

# 一维非饱和土壤水分运动的数值模拟

高建勇<sup>1,2</sup>, 陈艳霞<sup>2</sup> (1. 西昌学院工程技术系, 四川西昌615013; 2. 西北农林科技大学水利与建筑工程学院, 陕西杨凌712100)

**摘要** 基于 MATLAB 平台, 应用有限差分法, 对以土壤含水率(θ)为应变量的一维非饱和土壤水分运动模型进行了离散, 得到了该模型的有限差分方程, 并对其进行了模拟。结果表明, 该模型形式简单, 计算简便, 符合应用要求。

**关键词** 含水量; 非饱和土壤; 水分运动; 有限差分法; MATLAB

中图分类号 S152.7 文献标识码 A 文章编号 0517-6611(2008)10-04189-01

## Numerical Simulation for 1-D Water Movement in Unsaturated Soil

GAO Jian yong et al (Engineering and Technology Department of Xichang College, Xichang, Sichuan 615013)

**Abstract** Based on the MATLAB platform, using the finite difference method, the one dimension water movement model in unsaturated soil with soil content (θ) as dependent variable was dispersed, then the finite difference equation of the model was built. The soil water movement was simulated according to the model. Results showed that the model was suitable to practical application with its simple form and convenient calculation.

**Key words** Water Content; Unsaturated Soil; Water Movement; Finite Difference Method; MATLAB

非饱和土壤水分运动是指土壤中水分未充满全部孔隙时的水分运动, 是多孔介质中流体运动的一种重要形式。有效模拟非饱和土壤中水分运动对于边坡工程、水资源评价、农田灌溉与排水有着重要意义。笔者应用有限差分法, 对恒温条件下地下水埋藏无限深的一维非饱和均质土壤中水分运动进行模拟。

### 1 数学模型

最简单的地表湿润条件下土壤水分运动模型<sup>[1]</sup>表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right] - \frac{K(\theta)}{Z} \\ &= a \quad t=0, z=0 \\ &= b \quad t>0, z=0 \\ &= a \quad t>0, z=0 \quad (\text{或 } z=L) \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $a$  为均匀分布的初始含水率;  $b$  为地表因湿润条件而维持不变的含水率。下边界在实际计算时取有限深度  $L$ , 其原则是全部计算过程中下边界以上一定范围内的含水率无变化, 即维持为  $a$  值。

### 2 数值模型

**2.1 建立数值模型** 将全部求解域  $z=0, 1, \dots, L-1, L$  离散为  $n$  个单元, 共有  $n+1$  个结点, 编号为  $i=1, 2, \dots, n, n+1$ , 其中  $i=0$  和  $i=n+1$  为边界结点, 其余为内结点, 距离步长为  $z$ , 时间步长为  $t$  (该文取为平均值)。

对任一内结点, 按隐式差分法式(1)的差分方程如下:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_i^{k+1} - \theta_i^k}{t} &= \frac{D_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} (\theta_{i+1}^{k+1} - \theta_i^{k+1}) - D_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} (\theta_i^{k+1} - \theta_{i-1}^{k+1})}{z^2} \\ &\quad - \frac{(K_{i+1}^{k+1} + K_i^{k+1}) - (K_i^{k+1} + K_{i-1}^{k+1})}{2Z} \end{aligned} \quad (2)$$

令  $r_1 = \frac{t}{z^2}, r_3 = \frac{t}{z}$ , 经整理后可写为:

$$-r_1 D_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} \theta_{i-1}^{k+1} + [1 + r_1 (D_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} + D_{i+\frac{1}{2}}^{k+1})] \theta_i^{k+1} - r_1 D_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \theta_{i+1}^{k+1} = \theta_i^k - r_3 (K_{i+1}^{k+1} - K_{i-1}^{k+1}) \quad (3)$$

或写为:

$$a_i \theta_{i-1}^{k+1} + b_i \theta_i^{k+1} + c_i \theta_{i+1}^{k+1} = h_i \quad (i=2, 3, \dots, n) \quad (4)$$

式中,  $a_i = -r_1 D_{i-\frac{1}{2}}^{k+1}$  ( $i=2, 3, \dots, n$ )

$$b_i = 1 + r_1 (D_{i-\frac{1}{2}}^{k+1} + D_{i+\frac{1}{2}}^{k+1}) \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

$$c_i = -r_1 D_{i+\frac{1}{2}}^{k+1} \quad (i=2, 3, \dots, n)$$

$$h_i = \theta_i^k - r_3 (K_{i+1}^{k+1} - K_{i-1}^{k+1}) \quad (i=3, 4, \dots, n-1)$$

当  $i=2$  时, 差分方程(4)可写为:

$$b_2 \theta_2^{k+1} + c_2 \theta_3^{k+1} = h_2 \quad (5)$$

$$h_2 = [ \theta_2^k - r_3 (K_3^{k+1} - K_1^{k+1}) ] - a_2 \theta_1 \quad (6)$$

式中,  $K_1^{k+1} = K(a)$

当  $i=n$  时, 差分方程(4)可写为:

$$a_n \theta_{n-1}^{k+1} + b_n \theta_n^{k+1} = h_n \quad (7)$$

$$h_n = [ \theta_n^k - r_3 (K_{n+1}^{k+1} - K_{n-1}^{k+1}) ] - c_n \theta_{n+1} \quad (8)$$

式中,  $K_{n+1}^{k+1} = K(a)$ 。

形成三对角矩阵:

$$[A][\theta]^{k+1} = [H] \quad (9)$$

在 MATLAB 中, 可用  $[H]/[A]$  直接求出  $[\theta]^{k+1}$ 。该文采用预报校正法对其进行线性化: 第1次求解时, 近似将时段初的  $D, K$  值作为时段末的值, 求解出的含水率作为预报值, 由  $D \sim \theta, K \sim \theta$  的关系, 求出相应的土壤水分运动参数  $D, K$  的校正值, 由此可计算出隐式差分格式的求解方程组中各个参数和常数项; 第2次求解方程(9), 则可得到该时段末含水率的校正值, 该校正值即为所求得解。

其中, 扩散率  $D_{i \pm \frac{1}{2}}$  用“三点式”取值, 先取两结点处含水率的算术平均值, 然后查出相应的参数值, 即

$$D_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (D_i + D_{i \pm 1}) \quad (10)$$

$$D_{i \pm \frac{1}{2}} = D(\theta_{i \pm \frac{1}{2}}) \quad (11)$$

根据上式求出的  $D_{i \pm \frac{1}{2}}$  和两结点处的参数  $D_i$  和  $D_{i \pm 1}, 3$  点参数取平均值, 即

$$D_{i \pm \frac{1}{2}} = \frac{1}{4} (D_{i \pm 1} + 2D_{i \pm \frac{1}{2}} + D_i) \quad (12)$$

### 2.2 基本程序

**2.2.1 用差分法求解** seta1, %seta0 上次的含水率,

%D1 扩散率

**作者简介** 高建勇 (1981-), 男, 四川西昌人, 硕士, 助教, 从事岩土工程的教学和研究。

收稿日期 2007-12-13

支付能力也将越来越强。

**3.2** 要加强税法的宣传教育工作,营造良好的纳税氛围  
公民良好的纳税意识是顺利贯彻执行税法的必要外部条件。针对我国目前公民的纳税意识还不是很强的现实,必须通过多种渠道,采取多种措施,在全社会范围内加大税法宣传教育的力度,切实提高公民依法纳税的意识,培养其良好的纳税道德,形成自觉纳税、纳税光荣、偷税逃税可耻的社会氛围。尤其是要加强对青少年的税收宣传教育,借鉴外国的经验可以将税收知识写进中小学课本,使公民从小树立良好的税收意识,为提高全民纳税意识奠定基础。

**3.3** 要加强监管,营造良好的依法治税环境 实践反复证明,有法不依、执法不严、执法随意、监管不到位等行为是法治建设的大敌。如果开征社会保障税,必须加强监管,严格执法,切实做到有法必依,执法必严,违法必究,彻底摧毁税

(上接第4189页)

```
%K1 导水率
%mid_D1 中点处的扩散率
function [seta1] = FDM_solve(seta0, D1, K1, mid_D1, detaZ, detaT, N)
global SETAa
global SETAb
%
[A, H] = generateAH(seta0, D1, K1, mid_D1, detaZ, detaT, N);
seta = H \ A;
seta1 = [SETAb, seta, SETAa]';
```

**2.2.2** 生成系数矩阵 A, H。function [A, H] = generateAH(seta, D, K, mid\_D, detaZ, detaT, N)

```
global SETAa
global SETAb
%
r1 = detaT / detaZ ^ 2;
r3 = detaT / (detaZ ^ 2);
% 计算各个时段中点时刻的 D 值%
for i = 2 : N
a(i) = - r1 * mid_D(i - 1);
b(i) = 1 + r1 * (mid_D(i - 1) + mid_D(i));
c(i) = - r1 * mid_D(i);
h(i) = seta(i) - r3 * (K(i + 1) - K(i - 1));
end
h(2) = h(2) - a(2) * SETAb;
h(N) = h(N) - c(N) * SETAa;
% 用 diag 组合成矩阵
A = sparse(diag(b(2 : N)), 0) + diag(c(2 : N - 1), 1) + diag(a(3 : N), - 1);
H = h(2 : N);
```

务违章违法者的侥幸心理。对那些恶意偷逃税款的行为,要加大打击惩罚的力度,使其偷逃税的成本增大,对纳税人起到警示教育作用。同时,对税务部门及其工作人员滥用职权,执法不严,随意执法,甚至违法不究的情况要坚决查处,决不姑息。另外,健全的司法税务监督机制同样不可或缺,可以借鉴国外一些国家的做法,即建立专门的税务法院或法庭等司法保障体系,对征纳双方权利的行使和义务的履行进行监督,从税务司法方面为税务机关的税收执法提供保障,同时起到监督制约作用,切实实现依法治税、保障征纳双方权益的目的。

参考文献

- [1] 张俊芳. 我国开征社会保障税的必要性和可行性[J]. 税务研究, 2006(10): 89-90.
- [2] 董楠楠, 钟昌标. 中国居民收入增长对海水产品需求的影响[J]. 宁波大学学报: 人文科学版, 2006(6): 99-102.

### 3 实例应用

实例引自文献[2], 其中初始均匀分布的含水率( $\theta_a$ )为0.28, 地表因湿润条件而维持不变的含水率( $\theta_s$ )为0.38, 饱和含水率( $\theta_s$ )为0.4,  $D(\theta)$ 为 $10.25(\theta/\theta_s)^{3.6}$ ,  $K(\theta)$ 为 $0.0379(\theta/\theta_s)^{3.487}$ 。该文取有限深度( $L$ )100 cm, 离散为100个单元, 共101个结点, 时间步长取1 min, 计算60 min的土壤水分入渗。从图1可以看出, 非饱和土壤含水率随时间逐渐向下推移, 在 $t$ 为5 min时只到达地面以下20 cm处, 而当 $t$ 为55 min时已经到达地面以下65 cm处, 结果与实际情况相符。

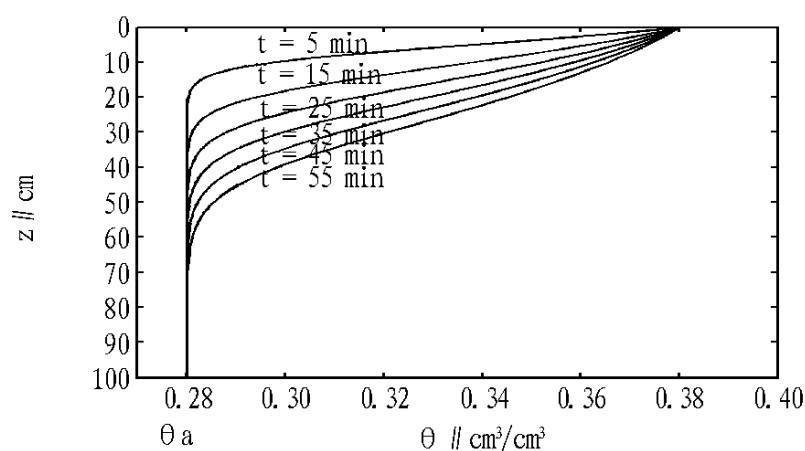


图1 土壤含水率随时间的变化曲线

Fig.1 The dynamic curve of soil water content with time change

### 4 结论

基于MATLAB软件,采用有限差分法对以土壤含水率( $\theta$ )为应变量的—维非饱和土壤水分运动模型进行离散,得到了该模型的有限差分方程,并对其进行了模拟。结果显示,该模型形式简单,计算简便,符合应用要求。利用模拟出的含水率,根据土—水特征曲线可以得出均质非饱和土的基质吸力,从而计算它的安全系数,并且对其进行稳定性评价。

参考文献

- [1] 雷志栋, 杨诗秀, 谢森传. 土壤水动力学[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.
- [2] 赵慧丽, 张弥. 降雨入渗对基坑非饱和土瞬态含水率影响的数值计算[J]. 石家庄铁道学院学报, 2000, 12(13): 43-46.