1}-2Y_1-2Y_1^T-m_1Q_1-m_2Q_2$ , 对式(11)左乘右乘  $\text{diag}(I, I, I, I, I, R_1^{-1}, R_2^{-1}, X^{-1})$ , 并令  $R_1^{-1}=Z_1, R_2^{-1}=Z_2, X^{-1}=P$ , 即可得式(8)。证毕。

注 1 如果  $\tau_1(k)=0$ , 系统无状态时滞, 那么闭环系统(3)就可以写成:

$$x(k+1)=[A+B(K_0 \ 0)]x(k)+B(0 \ K_c)x(k-\tau_2(k)) \quad (12)$$

可以相似地得到如下结论:

如果存在矩阵  $S_1 \in R^{n_1 \times n_1}, S_2 \in R^{n_2 \times n_2}, M_1 \in R^{m \times n_1}, N_1 \in R^{m \times n_2}$ ,

$\bar{Y}_1 \in R^{n \times n}, \bar{Y}_2 \in R^{n \times n}$ , 和对称矩阵  $X > 0, \bar{Q}_1 > 0, \bar{Q}_2 > 0, R_1 > 0, R_2 > 0$

满足下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 & -\bar{Y}_1 & S^T A^T - S^T + M^T B^T & S^T A^T + M^T B^T \\ * & \bar{Y}_2 + \bar{Y}_2 + Q_2 & -\bar{Y}_2 & N^T B^T & N^T B^T \\ * & * & \frac{1}{2}(S+S^T - R_2) & 0 & 0 \\ * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_2 & 0 \\ * & * & * & * & X \end{pmatrix} > 0 \quad (13)$$

其中  $\bar{\Phi}_{11}=S+S^T-X-\bar{Y}_1-\bar{Y}_1^T-m_2Q_2$ 。\* 表示对称位置的转置,  $S=\text{diag}(S_1, S_2), M=(M_1 \ 0), N=(0 \ N_1)$ , 则控制器(2)可以使闭环系统(12)稳定, 且  $K_0=M_1 S_1^{-1}, K_c=N_1 S_2^{-1}$ 。

#### 4.2 具有单条信号传播渠道的离散系统的控制器设计

利用定理 1 来设计系统(5)的控制器, 那么定理 1 中  $E=A, E_1=A_1, E_2=BK$ 。其中  $K$  是未知的需要设计的控制增益。采用与定理 2 类似的方法, 得到如下定理。

定理 3 如果存在矩阵  $S \in R^{n \times n}, M \in R^{m \times n}, \bar{Y}_1 \in R^{n \times n}, \bar{Y}_2 \in R^{n \times n}, \bar{Y}_3 \in R^{n \times n}$  和对称矩阵  $X > 0, \bar{Q}_1 > 0, \bar{Q}_2 > 0, R_1 > 0, R_2 > 0$  满足下面的 LMI

$$\begin{pmatrix} \bar{\Phi}_{11} & \bar{\Phi}_{12} & \bar{\Phi}_{13} & -\bar{Y}_1 & -\bar{Y}_1 & S^T A^T - S^T & S^T A^T - S^T & S^T A^T \\ * & \bar{\Phi}_{22} & \bar{\Phi}_{23} & -\bar{Y}_2 & -\bar{Y}_2 & S^T A_1^T & S^T A_1^T & S^T A_1^T \\ * & * & \bar{\Phi}_{33} & -\bar{Y}_3 & -\bar{Y}_3 & M^T B^T & M^T B^T & M^T B^T \\ * & * & * & \bar{\Phi}_{44} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & \bar{\Phi}_{55} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & \frac{1}{\tau_{\max}} R_1 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & \frac{1}{2} R_2 & 0 \\ * & * & * & * & * & * & * & X \end{pmatrix} > 0 \quad (14)$$

其中  $\bar{\Phi}_{11}=S+S^T-X-2\bar{Y}_1-2\bar{Y}_1^T-m_1\bar{Q}_1-m_2\bar{Q}_2$ ,  $\bar{\Phi}_{12}=\bar{Y}_1-2\bar{Y}_2^T$ ,  $\bar{\Phi}_{13}=\bar{Y}_1-2\bar{Y}_3^T$ ,  $\bar{\Phi}_{22}=\bar{Y}_2+\bar{Y}_2^T+\bar{Q}_1$ ,  $\bar{\Phi}_{23}=\bar{Y}_2+\bar{Y}_3^T$ ,  $\bar{\Phi}_{33}=\bar{Y}_3+\bar{Y}_3^T+\bar{Q}_2$ ,  $\bar{\Phi}_{44}=\frac{1}{\tau_{\max}}(S+S^T-R_1)$ ,  $\bar{\Phi}_{55}=\frac{1}{\tau_{\max}}(S+S^T-R_2)$ 。\* 表示对称位置的转置, 则控制器(4)可使闭环系统(5)稳定, 且  $K=MS^{-1}$ 。

#### 5 仿真实例

例 1 离散线性系统(1), 其系统矩阵为:

$$A = \begin{pmatrix} 1.1 & 0.5 \\ 0.2 & 1 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} -0.02 & 0 \\ 0 & -0.01 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

状态变量  $x_0(k)=x_1(k)$  可直接得到,  $x_c(k)=x_2(k)$  通过网络得到, 网络传播产生的时滞  $\tau_2(k)$ , 满足  $1 \leq \tau_2(k) \leq 3$ 。状态时滞  $\tau_1(k)$ , 满足  $1 \leq \tau_1(k) \leq 2$ 。由定理 2, 用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱求解得到:

$$\bar{K}_0=(K_0 \ 0)=(-0.2128 \ 0) \quad \bar{K}_c=(0 \ K_c)=(0 \ -0.0802)$$

代入原系统, 起始状态为(1 1)<sup>T</sup>时闭环系统仿真图见图 1。

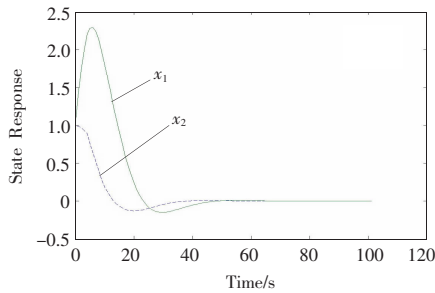


图1 闭环系统状态响应图(例1)

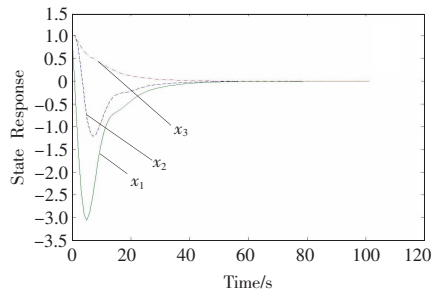


图2 闭环系统状态响应图(例2)

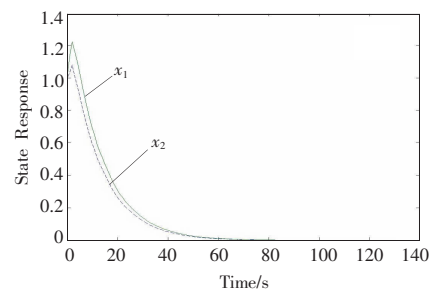


图3 闭环系统状态响应图(例3)

例2 考虑离散线性系统(1),其系统矩阵为:

$$A = \begin{pmatrix} 1.05 & 0.2 & -0.6 \\ 0.2 & -0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.71 & 1 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} -0.02 & 0 & 0 \\ 0 & -0.01 & 0 \\ 0 & 0 & -0.001 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

状态变量  $x_0(k) = (x_1^T(k), x_2^T(k))^T$  可直接得到,  $x_c(k) = x_3(k)$  通过网络得到, 网络传播产生的  $\tau_2(k)$  时滞, 满足  $1 \leq \tau_2(k) \leq 2$ 。状态时滞  $\tau_1(k)$ , 满足  $\tau_1(k) = 1$ 。由定理2, 用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱求解得到:

$$\bar{K}_0 = (K_0 \ 0) = (-0.1049 \quad -0.7036 \quad 0)$$

$$\bar{K}_c = (0 \ K_c) = (0 \ 0 \quad -0.1263)$$

代入原系统, 起始状态为  $(1 \ 1 \ 1)^T$  时闭环系统仿真图见图2。

例3 离散线性系统(1),其系统矩阵为:

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0.53 \\ 0.2 & 0.83 \end{pmatrix} \quad A_1 = \begin{pmatrix} -0.02 & 0 \\ 0 & -0.01 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

状态时滞  $\tau_1(k)$ , 满足  $1 \leq \tau_1(k) \leq 2$ 。状态变量都通过网络传播, 网络传播产生的时滞  $\tau_2(k)$ , 满足  $1 \leq \tau_2(k) \leq 2$ 。由定理3, 用 Matlab 软件中的 LMI 工具箱求解得到:

$$K = (-0.0348 \quad -0.0729)$$

代入原系统, 起始状态为  $(1 \ 1)$  时闭环系统仿真图见图3。

## 6 结论

本文研究了具有单条和两条信息传播渠道的离散线性系统的稳定性和可稳定性问题。首先, 利用 Lyapunov 稳定理论得到双时滞离散系统稳定的充分条件, 在此基础上通过引入一些新的变量, 将得到的条件转化为线性矩阵不等式(LMIs), 分别给出了这两种情况下系统控制器的设计。最后三个仿真实例验证了所得结论的可行性。

(上接 237 页)

## 4 结束语

(1) 本文提出了具有特征压缩功能的串联神经网络复合模型, 该复合模型由特征压缩网络和分类器网络两个子网串联而成, 并采用该复合网络实现了对发动机喷油器故障的诊断。经分析表明, 该复合模型与不具有特征压缩功能的网络模型相比, 具有较优的网络性能。

(2) 特征压缩方法可以将原始的高维特征空间用低维空间来表示, 将原始特征中蕴含的有用信息映射到少数几个特征上。因此, 通过特征压缩可以将模式识别的分类复杂性问题转移到特征处理阶段, 从而大大简化模式识别系统, 这在大量的多数据采集下的故障诊断及在线监测中具有重要的意义。

## 参考文献:

- [1] Seiler P, Sengupta R. An  $H_\infty$  approach to networked control[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2005, 50(3).
- [2] Yan Huai-cheng, Huang Xin-han, Wang Min, et al. Delay-dependent stability criteria for a class of networked control systems with multi-output[J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2006, 34: 997-1005.
- [3] Hu Li-sheng, Bai Tao, Shi Peng, et al. Sampled-data control of networked linear control systems[J]. Automatica, 2007, 43: 903-911.
- [4] Fridman E, Seuret A, Richard J P. Robust sampled-data stabilization of linear systems: An input delay approach[J]. Automatica, 2004, 40(8): 1441-1446.
- [5] Zhang Xian-ming, Wu Min, She Jin-hua. Delay-dependent stabilization of linear systems with time-varying state and input delays[J]. Automatica, 2005, 41: 1405-1412.
- [6] Chen Wu-hua, Zheng Wei-xing. On improved robust stabilization of uncertain systems with unknown input delay[J]. Automatica, 2006, 42: 1067-1072.
- [7] Boukas E K, Liu Z K. Robust  $H_\infty$  control of discrete-time Markovian jump linear systems with mode-dependent time-delays[J]. IEEE Trans on Automatic Control, 2001, 46(12).
- [8] Xiong Jun-lin, Lam J. Stabilization of discrete-time Markovian jump linear systems via time-delayed controllers[J]. Automatica, 2006, 42: 747-753.
- [9] Chen Wu-hua, Guan Zhi-hong, Lu Xiao-mei. Delay-dependent guaranteed cost control for uncertain discrete-time systems with both state and input delays[J]. Journal of the Franklin Institute, 2004, 341: 419-430.
- [10] Sun Yuan-gong, Wang Long, Xie Guang-ming. Delay-dependent robust stability and stabilization for discrete-time switched systems with mode-dependent time-varying delays[J]. Applied Mathematics and Computation, 2006, 180: 428-435.
- [11] Richard J. Time-delay systems: An overview of some recent advances and open problems[J]. Automatica, 2003, 39: 1667-1694.

## 参考文献:

- [1] 边肇祺, 张学工. 模式识别[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 185-195.
- [2] Lowe D, Webb A R. Optimized feature extraction and the Bayes decision in feed-forward classifier networks[J]. IEEE Trans on PAMI, 1991, 3(4): 355-364.
- [3] Gallinari P. On the relations between discriminate analysis and multilayer perceptrons[J]. Neural Networks, 1991, 4(3): 349-360.
- [4] 虞和济, 陈长征, 张省, 等. 基于神经网络的智能诊断[M]. 北京: 冶金工业出版社, 2000: 130-131.
- [5] 高隽. 人工神经网络原理及仿真实例[M]. 北京: 机械工业出版社, 2003: 155-160.
- [6] Hagan M T, Demuth H B, Beale M. Neural network design[M]. [S.l.]: PWS Publishing Company, 2002.