

“热核”的统计特性和核物质 液气相变*

蔡延璜 夏克定 宋宏秋

(中国科学院上海原子核研究所)

摘 要

用含温度推广的 Thomas-Fermi 模型讨论了“热核”和核物质的激发能、熵和自由能等热力学函数的温度依赖特性。确定了有限温度下核物质的状态方程，并进而计算了液气相变的临界温度及其对核物质不对称度的依赖关系。

一、引 言

重离子熔合和深度非弹性散射实验为研究有限温度下原子核的特性提供了有力的手段。近年来，人们在重离子反应中观察到了建立在“热核”上的巨多极共振现象，其频率与宽度均可与基态巨共振相比拟，可用统计理论描述^[1]。在能量更高的重离子反应中，人们观测到了核的液气相变现象，其临界温度约为 $k_B T_c \cong 12\text{MeV}$ ，即 T_c 约为 10^{11}K ^[2]。此现象激发了人们研究核物质状态方程的兴趣。由于实验数据有限，人们希望在理论上对核物质状态方程进行深入研究，并把已知的知识用来研究至今仍了解较少的领域。例如，天体物理中研究中子星和超新星的演化均需核物质状态方程的知识。

理论上，人们希望从基本的核子-核子相互作用出发来精确地推导核物质状态方程。中心问题是在推导状态方程时应当用什么样的核子-核子相互作用？一个比较基本的选择是用真实的核子-核子相互作用，例如 Paris 势^[3]。然后用含温度多体理论来推导核物质状态方程^[4,5]。但是，由于微观理论涉及大量复杂计算，已完成的工作很有限。目前比较流行的做法是从有效核子-核子相互作用(例如 Skyrme、Gogny 等有效相互作用)出发，用 HF 理论来计算状态方程^[6-8]。这种有效相互作用可理解为密度依赖的有效 G -矩阵元的参数化。与前一类理论相比，这个方法具有计算量小，物理图象清楚等优点。在零温和有限温核物质性质的描述上都是十分成功的。另一个不仅具备上述优点，且更简便的方法是半经典的 Thomas-Fermi 模型^[9]及其推广^[10,11]。由于后者包含了密度梯度项，它更适合于描述有限核的表面效应。Brack 等人指出^[10]，Strutinsky 平均方法给出了 HF 能量的平均部分，它等价于半经典的 \hbar 展开法。推广的 Thomas-Fermi 模型正是基于这

本文 1987 年 3 月 30 日收到，1989 年 10 月 14 日收到修改稿。

* 国家自然科学基金资助项目。

种展开法。因此,我们可用它来很好地描述核系统的平均性质。本文要讨论的是无限大核物质或者是核子数很大的核系统的平均性质随核温度的变化。尤其是当核温度高于 3MeV 时,壳效应、对关联等全都消失。因此,Thomas-Fermi 近似会是一个合理的描述方案。

Thomas-Fermi 模型已被成功地用来描述零温有限核的整体性质^[12]、零温中子星物质状态方程^[13]、有限核的能级密度和比热^[11,14]、致密天体物质状态方程^[15]以及热核巨共振^[16]。本文主要目的是用这种推广的 Thomas-Fermi 模型来研究含温度核系统的统计特性,特别是通过对核物质状态方程的研究来讨论核物质的液气相变,并考察核物质的不对称性对这种相变的影响。通过与相应的 HF 结果比较,我们发现,Thomas-Fermi 模型确实能很好地描述核系统的平均性质。

第二节给出计算公式,第三节将介绍数值计算结果并作某些讨论。

二、计算公式

1. 含温度推广的 Thomas-Fermi 模型

关于含温度推广的 Thomas-Fermi (TETF) 模型,在文献 [11, 15] 中已有详细的描述,这里仅引用有关公式。在 TETF 模型中,体系的物理量都以密度的泛函形式给出。自由能密度泛函 $\mathcal{F}[\rho]$ 可表示为

$$\mathcal{F}[\rho] = \mathcal{H}[\rho] - T\sigma[\rho], \quad (1)$$

其中 $\mathcal{H}[\rho]$, $\sigma[\rho]$ 分别是哈密顿密度与熵密度。

$$\begin{aligned} \mathcal{H}[\rho] = E_{\text{nuc1}}[\rho] + \frac{\hbar^2}{8m} \xi \{(\nabla\rho)^2 + \theta[\nabla(\rho_n - \rho_p)]^2\} \\ + \frac{e}{2} \rho_p V_c - \frac{3}{4} \left(\frac{3}{\pi}\right)^{1/3} e^2 \rho_p^{4/3}, \end{aligned} \quad (2)$$

其中核能量密度

$$E_{\text{nuc1}}[\rho] = \frac{\hbar^2}{2m} (\tau_n + \tau_p) + V[\rho], \quad (3)$$

包括动能密度与势能密度两部分。

$$\begin{aligned} \tau_q[\rho] = \frac{\alpha(A_q)}{\alpha(\infty)} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2}\right)^{5/2} T^{5/2} J_{3/2}(\eta_q) \\ + \beta \frac{(\nabla\rho_q)^2}{\rho_q}, \quad (q = n, p). \end{aligned} \quad (4)$$

第一项是通常的 TF 项,乘上了一个粒子数有限时的修正因子^[17]

$$\frac{\alpha(A_q)}{\alpha(\infty)} = \tanh \sqrt{\frac{3}{5}} (A_q - 2)^{1/5}. \quad (5)$$

第二项是推广的 TF 模型中引入的 Weizsacker 项, $\beta = 5/36$ 。根据文献 [12] 的讨论,我们取核子有效质量 $m^*/m = 1$ 。势能密度 $V[\rho]$ 取为适合零温核物质及中子物质的一个经验势

$$\left. \begin{aligned} V[\rho] &= (1 - \alpha^2)V_L + \alpha V_U, \quad V_L = V_1 + \alpha^2 V_2 \\ V_U &= (1 - \alpha^2)V_1 + \alpha^2 V_N, \quad V_1 = a_1 \rho^2 + a_2 \rho^{7/3} + a_3 \rho^{8/3} \\ V_2 &= b_1 \rho^2 + b_2 \rho^{7/3} + b_3 \rho^{8/3}, \quad V_N = c_1 \rho^2 + c_2 \rho^{1.7} + c_3 \rho^{2.8} \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

其中 $\alpha = (\rho_n - \rho_p)/\rho$ 是表示中子与质子不对称的参数,其他参数在表 1 中给出. 公式 (2) 的第二项是为了拟合大量稳定核整体性质而引入的,克服了通常 TF 模型在核表面密度下降太快的缺点. 最后两项是库仑能及其交换项.

表 1 核能密度参数

a_1	a_2	a_3	b_1	b_2	b_3	c_1	c_2	c_3	ξ	θ
-818.25	1371.06	-556.55	258.57	274.21	-916.08	-70.94	-49.53	143.62	11.4	-1.2

公式 (1) 的熵密度由下式给出:

$$\sigma[\rho] = \sigma_n[\rho] + \sigma_p[\rho], \quad (7)$$

其中

$$\sigma_q[\rho] = \frac{\alpha(A_q)}{\alpha(\infty)} \left[\frac{5}{3} \cdot \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} T^{3/2} J_{3/2}(\eta_q) - \eta_q \rho_q \right] \quad (q = n, p). \quad (8)$$

公式 (4), (8) 中, $J_\nu(\eta_q)$ 是费米积分

$$J_\nu(\eta_q) = \int_0^\infty \frac{x^\nu dx}{1 + \exp(x - \eta_q)}. \quad (9)$$

参数 η_q 由密度 ρ_q 用下面表达式来确定

$$\rho_q = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{3/2} T^{3/2} J_{1/2}(\eta_q). \quad (10)$$

公式 (1)–(10) 构成了一套计算平衡核系统性质的完整公式. 其他一些热力学量可由它们导出.

2. 核物质状态方程

处于统计平衡时,系统性质完全由状态函数决定. 对于无限大核物质,常用的物理参数是温度 T 和密度 ρ . 这时,热力学变量组的合理选择是 (T, V, N) , 相应的状态函数是 Helmholtz 自由能 F . 基本的热力学恒等式

$$dF = -s dT - p dV + \mu dN. \quad (11)$$

规定了温度 T 、体积 V 和粒子数 N 的微小独立变化所引起的自由能 F 的改变. 于是,体系的压强 p 可表示为

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{TN} = \rho^2 \left(\frac{\partial f}{\partial \rho} \right)_{TN}, \quad (12)$$

其中 $f = F/N$ 是核子平均自由能. 方程 (12) 是核物质状态方程的常用形式,它决定了压强对密度、温度的依赖关系. 系统化学势则通过自由能 F 或自由能密度 $\mathcal{F} = F/V$ 由下式给出:

$$\mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{TV} = \left(\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial \rho} \right)_{TV}. \quad (13)$$

对于无限大核物质,密度均匀.在给定温度 T ,密度 ρ ,不对称度 α 的条件下,我们可由第1小节的公式求出自由能密度 \mathcal{F} ,然后通过公式(12)、(13)分别计算系统的压强和化学势.

3. 有限核系统

与无限核物质不同,有限核系统具有一定边界.原则上我们应当通过对自由能密度泛函 $\mathcal{F}[\rho]$ 的变分得到密度分布 $\rho(\bar{r})$ 的 Euler 方程,并在一定的边界条件下进行求解.但是,我们要处理的客体实际上并非单一的“热核”(它对于发射核子来说是不稳定的),而是“热核”与周围核子气组成的复合体,这样就增加了处理的复杂性^[16].为了简化问题,我们假定核密度具有 Fermi 型分布

$$\rho_q(r) = \frac{\rho_{0q}}{1 + \exp[(r - R_q)/a_q]}, \quad (q = n, p) \quad (14)$$

通过条件

$$\begin{cases} \int \rho_n(r) 4\pi r^2 dr = N, \\ \int \rho_p(r) 4\pi r^2 dr = Z, \end{cases} \quad (15)$$

及自由能 F 对参数 a_n 、 a_p 、 R_n 、 R_p 的极值条件可把密度分布的6个参数完全确定.由此平衡分布可计算核的统计性质.

三、结果和讨论

1. 热核的统计特性

我们用上节公式计算了 ^{208}Pb 在不同温度下的平衡密度分布及有关的热力学量.计算自由能 F 极值时的收敛精度为 $|\Delta F|/|F| \leq 10^{-8}$.计算结果列在表2中.可以看出,当核温度上升时,中子和质子的中心半径参数 R_n 和 R_p 略微减小,但密度弥散参数 a_n 和 a_p 却有较明显的增大.总的效果是,随着温度的上升核物质向边缘弥散,由它们的均方根半径变大反映出来.温度升高时,自由能 F 减小,内能 E 和熵都增大.为了看出它们随

表2 ^{208}Pb 的平衡分布及统计性质

T (MeV)	F/A (MeV)	E/A (MeV)	E_c/A (MeV)	S/A	R_n (fm)	a_n (fm)	R_p (fm)	a_p (fm)	$\sqrt{\langle r_n^2 \rangle}$ (fm)	$\sqrt{\langle r_p^2 \rangle}$ (fm)
0	-7.16	-7.16	3.81	0.00	6.65	0.69	6.60	0.55	5.75	5.50
1	-7.28	-7.05	3.80	0.23	6.64	0.70	6.60	0.56	5.76	5.51
2	-7.62	-6.74	3.79	0.44	6.63	0.73	6.60	0.58	5.81	5.54
3	-8.16	-6.22	3.76	0.65	6.60	0.78	6.59	0.61	5.88	5.59
4	-8.91	-5.46	3.71	0.86	6.54	0.87	6.57	0.67	6.02	5.67
5	-9.90	-4.28	3.63	1.12	6.35	1.06	6.47	0.81	6.30	5.84

温度的变化规律,我们在图 1 中以 T^2 为横坐标画出比激发能 $E^*(T)/A \equiv E(T)/A - E(0)/A$ 的曲线. 我们发现,在 $T \leq 4\text{MeV}$ 范围内,基本上呈线性关系 $E^*(T)/A = aT^2$, 比例系数 a 称为能级密度参数. 这个规律支持了费米气体模型的适用性. 温度再高时,计算点偏离直线. 这时,我们必须考虑核子的蒸发. Bonche 等人^[18]在 HF 计算中扣除了核子气贡献后,在 $T \leq 8\text{MeV}$ 范围内仍得到线性规律. 作为比较,我们同时画出了无限核物质的相应曲线,计算点取在自由能达极小值的密度处(例如, $T = 0$ 的平衡点为 $F/A = E/A = -16\text{MeV}$, $\rho_0 = 0.17\text{fm}^{-3}$). 我们发现线性规律符合得很好. 两条直线斜率分别给出能级密度参数 $a(^{208}\text{Pb}) \doteq 1/9.4$, $a(\infty) = 1/16$. 前者与实验结果 $a = 1/8$ 相近,后者与朗道费米液体公式 $a = \pi^2 m / (2\hbar^2 K_F^2)$ 一致.

图 2 显示比熵的温度依赖性. 我们同样发现, ^{208}Pb 的曲线在 $T \geq 4\text{MeV}$ 时开始偏离费米气体模型的规律 $S/A \sim T$. 对于无限核物质,这个规律可保持到更高的温度. 有限温情况下,有限核的熵高于无限核物质的对应值,这表明有限核的边缘涨散效应使系统更趋于无序.

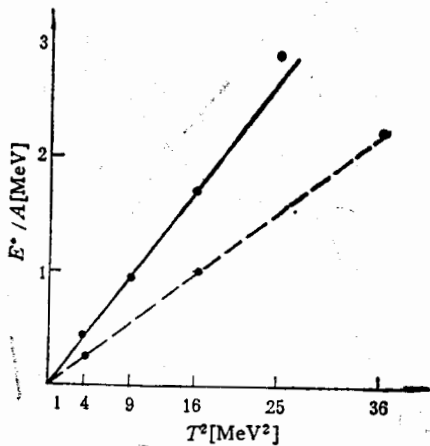


图 1 比激发能的温度依赖性
—— ^{208}Pb ----核物质

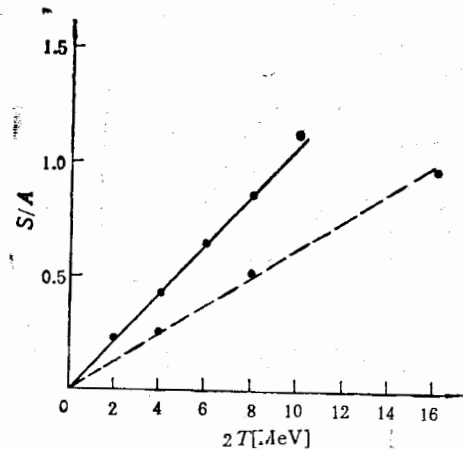


图 2 比熵的温度依赖性
—— ^{208}Pb ----核物质

2. 核物质的液气相变

根据公式 (12), (13), 我们计算了各种温度下对称核物质的 $p-\rho$ 和 $\mu-\rho$ 等温线, 分别显示在图 3、图 4 中. 我们从 $p-\rho$ 曲线族可以看出,在温度较低时,液气两相共存,曲线呈范得瓦尔斯型. 曲线与横轴相切时对应的温度 $T_f (=12.3\text{MeV})$ 称为闪光温度 (flashing temperature), 它是一个孤立核体系(外压力为零)所能存在的极限温度,对应于一个热熔合体系所能储存的最大能量. 温度高于 T_f 时,体系压强恒大于零. 核物质的凝聚相与核子气相只有在外压力作用下才能达到相平衡. 相平衡条件是两相压强相等 ($p_g = p_l = p_{eq}$) 及两相化学势相等 ($\mu_g = \mu_l = \mu_{eq}$). 相平衡点 (p_{eq}, μ_{eq}) 可由 $p-\mu$ 等温线的交点来确定^[19]. 例如,在 $T = 12\text{MeV}$ 时定出的相平衡点为 $p_{eq} = 0.087\text{MeV}/\text{fm}^3$, $\mu_{eq} = -24.9\text{MeV}$. 在 $p-\rho$ 平面上, $p = p_{eq}$ 的直线与相应的 $p-\rho$ 等温线的交点(图 3

中的 x 点) 分别给出平衡时气相与液相的密度。例如 $T = 12\text{MeV}$ 时, $\rho_g \sim 0.013\text{fm}^{-3}$, $\rho_l \sim 0.115\text{fm}^{-3}$ 。温度上升时 ρ_g 与 ρ_l 渐渐靠拢。 $\rho_g = \rho_l$ 时的温度 T_c 定义为临界温度。高于 T_c 的核物质只有气相。临界温度 T_c 可由条件:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_T = \left(\frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2}\right)_T = 0 \quad (16)$$

来确定。我们的计算结果是, $T_c = 15.6\text{MeV}$, 相应的临界密度 $\rho_c \simeq 0.055\text{fm}^{-3}$ 。介于文献[7]中用 SKII 及 SKM* 的 HF 计算值 ($T_c = 16.75\text{MeV}$, 14.6MeV) 之间。

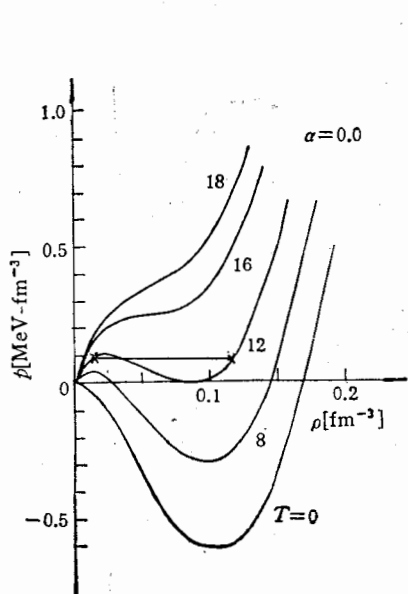


图3 对称核物质的压强-密度等温线

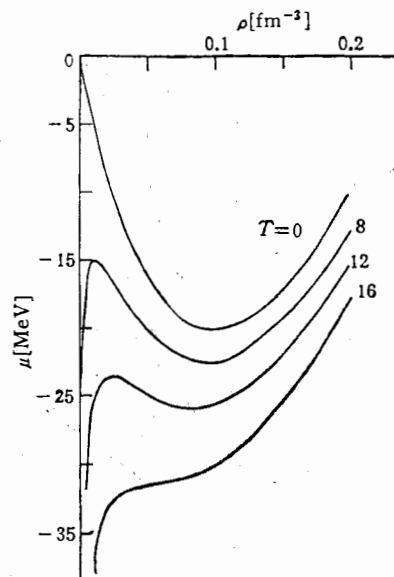


图4 对称核物质的化学势-密度等温线

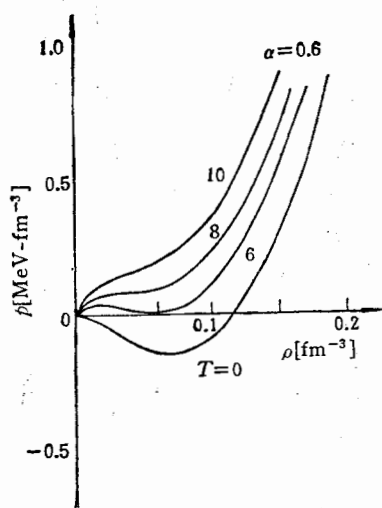


图5 $\alpha = 0.6$ 的不对称核物质的压强-密度等温线

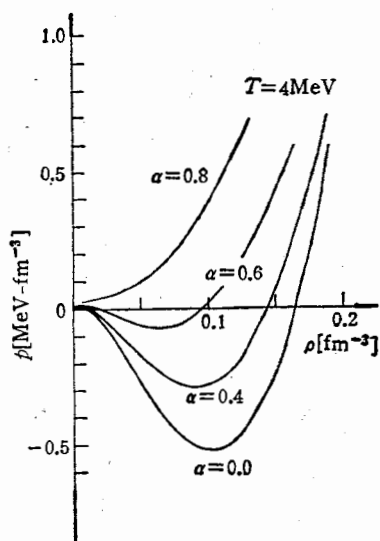


图6 $T = 4\text{MeV}$ 时各种不对称核物质的压强-密度等温线

3. 相变临界温度对核物质不对称性的依赖

自然界中存在的核物质常是不对称的,例如重核的中子数大于质子数,中子星物质也是丰中子的.因此,对于不对称核物质状态方程的研究也颇有意义.我们对各种不对称度的核物质作了相应的计算,图 5 和图 6 显示两个典型结果.在图 5 中,我们画出 $\alpha=0.6$ 时的 $p-\rho$ 等温线族.我们发现,这时的闪光温度 T_f 和临界温度已分别下降为 5.8MeV 和 7.8MeV . 这表明中子比例的增加使得核物质易于气化.图 6 给出 $T=4\text{MeV}$ 时各种 α 的 $p-\rho$ 等温线.当 $\alpha=\alpha_c=0.7$ 时,系统达到临界.我们可称 α_c 为临界不对称度.图 7 显示各种不对称度时的临界温度, T_c 随 α_c 增加而单调下降.作为比较,同时画出文献[20]中用 SKM* 计算的相应曲线.二者有相近的变化趋势.在图线外部区域,核物质只能以气相形式存在,但在曲线以内,二相可以共存.

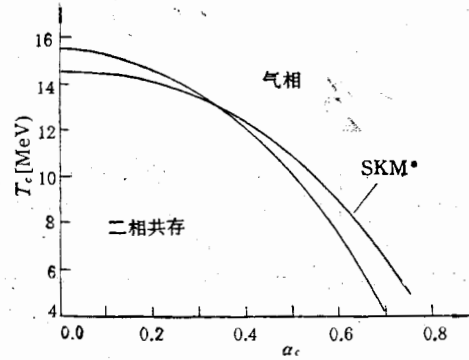


图 7 $T_c-\alpha_c$ 相图

参 考 文 献

- [1] J. O. Newton et al., *Phys. Rev. Lett.*, **46** (1981), 1383.
- [2] A. D. Panagiotou, M. W. Curtin, H. Toki, D. K. Scott and P. J. Siemens, *Phys. Rev. Lett.*, **52**(1984), 496.
- [3] M. Lacombe et al., *Phys. Rev.* **C21**(1980), 861.
- [4] A. Lejenué, P. Grange, M. Martzolf and Guignon, *Nucl. Phys.*, **A453** (1986), 189.
- [5] M. F. Jiang, J. Heyer, S. D. Yang, and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 38.
- [6] H. Jaqaman, A. Z. Mekjian and L. Zamick, *Phys. Rev.*, **C27** (1983), 2782.
- [7] R. K. Su, S. D. Yang and T. T. S. Kuo, *Phys. Rev.*, **C35**(1987), 1539.
- [8] J. Heyer, T. T. S. Kuo, J. P. Shen and S. S. Wu, *Phys. Lett.*, **202B** (1988), 465.
- [9] K. A. Brueckner, J. R. Buchler, S. Jorna, and R. J. Lombard, *Phys. Rev.*, **171** (1968), 1181.
- [10] M. Brack, C. Guet and H. B. Hakansson, *Phys. Reports*, **123** (1985), 277.
- [11] M. Barranco and J. Treiner, *Nucl. Phys.*, **A351** (1981), 269.
- [12] R. J. Lombard, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **77**(1973), 380.
- [13] J. R. Buchler and Z. Barkat, *Astrophys. Lett.*, **7**(1971), 167.
- [14] J. R. Buchler and R. J. Epstein, *Astrophys. J. Lett.*, **235** (1980), 91.
- [15] M. Barranco and J. R. Buchler, *Phys. Rev.*, **C24**(1981), 1191.
- [16] 夏克定、蔡延璜, 高能物理与核物理, **13**(1989), 56.
- [17] H. Krivine and J. Treiner, *Phys. Lett.*, **88B** (1979), 212.
- [18] P. Bonche, S. Levit and D. Vautherin, *Nucl. Phys.*, **A436** (1985), 265.
- [19] W. G. Kupper, G. Wegmann, and E. R. Hilf, *Ann. Phys. (N. Y.)*, **88** (1974), 454.
- [20] R. K. Su, S. D. Yang, G. L. Li, and T. T. S. Kuo, *Mod Phys. Lett.*, **A1** (1986), 71.

STATISTIC PROPERTIES OF "HOT" NUCLEI AND LIQUID-GAS PHASE TRANSITION IN NUCLEAR MATTER

CAI YANHUANG XIA KEDING SONG HONGQIU

(Institute of Nuclear Research, Academia Sinica, Shanghai)

ABSTRACT

The temperature dependence of thermodynamical functions, such as excitation energies, entropies etc., of both nuclear matter and finite nuclei are discussed in a finite temperature extended Thomas-Fermi approach. Equation of state in nuclear matter at finite temperature is presented, from which the critical temperature for liquid-gas phase transition and its dependence on asymmetry of nuclear matter are determined.