

# 图像降噪的自适应高斯平滑滤波器

谢勤岚

XIE Qin-lan

中南民族大学 电子信息工程学院,武汉 430074

College of Electrical and Information Engineering, South-Central University for Nationalities, Wuhan 430074, China

E-mail:xieqinlan@126.com

**XIE Qin-lan.** Adaptive Gaussian smoothing filter for image denoising. Computer Engineering and Applications, 2009, 45 (16): 182-184.

**Abstract:** As the image enhancement techniques for image denoising, the traditional image smoothing methods can improve the signal-to-noise ratio (SNR) of image, but at the meantime also blur the image. For overcoming these disadvantages, an improved adaptive Gaussian filter is introduced. The filter, which combines the properties of Gaussian filter and Gradient Inverse Weighting Filter, takes simultaneously the space distance and pixel distance into account, so as to choose the pixels and their weights for local smoothing. The filter maintains the local image characteristic, especially on the edges and details, while it depresses the computational performance. The experiments compare the performance of the filter with other filters, and the results demonstrate the validity of the filter.

**Key words:** image smoothing; Gaussian filter; space distance; pixel distance; adaptive weight

**摘要:** 作为去除图像中噪声的图像增强技术,常用的图像平滑方法在提高局部信噪比的同时,也使图像产生模糊。为克服上述缺点,引入了自适应高斯滤波器,它结合了高斯滤波器和梯度倒数加权滤波器的特点,同时考虑了图像局部的空间距离和像素距离,以确定参与局部平滑的像素及其权值。该滤波器算法牺牲了简单平滑滤波器的计算性能,但很好地保留了图像的局部特点,特别是边缘和细节。实验比较了该方法与其他常用滤波器的性能,结果证实了该方法的有效性。

**关键词:** 图像平滑;高斯滤波器;空间距离;像素距离;自适应权值

DOI:10.3778/j.issn.1002-8331.2009.16.053 文章编号:1002-8331(2009)16-0182-03 文献标识码:A 中图分类号:TP391

## 1 引言

实际应用中所获得的图像一般都会由于各种原因受到一定程度的干扰和损害,从而使图像中包含噪声信号。噪声产生的原因决定了噪声的分布特性以及它和图像信号之间的关系,通常噪声可以分成加性噪声、乘性噪声、量化噪声等。这些噪声恶化了图像质量,使图像模糊,甚至淹没特征,给分析带来困难。

图像平滑的目的就是为了减少和消除图像中的噪声,以改善图像质量,有利于抽取对象的特征进行分析。经典的平滑技术对噪声图像使用局部算子,当对某一个像素进行平滑处理时,仅对它的局部小邻域内的一些像素进行处理,其优点是计算效率高,而且可以对多个像素并行处理。但邻域平均法是以图像模糊为代价来换取噪声的降低,其主要缺点是在降低噪声的同时使图像产生模糊,特别是边缘和细节处。如何处理好降噪和模糊的矛盾,特别是尽量保留边缘和局部细节,是利用平滑滤波实现图像降噪的一个研究重点<sup>[1-3]</sup>。

## 2 均值滤波降噪方法

空间滤波技术在图像处理领域一直占主导地位,该技术在图像空间借助模板进行邻域操作,根据滤波特点的不同可将其分为线性和非线性两类;同时空间滤波器根据其功能的不同又可分为平滑的和锐化的。对图像进行去噪处理所使用的就是其中的平滑滤波技术。邻域平均法就是常用的平滑滤波方法。

邻域平均法是一种空间域局部处理算法。对于位置(i,j)处的像素,其灰度值为f(i,j),平滑后的灰度值为g(i,j),则g(i,j)由包含(i,j)邻域的若干个像素的灰度平均值决定,即由下式得到平滑的像素灰度值:

$$g(i,j)=\frac{1}{M} \sum_{x,y \in A} f(x,y) \quad x,y=0,1,2,\dots,N-1 \quad (1)$$

式中,A 表示以(i,j)为中心的邻域点的集合,M 是A 中像素点的总和。

邻域平均法的平滑效果与所使用的邻域半径大小有关:半径越大,平滑图像的模糊程度越大。邻域平均法的优点在于算法简单、计算速度快,主要缺点是在降低噪声的同时使图像产

**基金项目:**国家自然科学基金(the National Natural Science Foundation of China under Grant No.40774089)。

**作者简介:** 谢勤岚(1968-),男,副教授,主要研究领域为模式识别、计算机视觉、智能系统等。

**收稿日期:**2009-01-15 **修回日期:**2009-03-25

生模糊, 特别是边缘和细节处。从信噪比的角度来看, 邻域取得越大, 像素点越多, 则信噪比提高越大, 平滑效果越好, 但是图像模糊也越严重。

### 3 加权平均法

为了克服邻域平均法的简单局部平均的弊病, 已经提出了许多保留边缘细节的局部平滑算法, 它们讨论的重点都在如何选择邻域的大小、形状和方向, 以及邻域内各点的权重系数等。把这类根据参与平均像素的特点赋予不同权值的方法称为加权平均法, 常用的有高斯平滑、灰度最近  $K$  个邻点平均法、梯度倒数加权平均等。

通常, 参与平均的像素及其权值可以按照下列准则来确定:

- (1)待处理的像素赋予较大的权值, 其他像素的权值较小;
- (2)按照与待处理像素的空间距离确定权值, 距离待处理像素较近的像素赋予较大的权值;
- (3)按照与待处理像素的灰度距离(灰度差值)确定权值, 与待处理像素灰度较接近的像素赋予较大的权值。

#### 3.1 高斯平滑滤波器

对于像素及权值选择的前两个问题, 可以使用空间加权平均滤波器, 其中重要的一个就是高斯滤波器。高斯滤波器是一类根据高斯函数(即正态分布函数)的形状来选择权值的线性平滑滤波器, 高斯平滑滤波器对去除服从正态分布的噪声是很有成效的<sup>[1-2]</sup>。

一维零均值高斯函数为:

$$g(x)=e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \quad (2)$$

其中, 高斯分布参数  $\sigma$  决定了高斯滤波器的宽度。对图像处理来说, 常用二维零均值离散高斯函数作平滑滤波器:

$$G(x,y)=A e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}=A e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

对上面连续高斯分布进行采样、量化, 并使其模板归一化, 得到离散模板:

$$G^3=\frac{1}{16}\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

高斯滤波器很好地解决了空间距离加权平均的问题, 但是, 没有考虑像素梯度的变化, 而像素梯度往往反映了诸如边缘等局部特征。

#### 3.2 梯度倒数加权滤波器

对于根据像素的灰度距离确定像素权值的问题, 可以使用梯度倒数加权滤波器<sup>[2-4]</sup>。在一幅数字图像中, 相邻区域的变化大于区域内部的变化, 同一区域内部中间像素的变化小于边缘像素的变化。当以灰度梯度倒数作为权值时, 区域内部的邻点像素的权值就比区域边缘或者区域外的邻点像素的权值大。此时平滑的贡献主要来自于区域内部的像素, 平滑后的图像边缘和细节不会受到明显损害。这就是梯度倒数加权法的基本思想。

假设像素点  $(i,j)$  的灰度为  $f(i,j)$ , 对应于该像素的  $3\times 3$  的邻域窗口内, 其以灰度梯度倒数构成的权值矩阵为:

$$W=\begin{bmatrix} w(i-1,j-1) & w(i-1,j) & w(i-1,j+1) \\ w(i,j-1) & w(i,j) & w(i,j+1) \\ w(i+1,j-1) & w(i+1,j) & w(i+1,j+1) \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中,  $w(i,j)=1/2$ , 权值矩阵其他元素为:

$$w(i+m,j+n)=\frac{d(i+m,j+n)}{2\sum_{m=-1}^1\sum_{n=-1}^1 d(i+m,j+n)}$$

$$d(i+m,j+n)=\frac{1}{|f(i+m,j+n)-f(i,j)|}$$

式中,  $m, n$  分别为  $-1, 0, 1$ , 且不能同时为 0。

平滑输出为窗口像素分别与对应位置上的权值相乘, 即:

$$g(i,j)=\sum_{m=-1}^1\sum_{n=-1}^1 [f(i+m,j+n)\times w(i+m,j+n)] \quad (5)$$

### 4 结合空间和像素距离加权的自适应高斯平滑滤波器

前面提到的两种加权方法, 都是对邻域平均法的改进, 虽然分别解决了参与平均的像素及其权值的选择问题, 但是, 都由于只解决了问题的一个方面而存在缺陷。一般来说, 希望参与平均的像素构成的邻域具有如图 1 所示的特点。

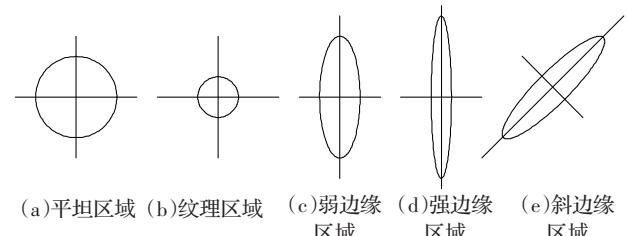


图 1 图像不同结构处参与平均的像素所构成的区域

从图 1 可以看出, 这些区域可以是二元高斯函数的等高线的不同形状, 因此考虑二元正态分布。设二元向量  $X=\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \sim N_2(\mu, \Sigma)$ , 记

$$\mu=\begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{bmatrix}, \Sigma=\begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{bmatrix}>0$$

则  $X$  的联合概率密度函数为:

$$f(x_1, x_2)=\frac{1}{2\pi|\Sigma|^{1/2}} \exp\left[-\frac{1}{2}(x-\mu)' \Sigma^{-1} (x-\mu)\right]=\frac{1}{2\pi\sigma_1\sigma_2\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)^2 - 2\rho\left(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_1}\right)\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)+\left(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_2}\right)^2\right]\right\} \quad (6)$$

其中

$$\Sigma^{-1}=\frac{1}{\sigma_1^2\sigma_2^2(1-\rho^2)}\begin{bmatrix} \sigma_2^2 & -\rho\sigma_1\sigma_2 \\ -\rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_1^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

由式(4)可见, 3 个参数  $\rho, \sigma_1, \sigma_2$  决定了高斯二维高斯函数等高线的形状, 而与某一常数对应的等高线内区域确定了参与平均的像素, 即这 3 个参数的变化形成了图 1 中的局部边沿结构。

由式(6)还可知, 上述 3 个参数决定的局部边沿结构与梯度协方差相关, 原始的局部协方差矩阵可由下式估计得到:

$$C_i \approx \begin{bmatrix} \sum_{x_j \in w_j} z_{x1}(x_j)z_{x1}(x_j) & \sum_{x_j \in w_j} z_{x1}(x_j)z_{x2}(x_j) \\ \sum_{x_j \in w_j} z_{x2}(x_j)z_{x1}(x_j) & \sum_{x_j \in w_j} z_{x2}(x_j)z_{x2}(x_j) \end{bmatrix} \quad (8)$$

这里  $Z_{x_1}(\cdot)$  和  $Z_{x_2}(\cdot)$  是沿  $x_1, x_2$  方向的一阶偏导数,  $w_i$  是待估计点周围的局部分析窗。梯度的局部主方向与这个矩阵的特征向量有关。

比较式(6)、(7)和(8),似乎可以由局部协方差矩阵来估计矩阵  $\Sigma$  及参数  $\rho, \sigma_1, \sigma_2$ ,以确定如图 1 所示的平均区域及各像素权值。然而协方差矩阵的估计结果可能是欠秩或不稳定的,在这种情况下难以直接求矩阵的逆。对于这个问题,有两种方法解决:(1)使用矩阵算法中的迭代分解技术求解;(2)使用局部多尺度技术来估计局部方向<sup>[5]</sup>。

该滤波器很好地满足了像素及权值选择的 3 个准则,兼顾了图像平滑去噪和边缘保护的问题。当然,其代价是计算开销的增加。

## 5 实验

为验证结合空间和像素距离加权的自适应高斯平滑滤波器的效果因素,以下分别进行了几个实验。

**实验 1** 前述三种算法的比较。图 2(a)是 256×256 的原始 Lena 图像,在其上加入均值为 0,方差 25 的高斯白噪声,得到图 2(b)的有噪图像。图 2(c)、(d)、(e)分别是经高斯平滑滤波、梯度倒数加权滤波、自适应高斯平滑滤波等三种平滑去噪方法后得到的结果。可以看出,图 2(e)中图像的恢复比较好。

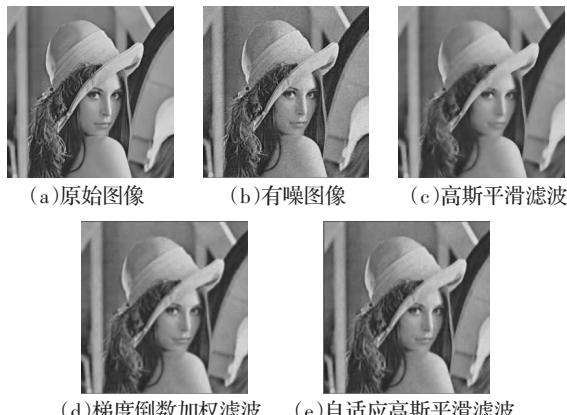


图 2 三种滤波去噪效果

**实验 2** 与其他方法的比较。这里对医学图像应用自适应高斯平滑滤波与几种常见去噪方法进行比较,实验图片大小为

(上接 140 页)

在今后的工作,将对以下方面进行进一步研究:

(1)文本特征的选取,结合文本数据挖掘,选取更能反映邮件特征、有助于分类正常邮件和垃圾邮件的条件属性。

(2)实验数据的规模问题。收集更具规模的数据集,尝试将此方法应用到更多的数据集中来进行实验和改进。

(3)考虑将粗糙集与其他方法的结合以提高性能。

## 参考文献:

256×256。实验中对图像加入的是  $SNR=6$  的高斯白噪声。自适应高斯平滑滤波与几种常见去噪方法结果见图 3。通过实验结果可以看到自适应高斯平滑滤波能够较好地对医学图像去噪。

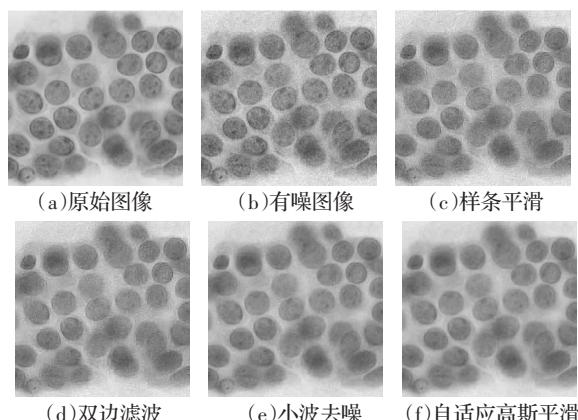


图 3 不同去噪方法的实验比较

## 6 结语

本文研究了结合空间和像素距离加权的自适应高斯平滑滤波器,其结合了高斯平滑滤波器和梯度倒数加权滤波器的特点,充分考虑了图像的局部空间距离和像素距离。因而,在降噪的同时,自适应地保留了图像的局部边缘特性。分析和实验显示该方法是有效的。

对于如何确定二维高斯函数的参数,以及如何简化确定局部边缘的方向的计算量,都是需要进一步研究和探讨的问题。

## 参考文献:

- [1] 李鹤程,彭天强,彭波.智能图像处理技术[M].北京:电子工业出版社,2004.
- [2] 阮秋琦.数字图象处理[M].2 版.北京:电子工业出版社,2007.
- [3] 余庆军,谢胜利.基于人类视觉系统的各向异性扩散图像平滑方法[J].电子学报,2004,32(1):17~20.
- [4] 魏丹,陈淑珍,陈彬,等.梯度倒数加权平滑算法的改进与实现[J].计算机应用研究,2005(3):153~154.
- [5] Feng X, Milanfar P. Multi-scale principal components analysis for image local orientation estimation[C]//Proceedings of the 36th Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, Pacific Grove, CA, November 2002.
- Cybernetics and Systems, 1998, 29: 661~688.
- [4] 张文修.粗糙集理论与方法[M].北京:科学出版社,2002.
- [5] 王国胤.Rough 集理论与知识获取[M].西安:西安交通大学出版社,2002.
- [6] 李雄飞,李军.数据挖掘与知识发现[M].北京:高等教育出版社,2004.
- [7] Fayyad U M, Irani K B. Multi-interval discretization of continuous-valued attributes for classification learning[C]//Proceedings of the 13th International Joint Conference on Artificial Intelligence, Morgan Kaufmann, 1994: 1022~1027.
- [8] Rosetta.<http://www.idi.ntnu.no/~aleks/thesis/>.
- [9] Spam E-mail database.<http://www.ics.uci.edu/~mlearn/MLRepository.html>.
- [10] 廖明涛,张德运,李金库.基于朴素贝叶斯和层次聚类的两阶段垃圾邮件过滤方法[J].微电子学与计算机,2007,24(8):1~3,7.