第二章

电路的分析方法

第二章　电路的分析方法

本章要求：

1. 掌握支路电流法、叠加原理、节点电位法和戴维南定理等电路的基本分析方法。

2. 了解受控源电路的概念。

3. 了解非线性电阻元件的伏安特性及静态电阻、动态电阻的概念，以及简单非线性电阻电路的图解分析法。

第二章 电路的分析方法

§2.1 基本分析方法

2.1.1 支路电流法

2.1.2 节点电位法

§2.2 基本定律

2.2.1 迭加定理

2.2.2 等效电源定理

§2.3 受控源电路的分析

§2.4 非线性电阻电路的分析

§2.1 基本分析方法

2.1.1 支路电流法

2.1.2 节点电位法

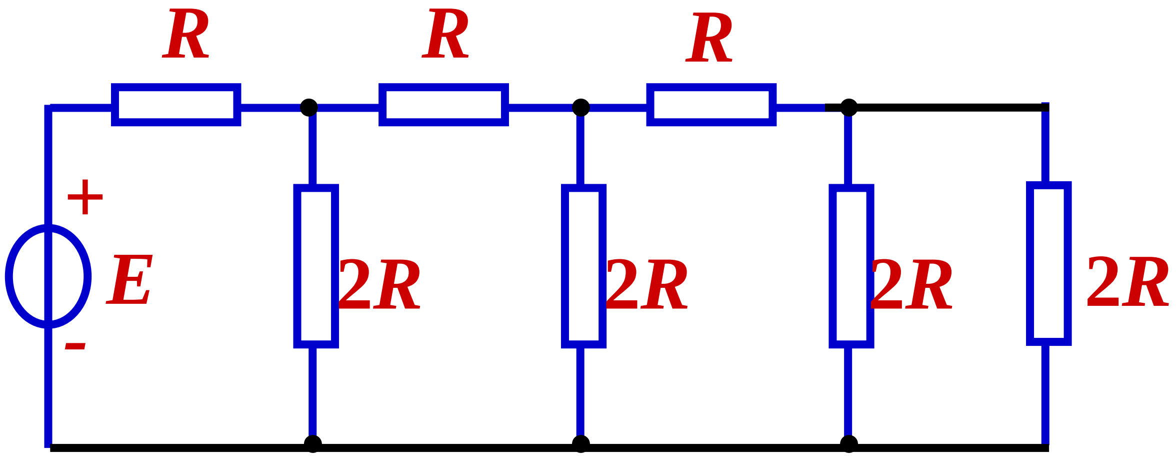
§2.1 基本分析方法

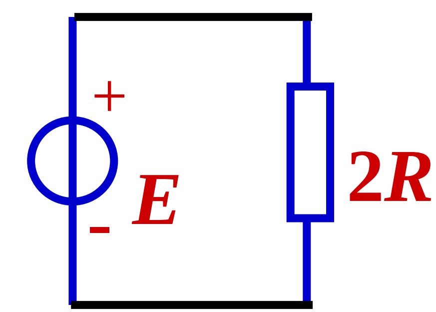
2.1.1 支路电流法

未知数：各支路电流。

解题思路：根据克氏定律，列节点电流和回路电压方程，然后联立求解。

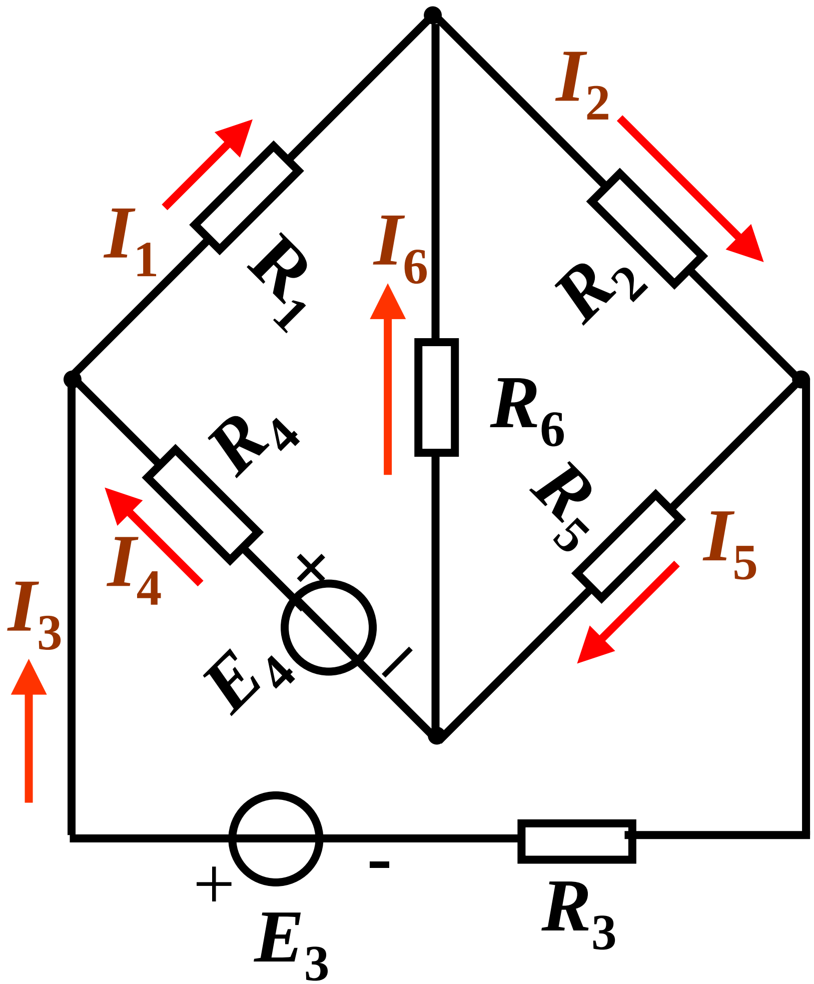
对于简单电路，通过串、并联关系即可求解。如：



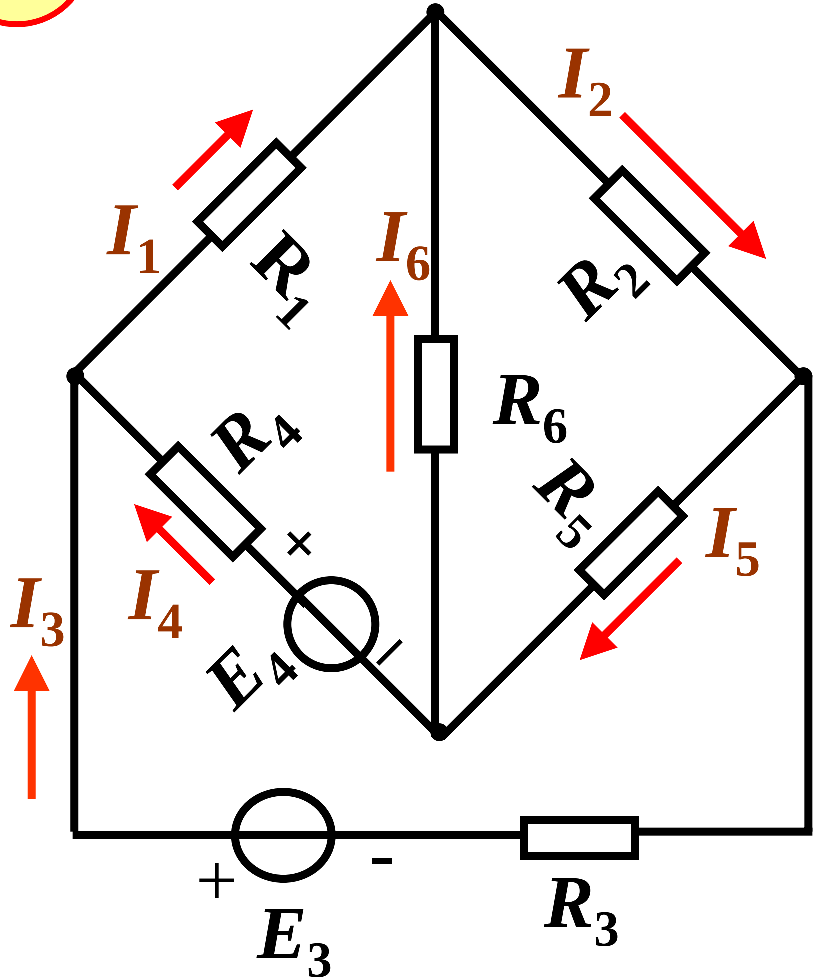


对于复杂电路（如下图）仅通过串、并联无法求解，必须经过一定的解题方法，才能算出结果。

如：



例



节点数

支路数 B=6

解题步骤:

1. 对每一支路假设一未知电流（I_1--I_6）

2. 列电流方

对每个节点有

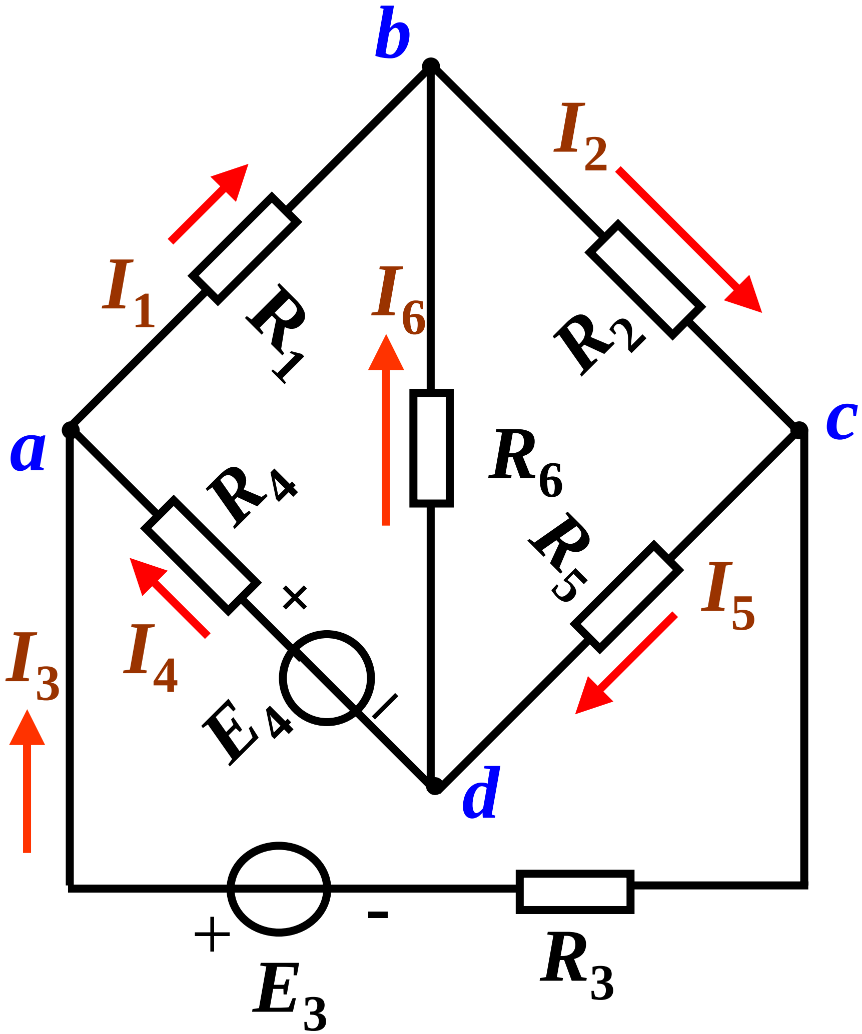
$$\Sigma I = 0$$

3. 列电压方

对每个回路

$$\Sigma E = \Sigma U$$

4. 解联立方程组



列电流方程

节点*a*: $I_3 + I_4 = I_1$

节点*b*: $I_1 + I_6 = I_2$

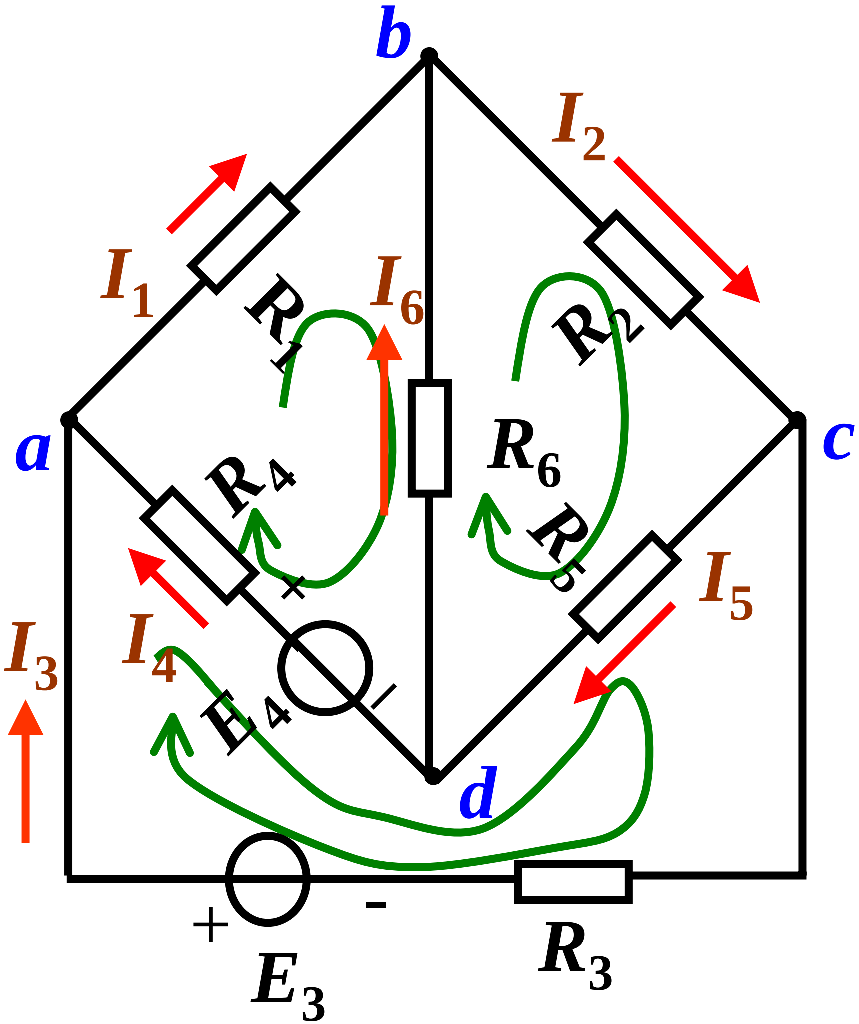
节点*c*: $I_2 = I_5 + I_3$

节点*d*: $I_4 + I_6 = I_5$

节点数 $N=4$

支路数 $B=6$

（取其中三个方程）



列电压方程

$abda:$

$$E_4 + I_6R_6 = I_4R_4 + I_1R_1$$

$bcdb:$

$$0 = I_2R_2 + I_5R_5 + I_6R_6$$

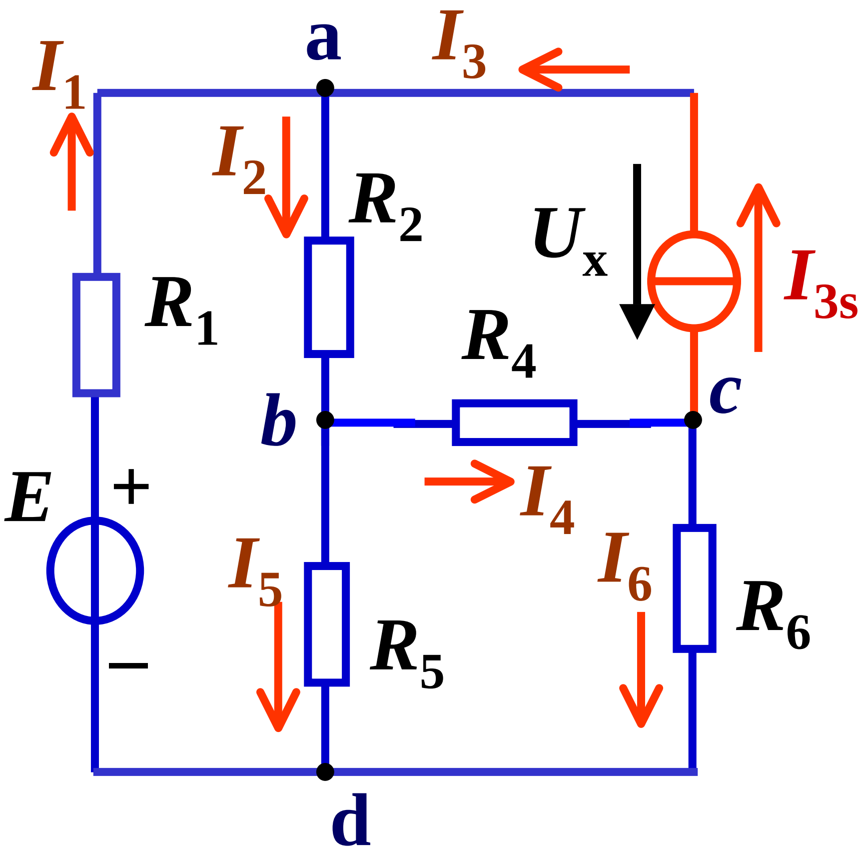
$adca$

$$I_4R_4 + I_5R_5 + E_3 = E_4 + I_3R_3$$

电压、电流方程联立求得： $I_1 \sim I_6$

支路中含有恒流源的情况

例2



$N=4 \quad B=6$

支路电流未知数少一个：

$$I_3 = I_{3S}$$

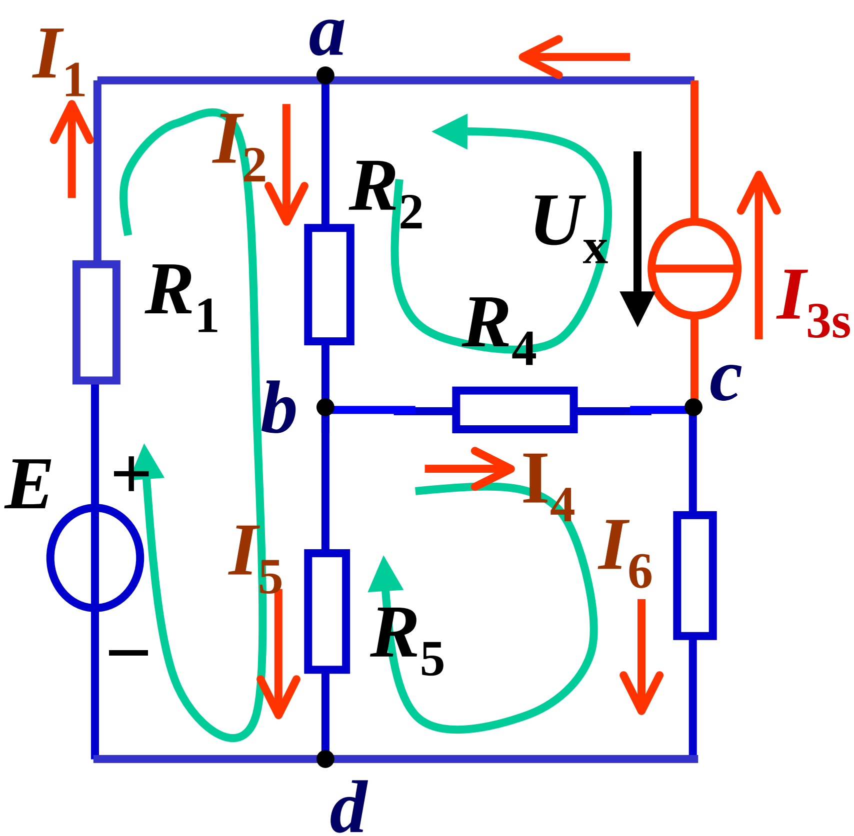
是否能少列一个方程?

电流方程

$$a:\ I_1 - I_2 + I_{3S} = 0$$

$$b:\ I_2 - I_4 - I_5 = 0$$

$$c:\ I_4 - I_6 - I_{3S} = 0$$



电压方程：

$abda$:

$$I_1R_1 + I_2R_2 + I_5R_5 = E$$

$abca$:

$$I_2R_2 + I_4R_4 = \underline{U_X}$$

$bcdb$:

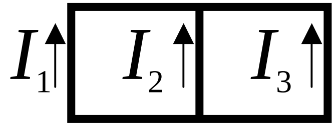
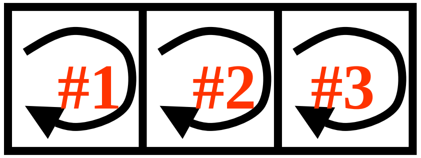
$$I_4R_4 + I_6R_6 - I_5R_5 = 0$$

***N*=4 *B*=6**

结果：**5**个电流未知数 **+** 一个电压未知数 **= 6**个未知数

由**6**个方程求解。

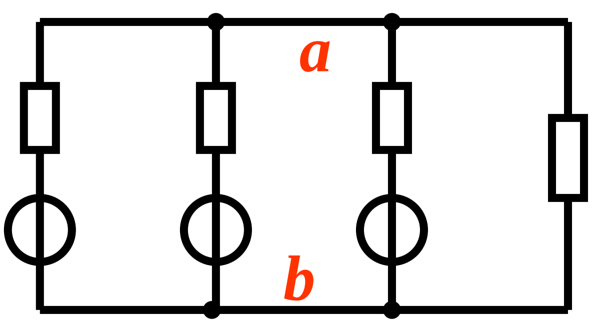
支路电流法小结

解题步骤	结论与引申
1 对每一支路假设一未知电流	**1.** 假设未知数时，正方向可任意选择。 **2.** 原则上，有***B***个支路就设***B***个未知数。 （恒流源支路除外）
2 列电流方程： 对每个节点有 $\Sigma I = 0$	若电路有N个节点， 则可以列出 **(*N*-1)** 节点方程。
3 列电压方程： 对每个回路有 $\Sigma E = \Sigma U$	**1.** 未知数=***B***，已有**(*N*-1)**个节点方程， 需补足 ***B* -（*N* -1）** 个方程。 **2.** 独立回路的选择：  一般按网孔选择
4 解联立方程组	根据未知数的正负决定电流的实际方向。

支路电流法的优缺点

优点：支路电流法是电路分析中最基本的方法之一。只要根据克氏定律、欧姆定律列方程，就能得出结果。

缺点：电路中支路数多时，所需方程的个数较多，求解不方便。



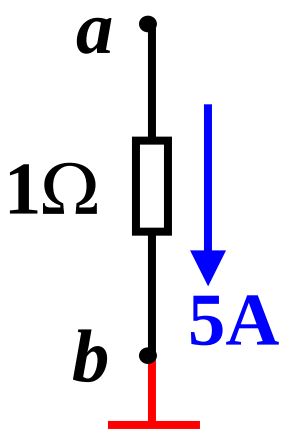
支路数 ***B*=4**

须列**4**个方程式

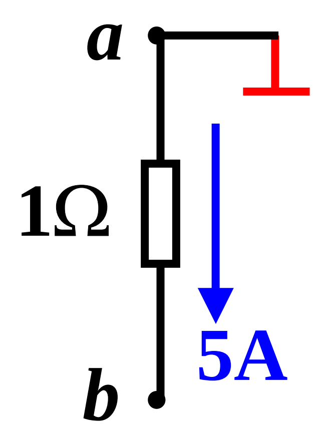
2.1.2 节点电位法

节点电位的概念:

在电路中任选一节点，设其电位为零（用 ⊥ 标记），此点称为参考点。其它各节点对参考点的电压，便是该节点的电位。记为："V_X"（注意：电位为单下标）。



a 点电位： $V_a = 5\text{V}$



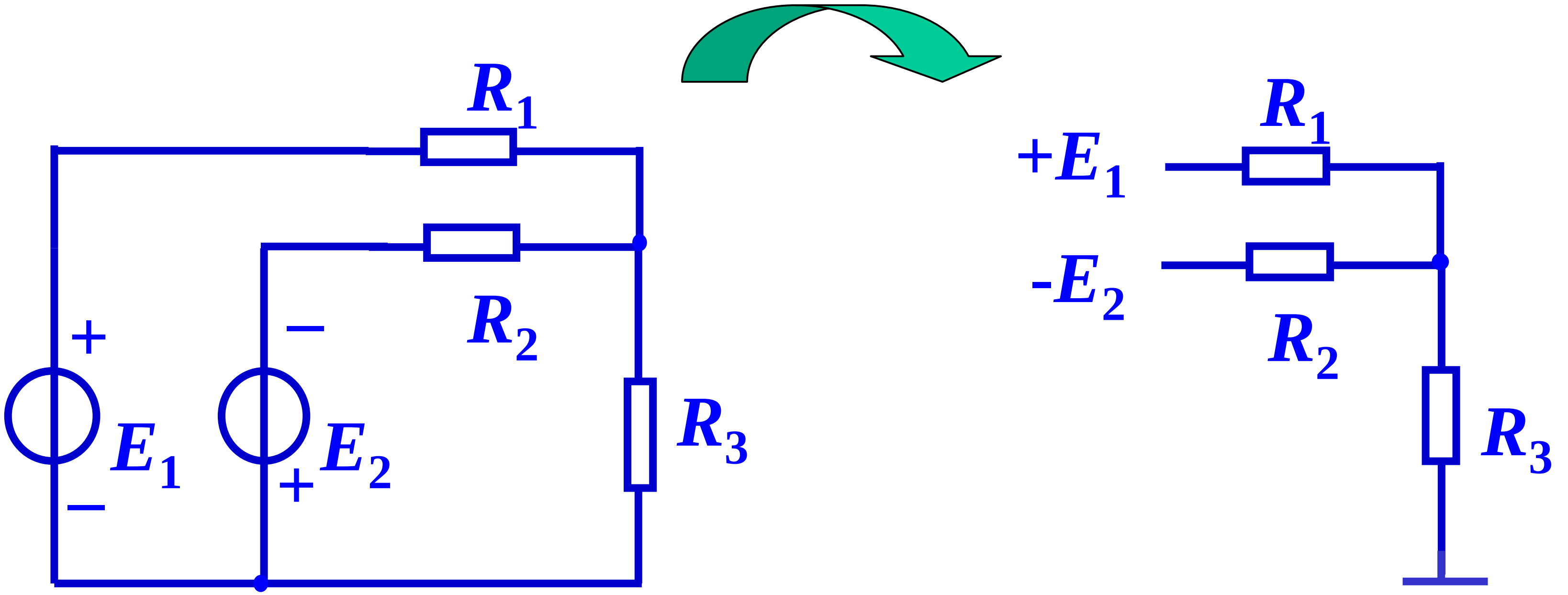
b 点电位： $V_b = -5\text{V}$

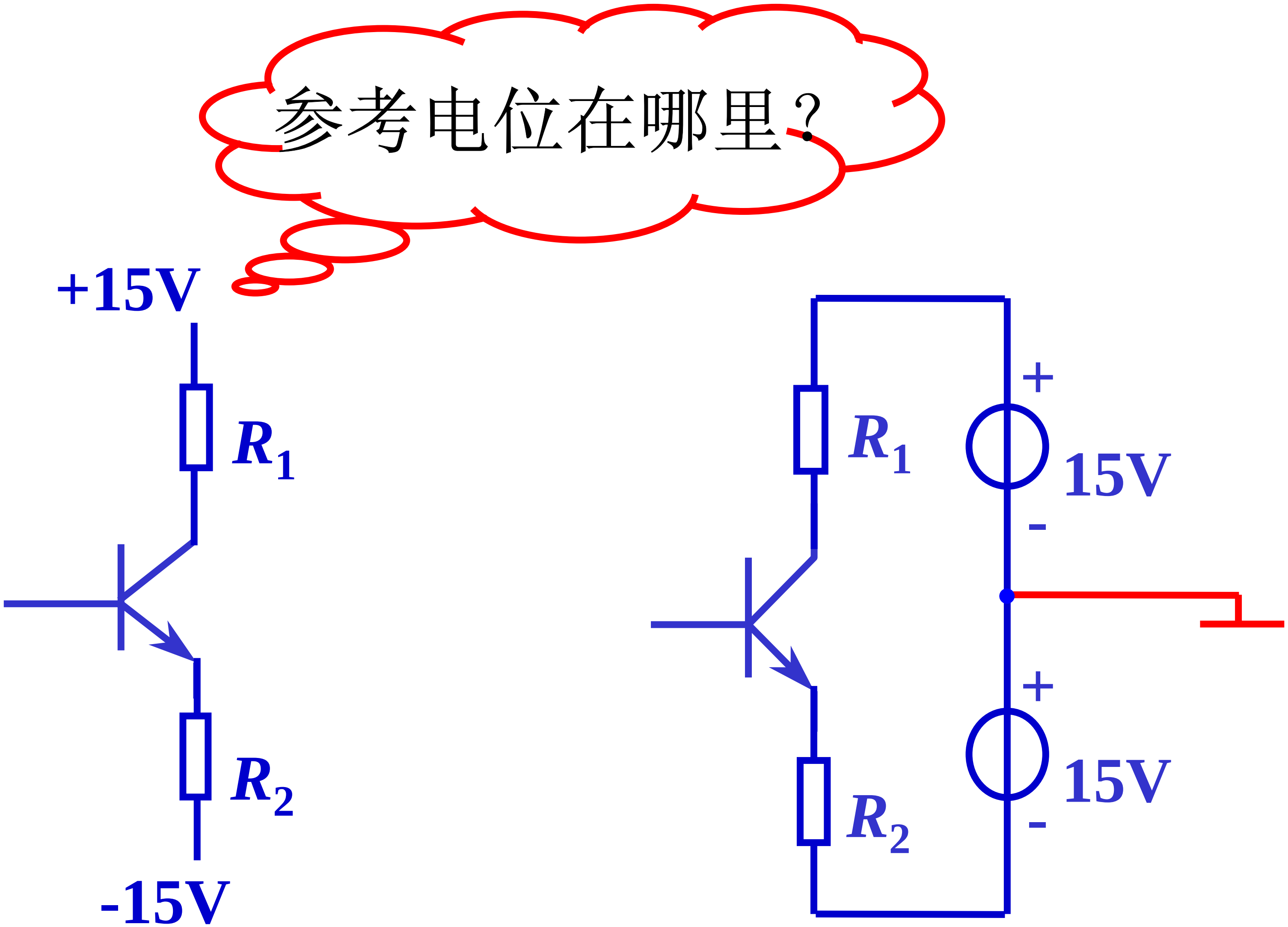
注意：电位和电压的区别。

电位的特点：电位值是相对的，参考点选得不同，电路中其它各点的电位也将随之改变；

电压的特点：电路中两点间的电压值是固定的，不会因参考点的不同而改变。

电位在电路中的表示法




参考电位在哪里?
+15V
R1
R2
-15V
R1
R2
+
15V
-
+
15V
-

节点电位法中的未知数：节点电位“V_X”。

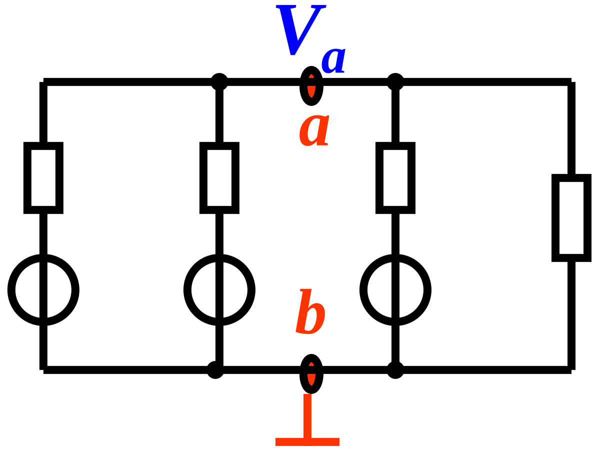
节点电位法解题思路

假设一个参考点，令其电位为零，

→ 求其它各节点电位，

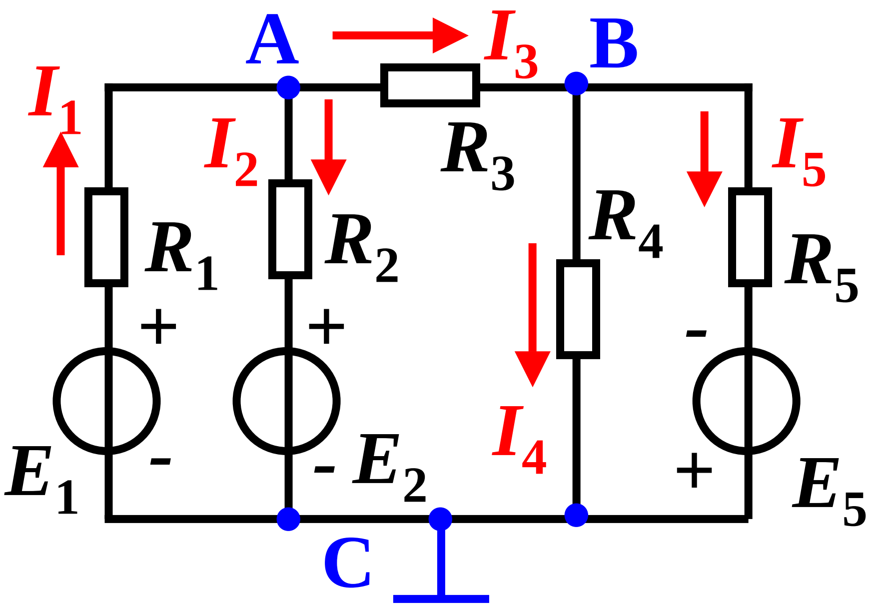
→ 求各支路的电流或电压。

节点电位法适用于支路数多，节点少的电路。如：



共*a*、*b*两个节点，*b*设为参考点后，仅剩一个未知数（*a*点电位V_a）。

节点电位方程的推导过程（以下图为例）



设： $\boxed{V_C = 0\ \text{V}}$

则：各支路电流分别为：

$$I_1 = \frac{E_1 - V_A}{R_1}、\quad I_2 = \frac{V_A - E_2}{R_2}$$

$$I_3 = \frac{V_A - V_B}{R_3}、\quad I_4 = \frac{V_B}{R_4}$$

$$I_5 = \frac{V_B + E_5}{R_5}$$

节点电流方程：

A点： $I_1 = I_2 + I_3$

B点： $I_3 = I_4 + I_5$

将各支路电流代入***A***、***B*** 两节点电流方程，

然后整理得：

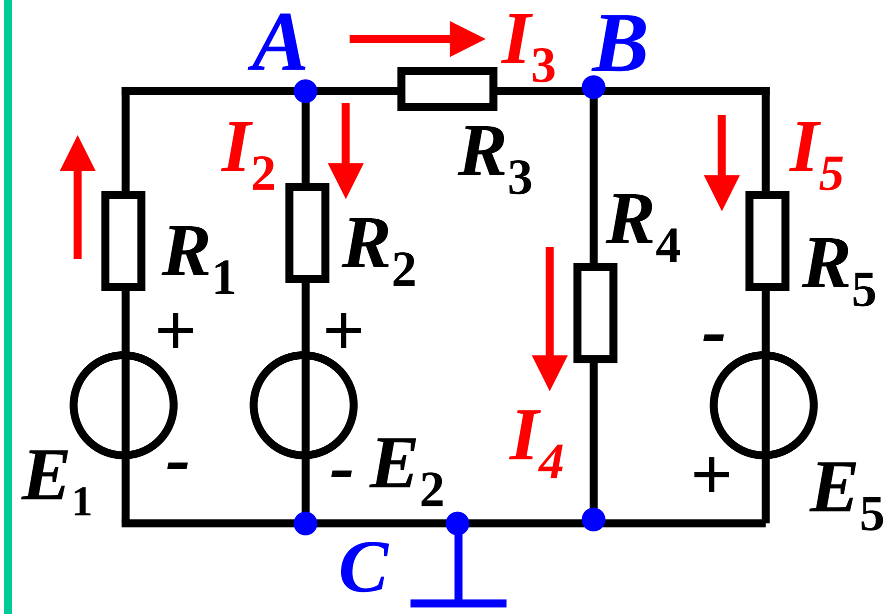
$$\begin{cases} V_A\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}+\dfrac{1}{R_3}\right)-V_B\left(\dfrac{1}{R_3}\right)=\dfrac{E_1}{R_1}+\dfrac{E_2}{R_2} \\ V_B\left(\dfrac{1}{R_3}+\dfrac{1}{R_4}+\dfrac{1}{R_5}\right)-V_A\left(\dfrac{1}{R_3}\right)=-\dfrac{E_5}{R_5} \end{cases}$$

其中未知数仅有：$\boldsymbol{V_A}$、$\boldsymbol{V_B}$ 两个。

节点电位法列方程的规律

以*A*节点为例：

方程左边：未知节点的电位乘上聚集在该节点上所有支路电导的总和（称自电导）减去相邻节点的电位乘以与未知节点共有支路上的电导（称互电导）。

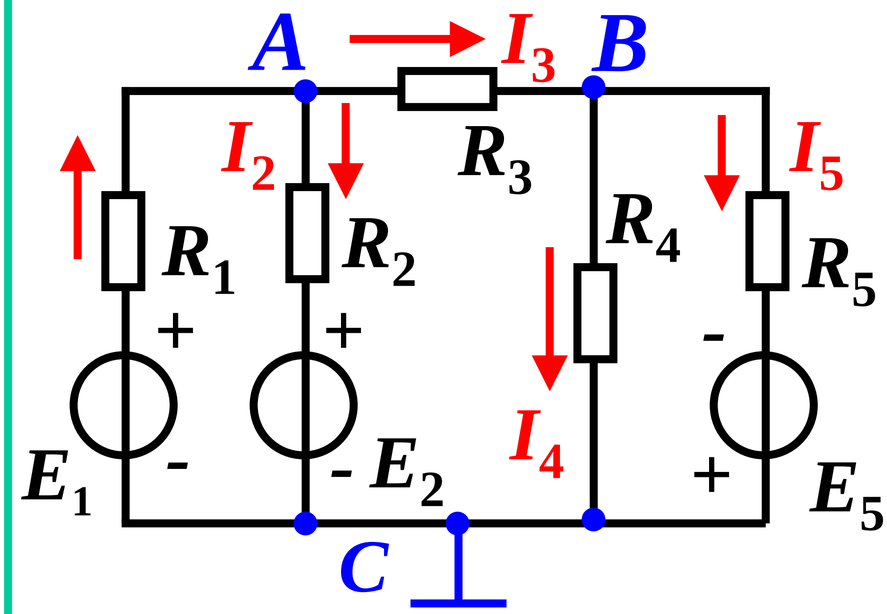


$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)-V_B\left(\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

节点电位法列方程的规律

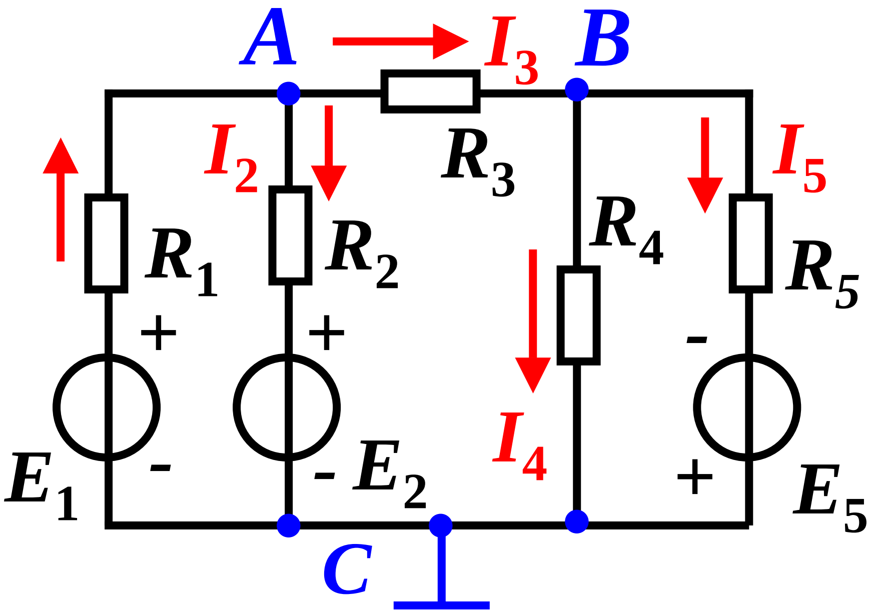
以A节点为例：

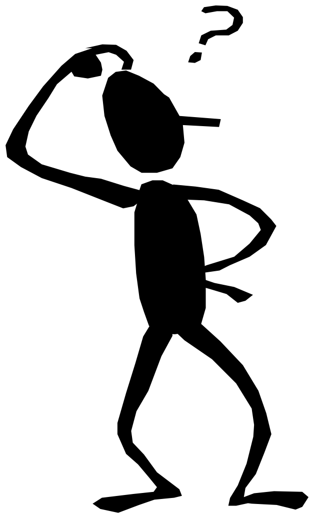
方程右边：与该节点相联系的各有源支路中的电动势与本支路电导乘积的代数和：当电动势方向朝向该节点时，符号为正，否则为负。



$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)-V_B\left(\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

按以上规律列写**B**节点方程：

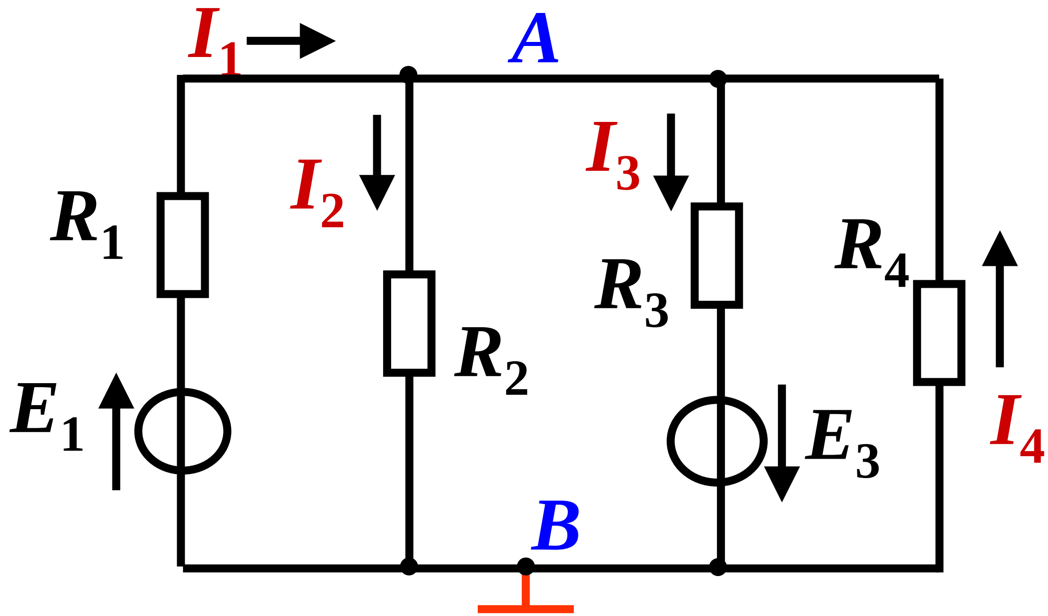




$$V_B\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}+\frac{1}{R_5}\right)-V_A\left(\frac{1}{R_3}\right)=-\frac{E_5}{R_5}$$

节点电位法应用举例（1）

电路中只含两个节点时，仅剩一个未知数。

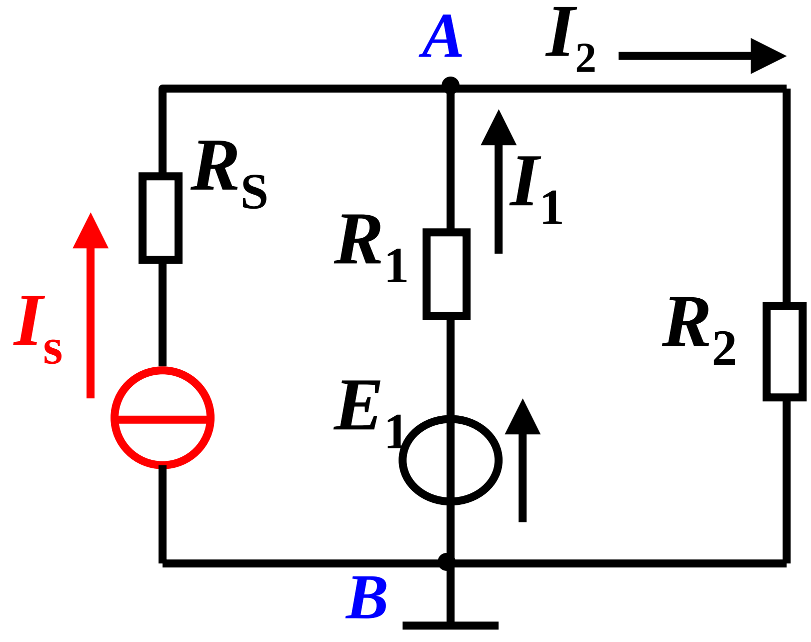


设：$V_B = 0$ V

则：

$$V_A = \frac{\dfrac{E_1}{R_1} - \dfrac{E_3}{R_3}}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \dfrac{1}{R_3} + \dfrac{1}{R_4}} \xRightarrow{\text{求}} \begin{cases} I_1 \\ \vdots \\ I_4 \end{cases}$$

节点电位法应用举例（2）



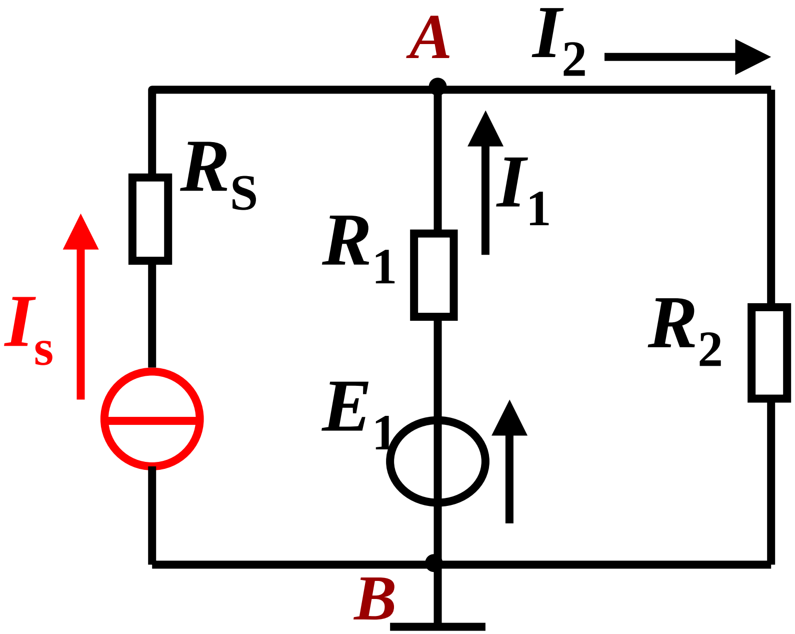
电路中含恒流源的情况

设：$V_B = 0$

则：

$$V_A \overset{?}{=} \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + I_S}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2} + \cancel{\dfrac{1}{R_S}}}$$

$$V_A \boxed{=} \frac{\dfrac{E_1}{R_1} + I_S}{\dfrac{1}{R_1} + \dfrac{1}{R_2}}$$



$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{E_1}{R_1}+I_S$$

对于含恒流源支路的电路，列节点电位方程 时应按以下规则：

方程左边：按原方法编写，但不考虑恒流源支路的电阻。

方程右边：写上恒流源的电流。其符号为：电流朝向未知节点时取正号，反之取负号。电压源支路的写法不变。

§2.2 基本定理

2.2.1 迭加定理

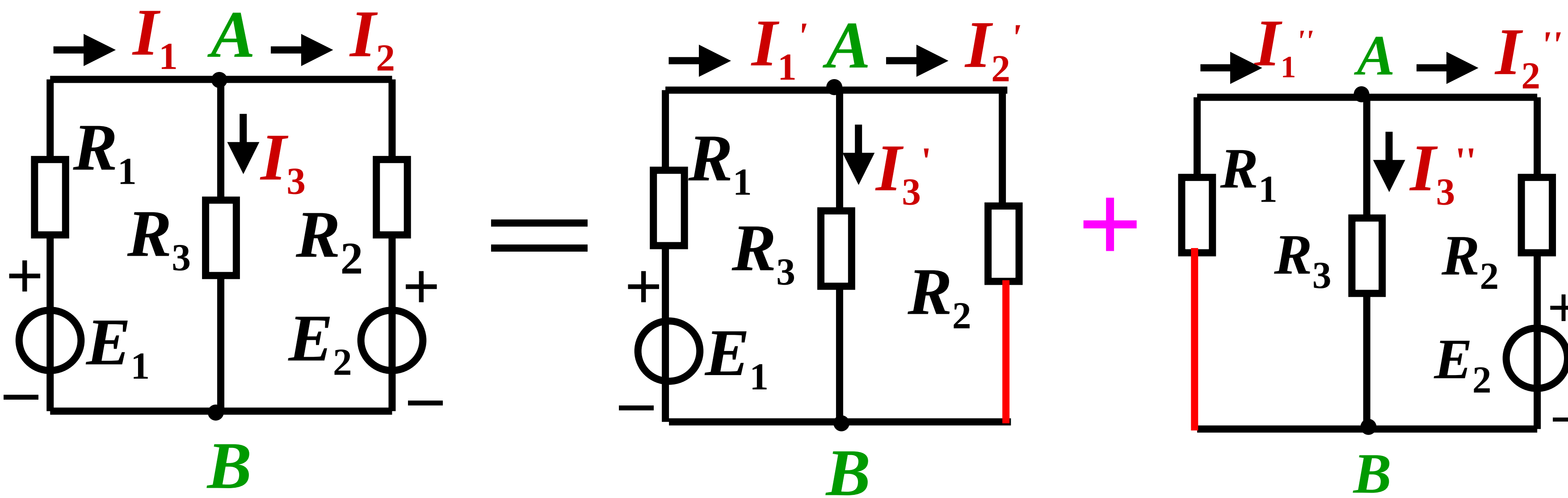
2.2.2 等效电源定理

(一)戴维南定理

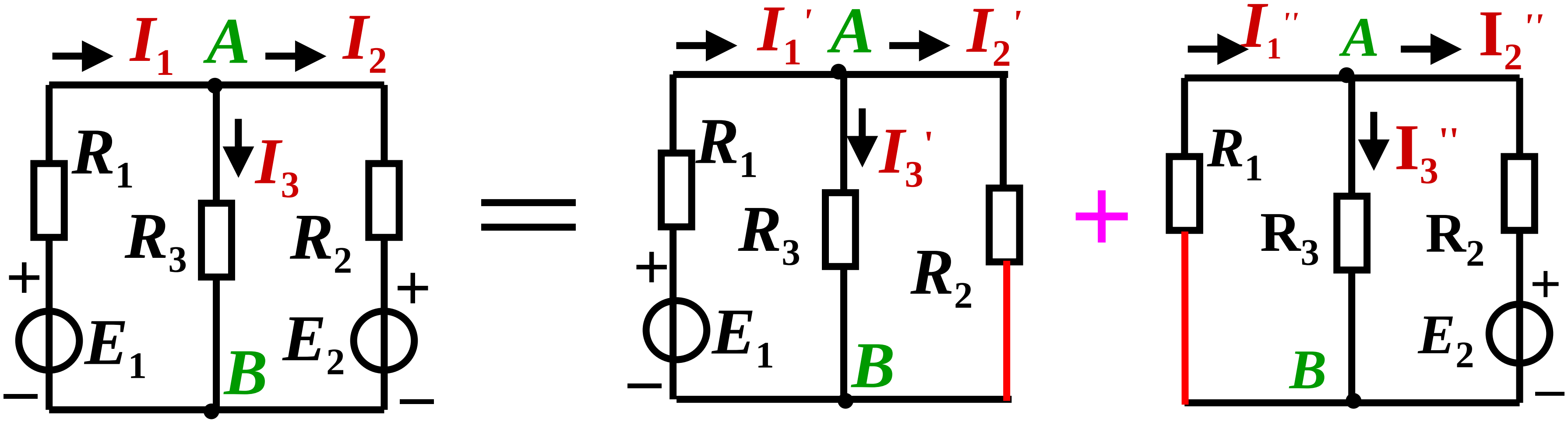
(二)诺顿定理

2.2.1 迭加定理

<u>**概念:**</u> 在多个电源同时作用的<u>线性电路</u>(电路参数不随电压、电流的变化而改变)中，任何支路的电流或任意两点间的电压，都是各个电源单独作用时所得结果的代数和。

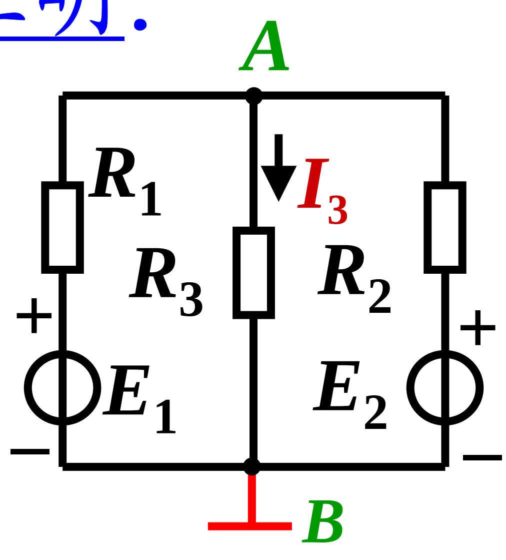


原电路　　　E_1单独作用　　　E_2单独作用



$$I_1 = I_1' + I_1'' \qquad I_2 = I_2' + I_2'' \qquad I_3 = I_3' + I_3''$$

证明:



$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

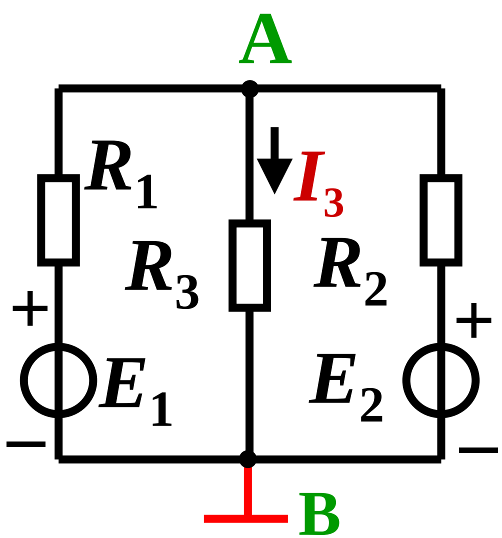
令: $V_A = K_1 \cdot E_1 + K_2 \cdot E_2$

（以I_3为例）

$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right)=\frac{E_1}{R_1}+\frac{E_2}{R_2}$$

令： $V_A = K_1 \cdot E_1 + K_2 \cdot E_2$

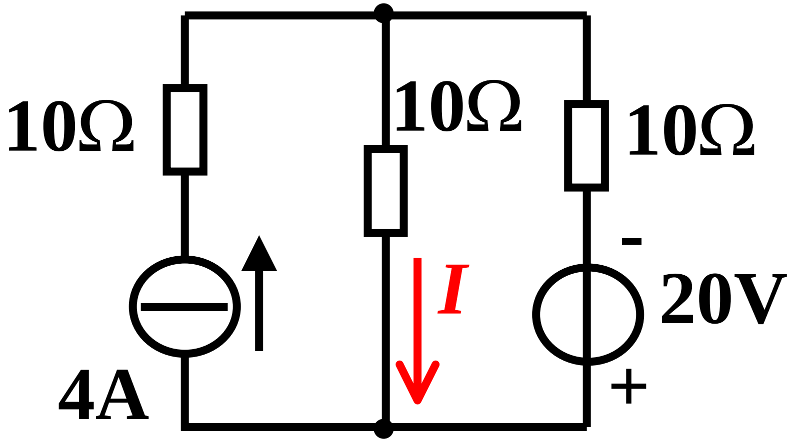
其中： $K_1 = 1 \Big/ \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) R_1$ $\qquad K_2 = 1 \Big/ \left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}\right) R_2$



$$\therefore I_3 = \frac{V_A}{R_3}$$

$$I_3 = \underbrace{K_1' \cdot E_1}_{I_3'} + \underbrace{K_2' \cdot E_2}_{I_3''}$$

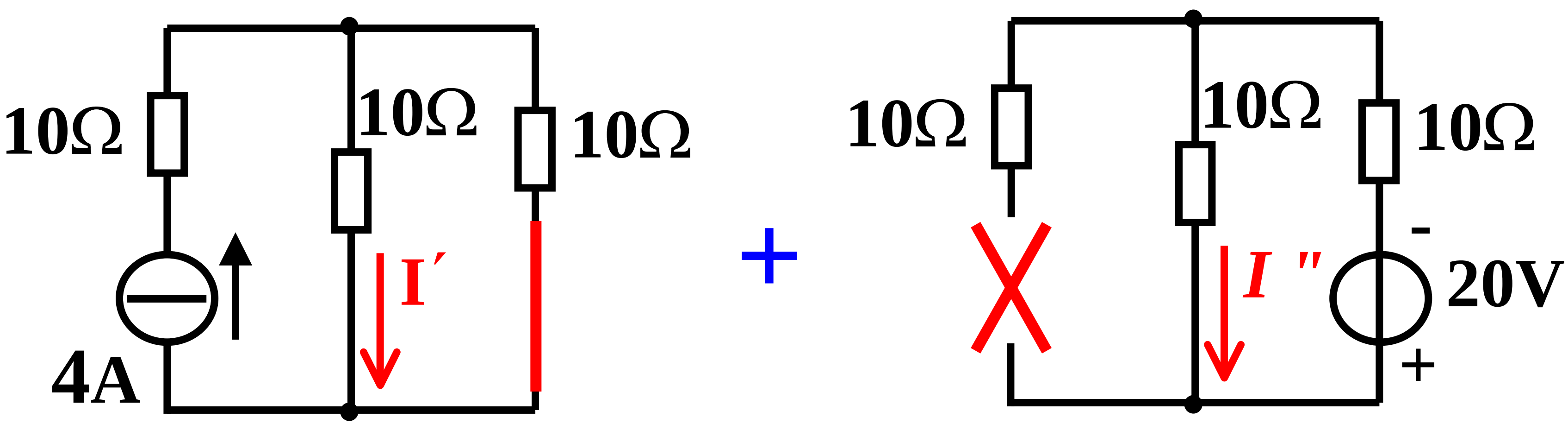
例



用迭加原理求：

$I = ?$

解：



$I' = 2\text{A}$

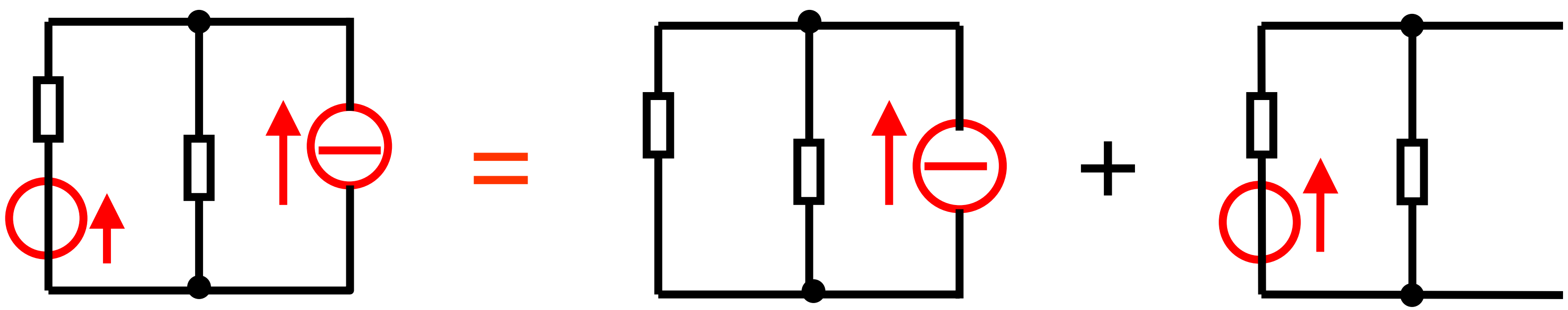
$I'' = -1\text{A}$

$$\boxed{I = I' + I'' = 1\text{A}}$$

应用迭加定理要注意的问题

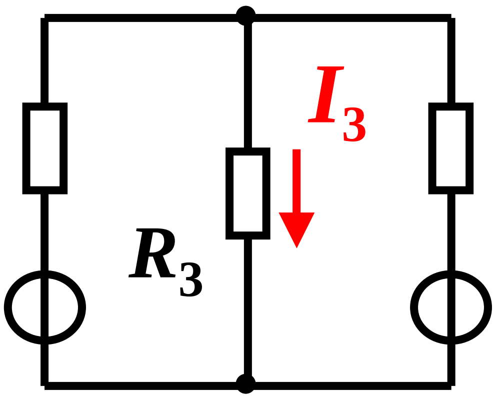
1. 迭加定理只适用于线性电路（电路参数不随电压、电流的变化而改变）。

2. 迭加时只将电源分别考虑，电路的结构和参数不变。暂时不予考虑的恒压源应予以短路，即令$E=0$；暂时不予考虑的恒流源应予以开路，即令 $I_s=0$。



3. 解题时要标明各支路电流、电压的正方向。原电路中各电压、电流的最后结果是各分电压、分电流的代数和。

4. 迭加原理只能用于电压或电流的计算，不能用来求功率。如：

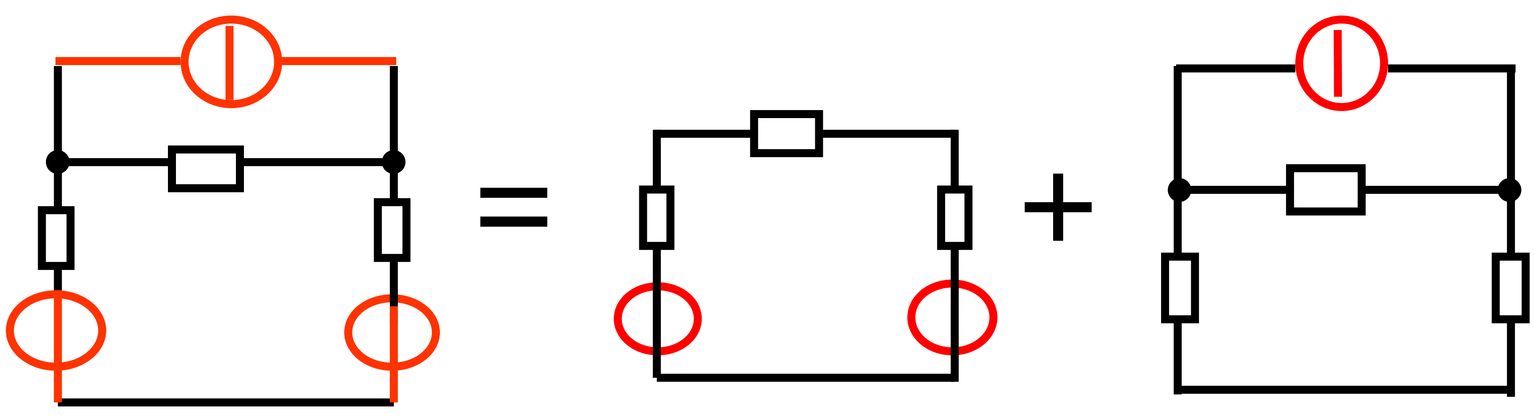


设：$I_3 = I_3' + I_3''$

则：$P_3 = I_3^{\ 2} R_3 = (I_3' + I_3'')^2 R_3$

$$\neq (I_3')^2 R_3 + (I_3'')^2 R_3$$

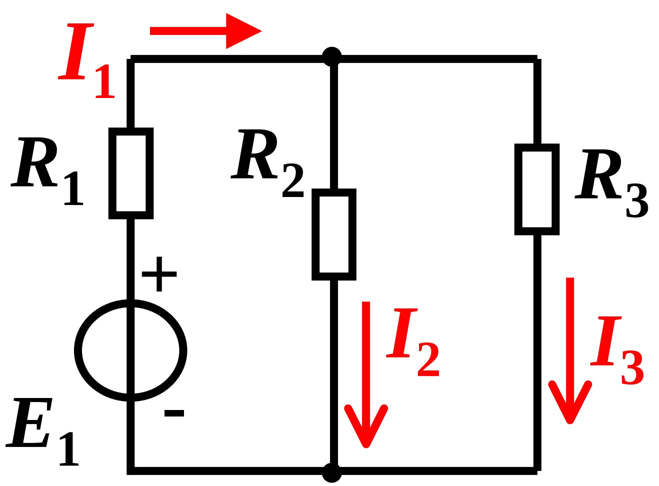
5. 运用迭加定理时也可以把电源分组求解，每个分电路的电源个数可能不止一个。



齐性定理

补充说明

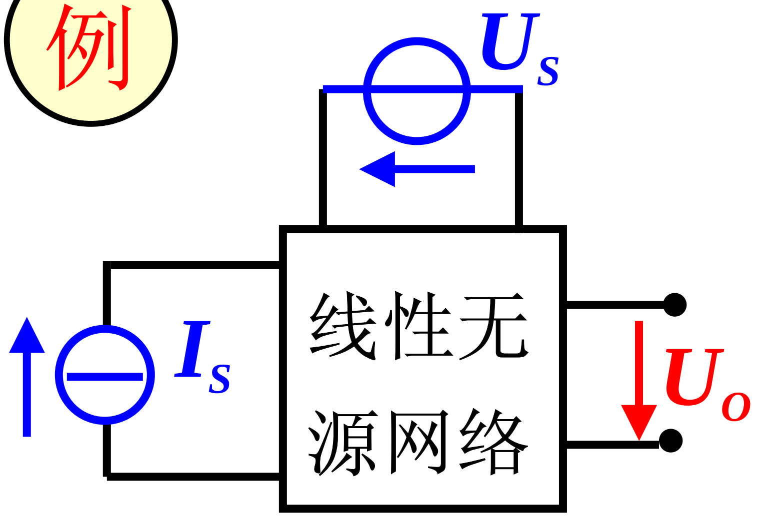
只有一个电源作用的线性电路中，各支路的电压或电流和电源成正比。如：



显而易见：

若 E_1 增加 n 倍，各电流也会增加 n 倍。

例



已知：

U_S =1V、I_S=1A 时， U_o=0V

U_S =10 V、I_S=0A 时， U_o=1V

求：

U_S =0 V、I_S=10A 时， U_o=?

解：设 $U_O = K_1 U_S + K_2 I_S$

当 U_S =1V、I_S=1A 时，

$$U_O = K_1 \times 1 + K_2 \times 1 = 0 \quad \ldots\ldots(1)$$

当 U_S =10 v、I_S=0A 时，

$$U_O = K_1 \times 10 + K_2 \times 0 = 1 \quad \ldots\ldots(2)$$

（1）和（2）联立求解得：$K_1 = 0.1 \quad K_2 = -0.1$

$\therefore$ U_S =0 V、I_S=10A 时 $U_O = -1\,\text{V}$

2.2.2 等效电源定理

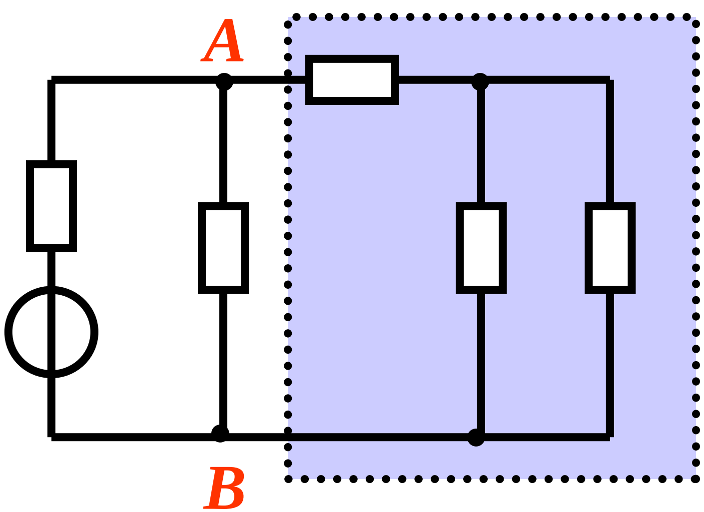
名词解释：

二端网络：若一个电路只通过两个输出端与外电路相联，则该电路称为"二端网络"。

（Two-terminals = One port）

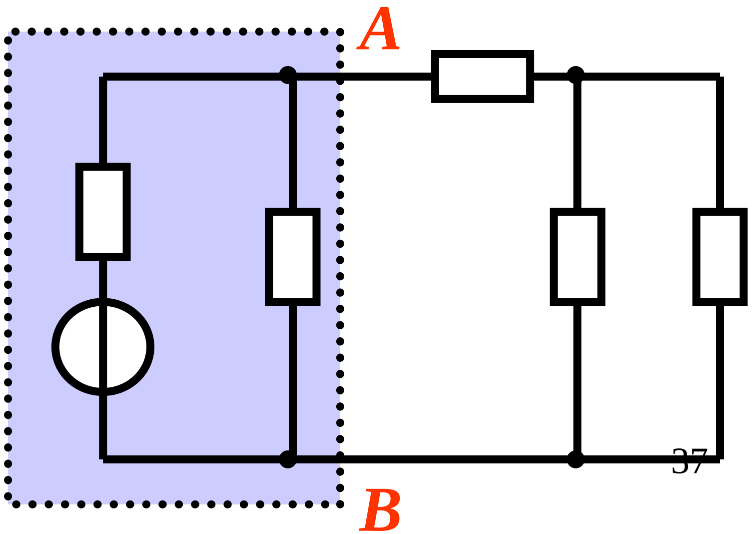
无源二端网络：

二端网络中没有电源



有源二端网络：

二端网络中含有电源



等效电源定理的概念

有源二端网络用电源模型替代，便为等效电源定理。

有源二端网络用电压源模型替代

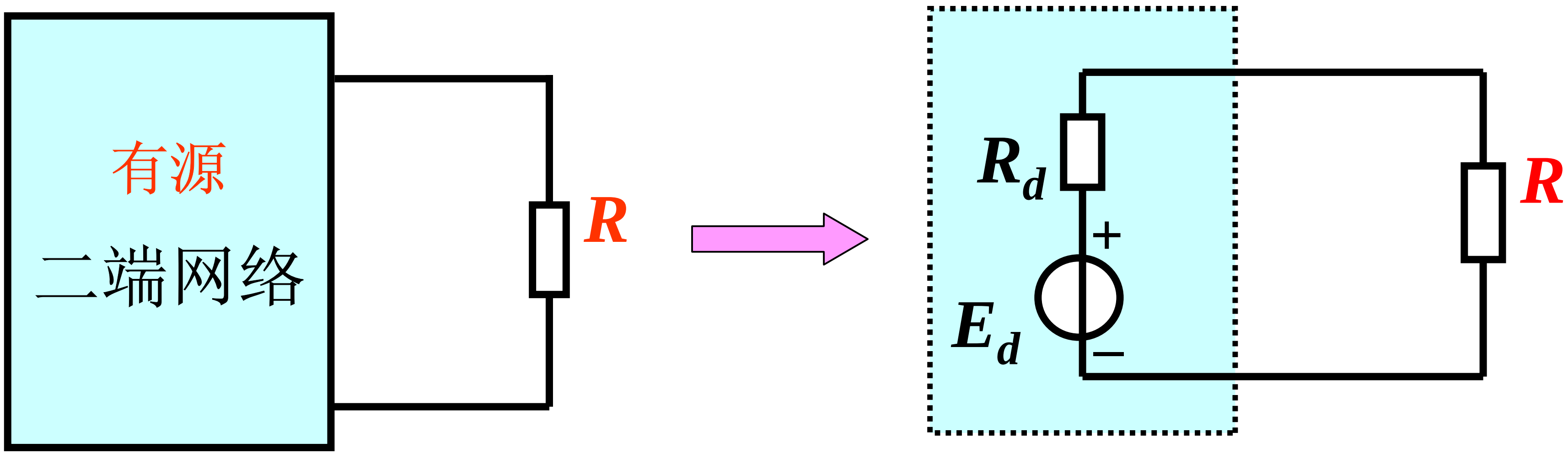
—— 戴维南定理

有源二端网络用电流源模型替代

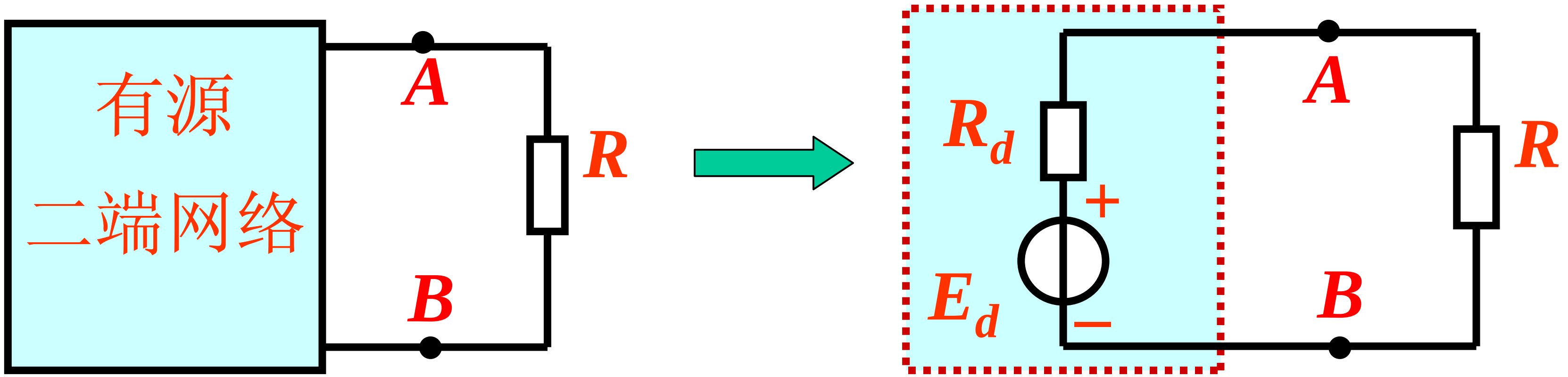
——诺顿定理

(一) 戴维南定理

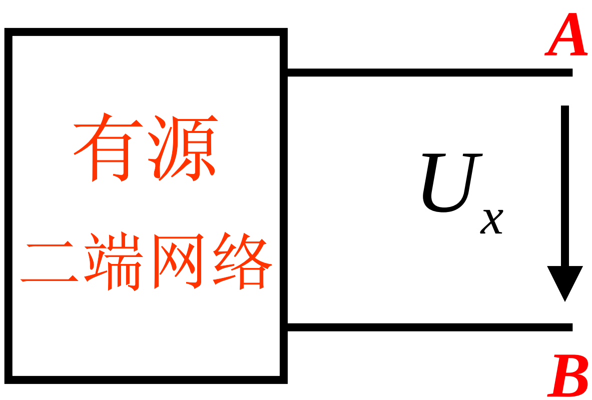
概念： 有源二端网络用电压源模型等效。



注意： “等效”是指对端口外等效。

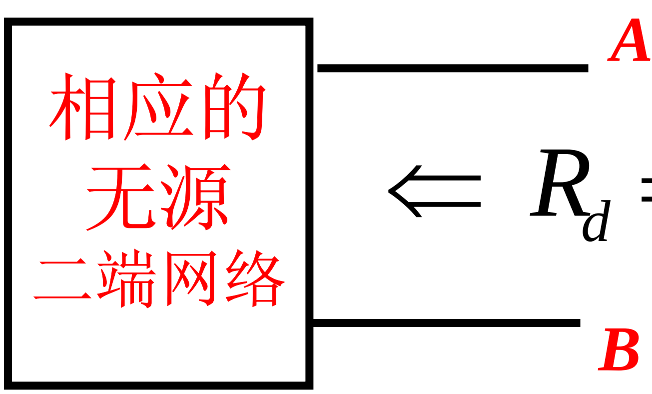


等效电压源的电动势（E_d）等于有源二端网络的开端电压；



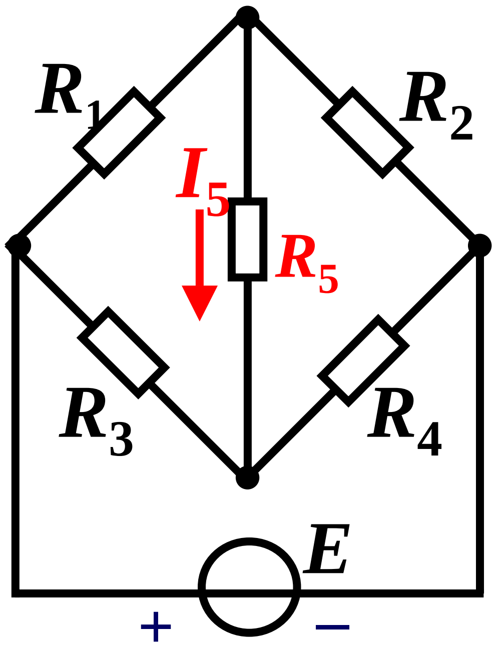
$$\boxed{E_d = U_x}$$

等效电压源的内阻等于有源二端网络相应无源二端网络的输入电阻。（有源网络变无源网络的原则是：电压源短路，电流源断路）

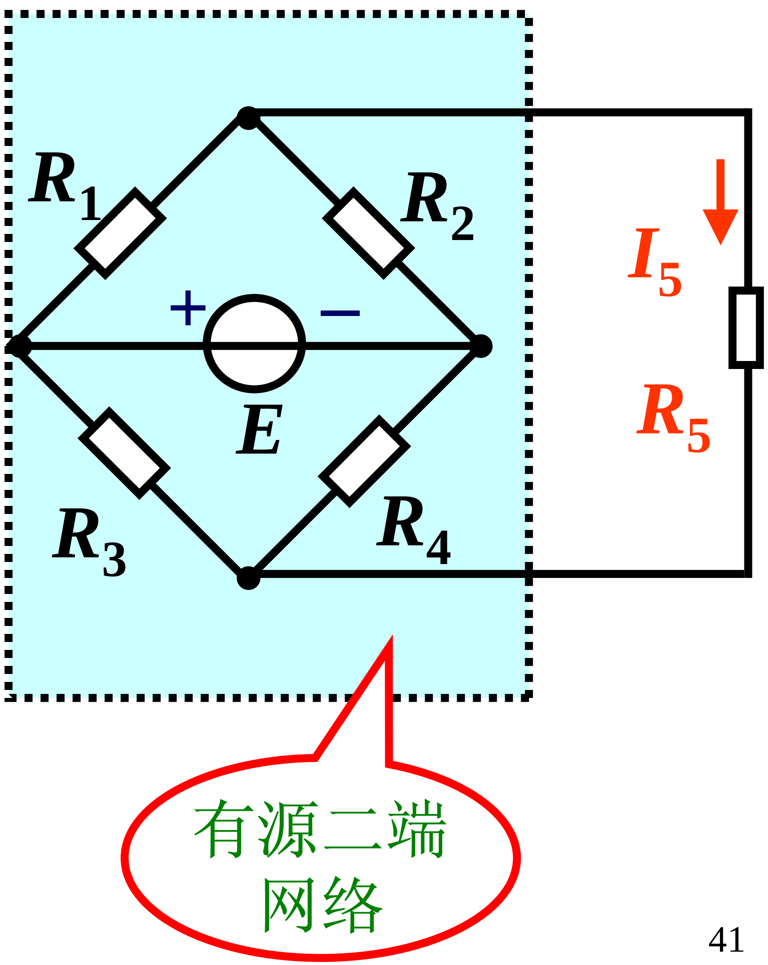


$$\Leftarrow R_d = R_{AB}$$

戴维南定理应用举例（之一）



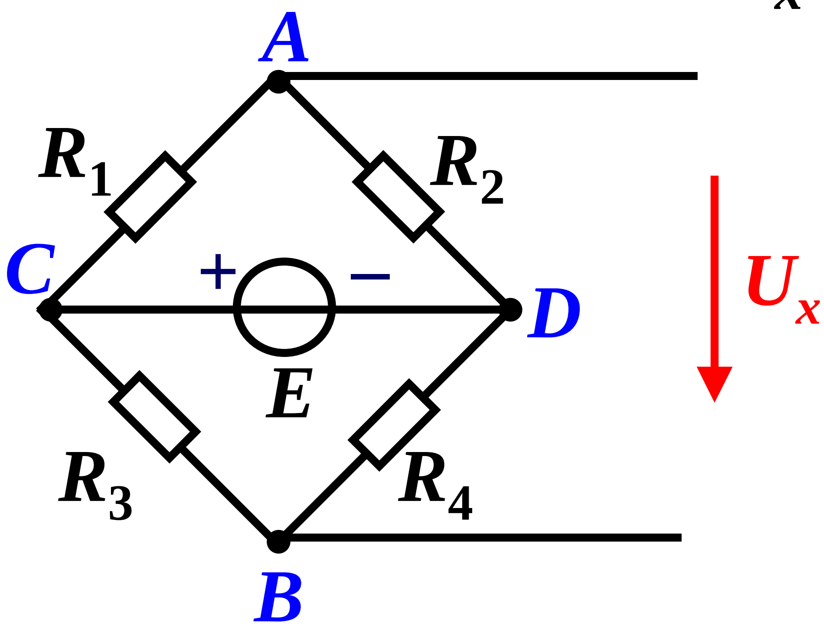
等效电路



已知：R_1=20 Ω、　R_2=30 Ω
R_3=30 Ω、　R_4=20 Ω
E=10V

求：当 R_5=10 Ω 时，I_5=?

第一步：求开端电压 U_x



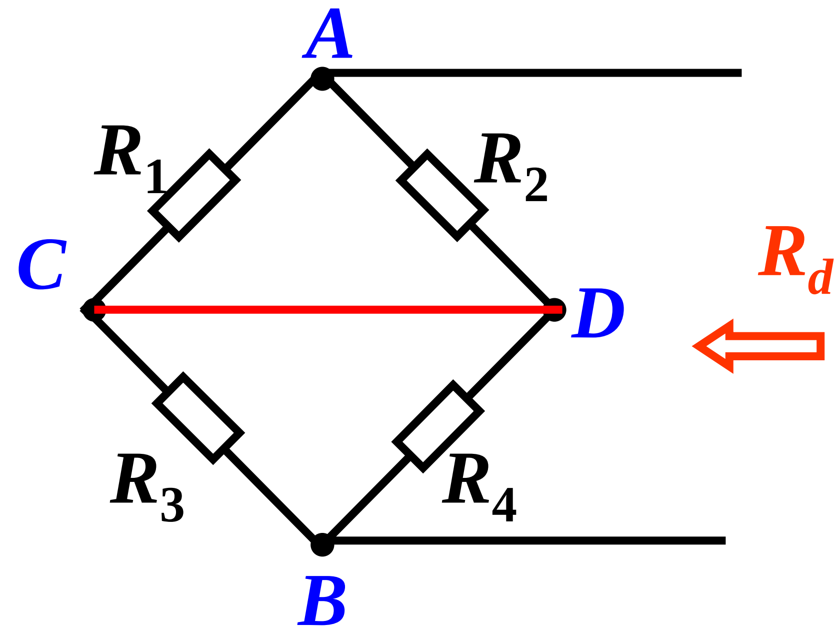
$$U_x = U_{AD} + U_{DB}$$

$$= E\frac{R_2}{R_1+R_2} - E\frac{R_4}{R_3+R_4}$$

$$= 10\frac{30}{20+30} - 10\frac{20}{30+20}$$

$$= 2\,\text{V}$$

第二步：求输入电阻 R_d

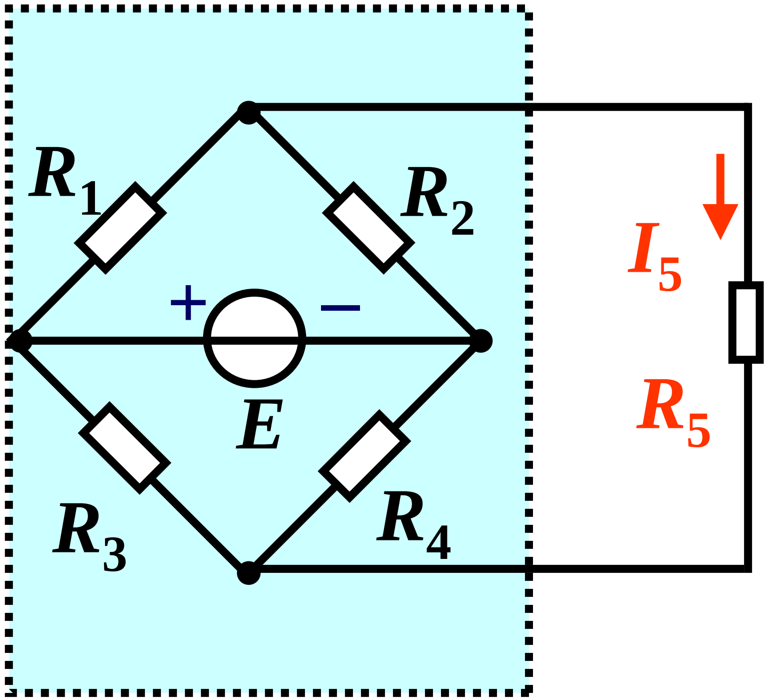


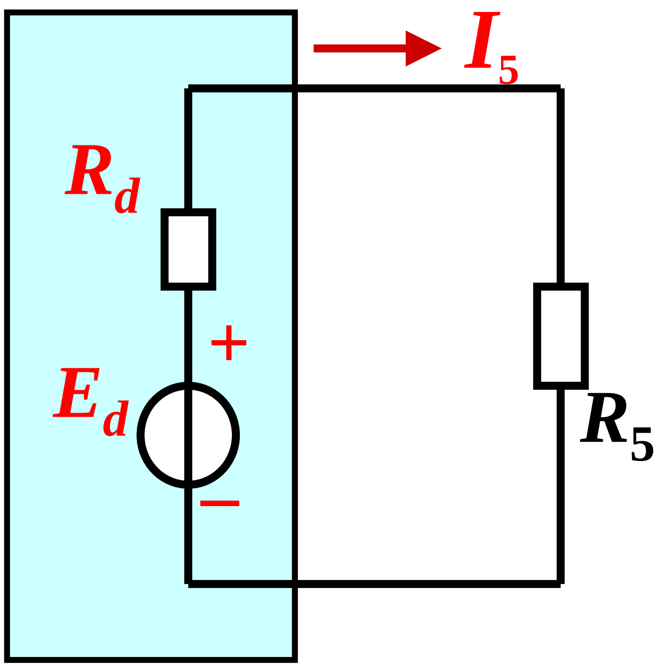
$$R_d = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

$$= 20 // 30 + 30 // 20$$

$$= 24\Omega$$

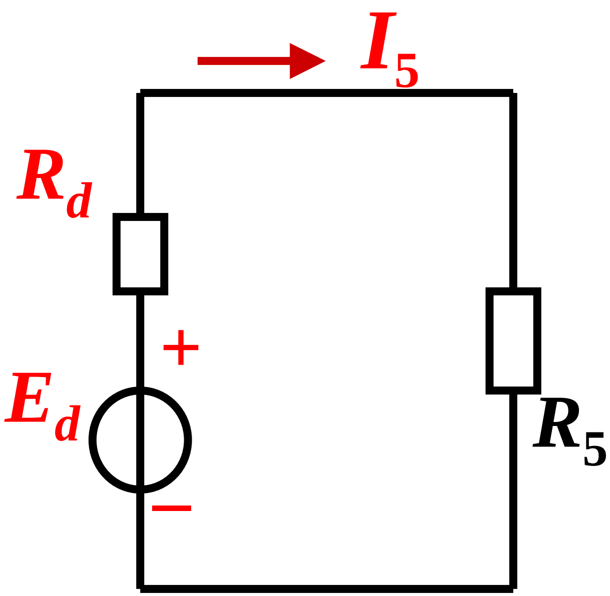
等效电路





$$\begin{cases} E_d = 2\ \text{V} \\ R_d = 24\ \Omega \end{cases}$$

第三步：求未知电流 I_5



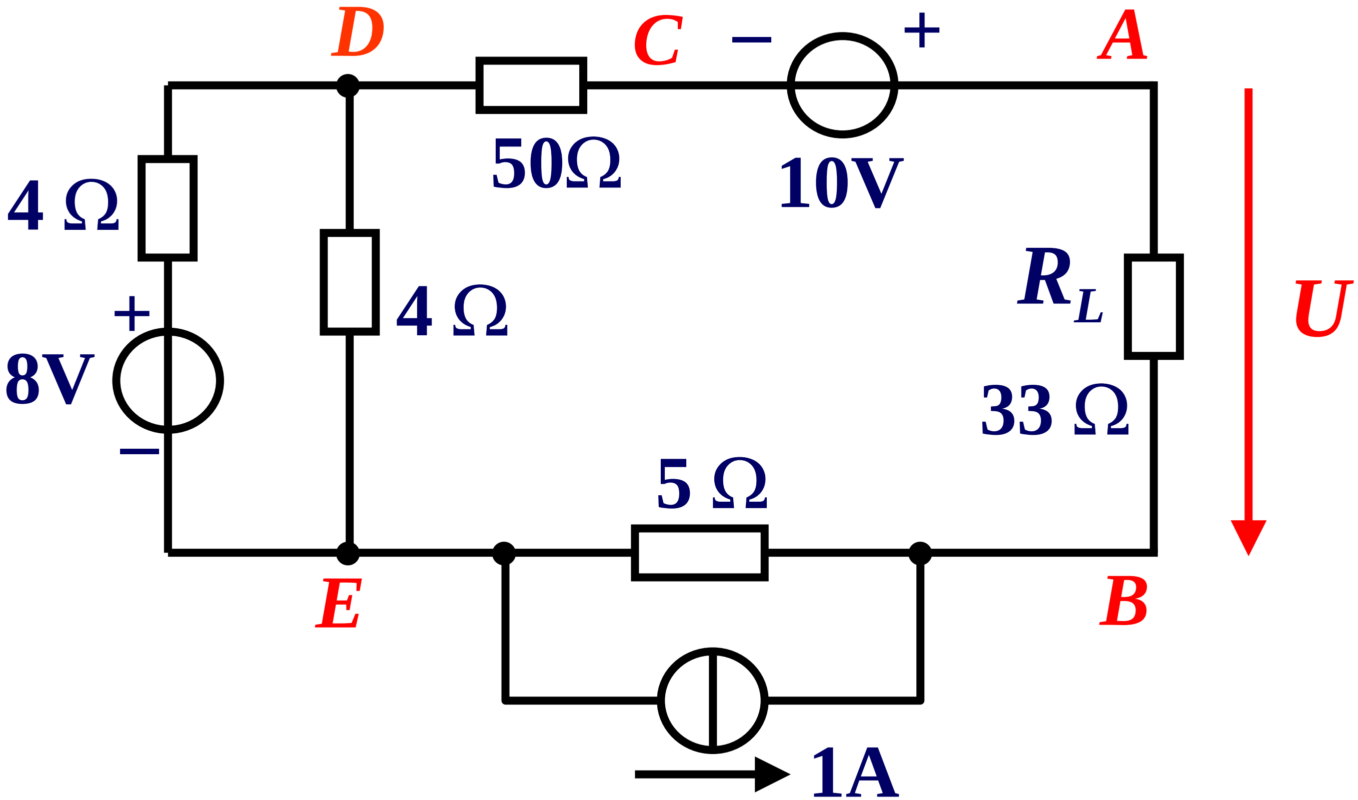
$E_d = U_X = 2\text{V}$

$R_d = 24\Omega$

$R_5 = 10\Omega$ 时

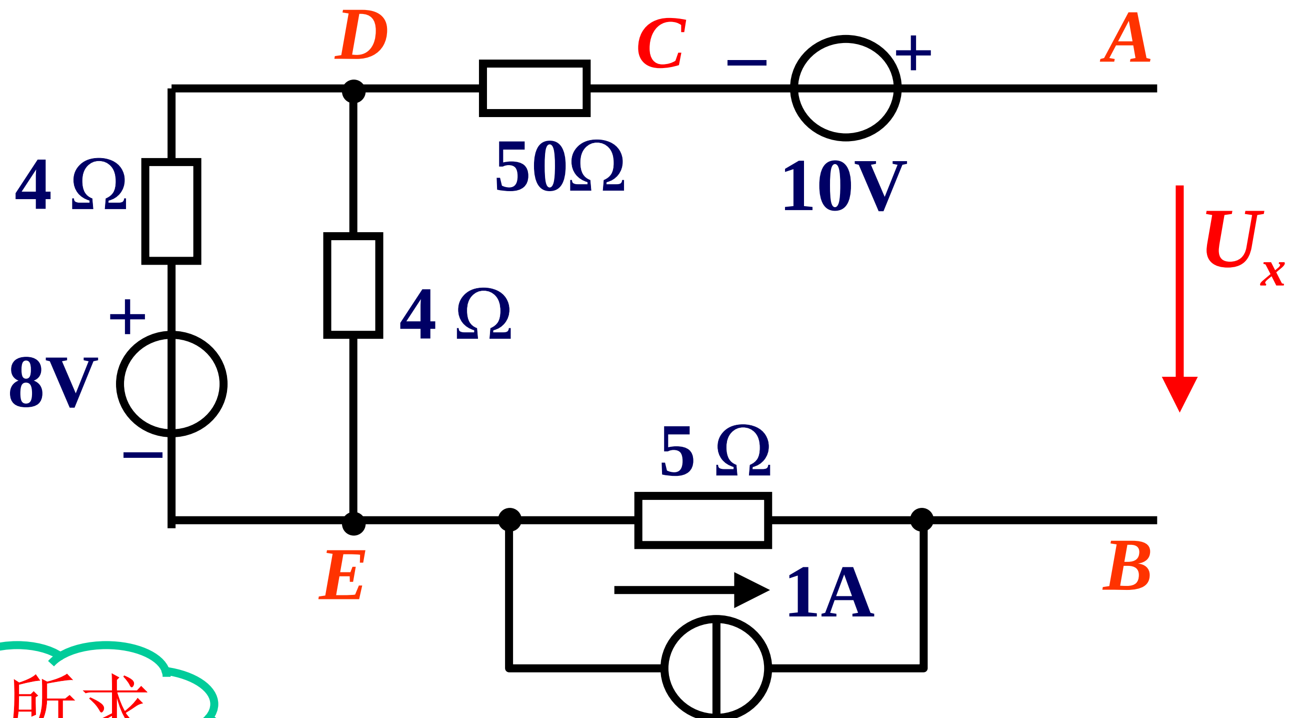
$$\boxed{I_5 = \frac{E_d}{R_d + R_5} = \frac{2}{24+10} = 0.059\ \text{A}}$$

戴维南定理应用举例（之二）



求：U=?

第一步：求开端电压U_x。

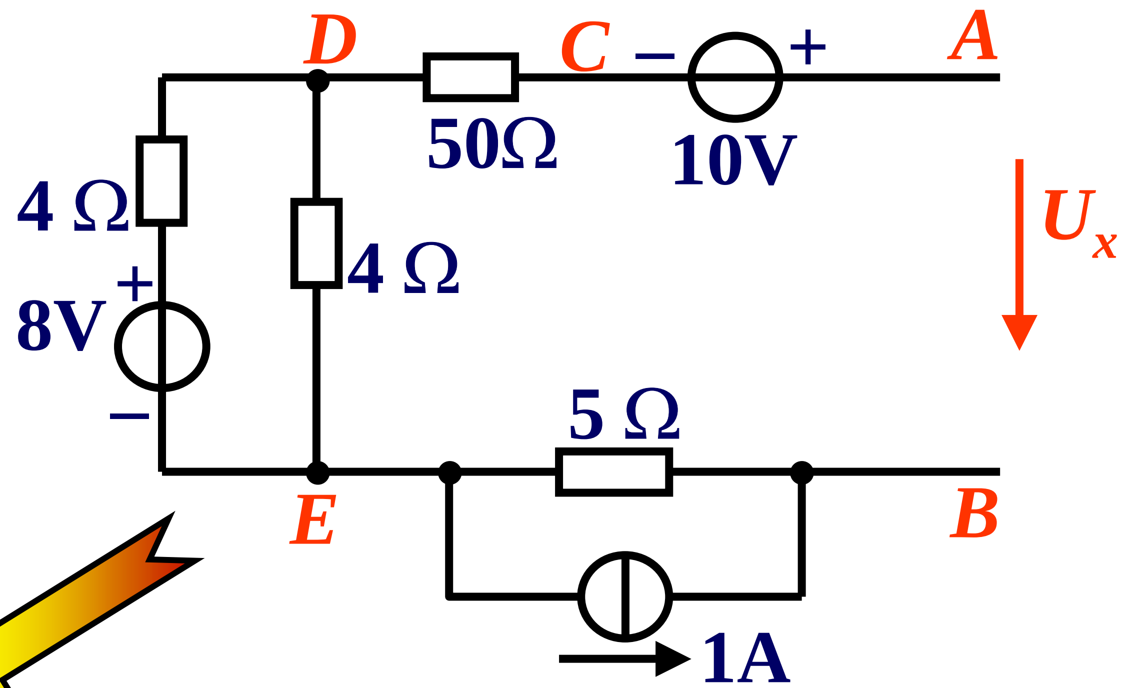


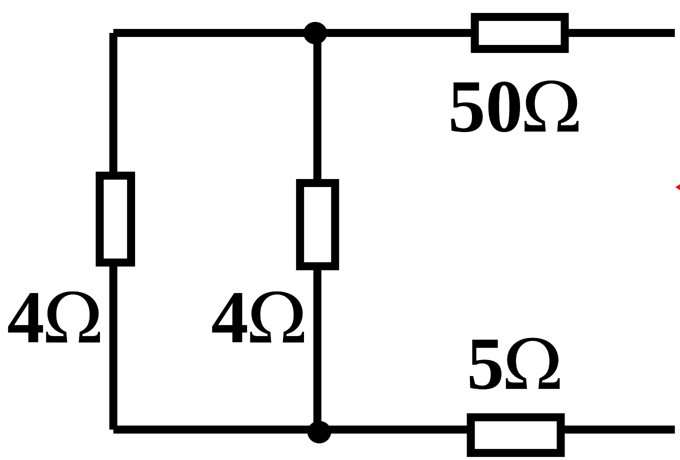
此值是所求结果吗？

$$U_x = U_{AC} + U_{CD} + U_{DE} + U_{EB}$$
$$= 10 + 0 + 4 - 5$$
$$= 9\ \mathrm{V}$$

第二步：

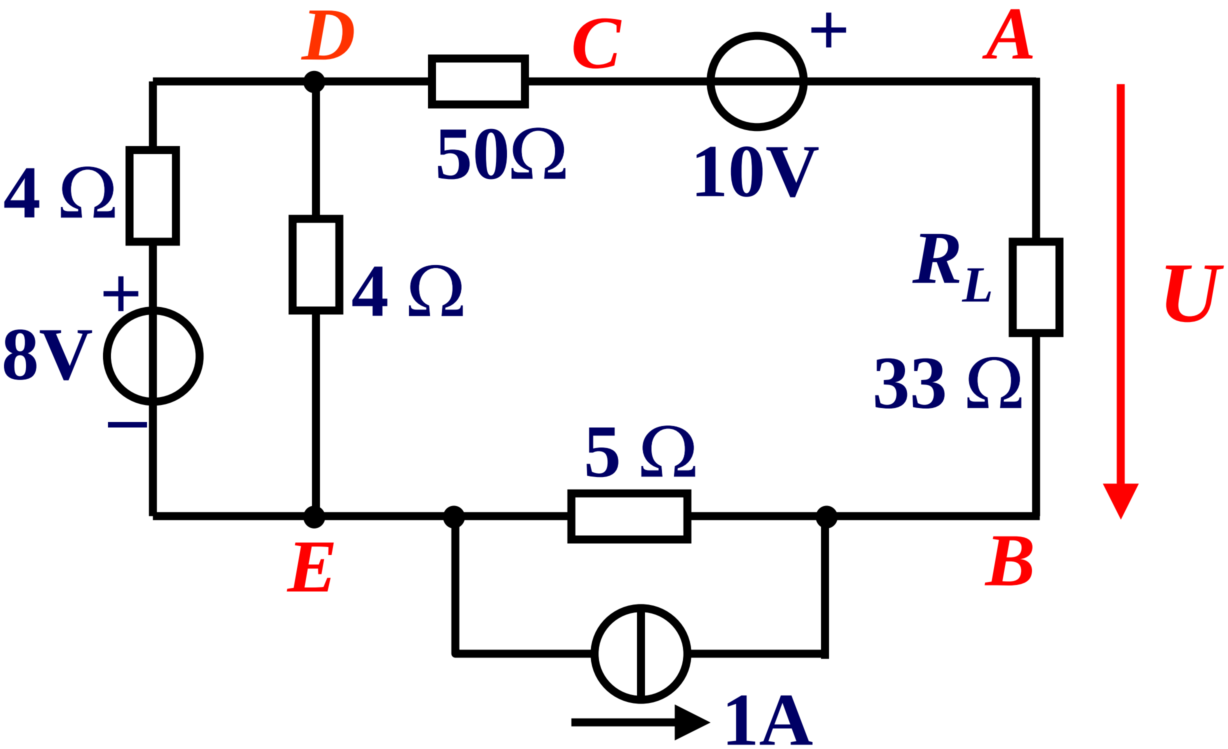
求输入电阻 R_d。



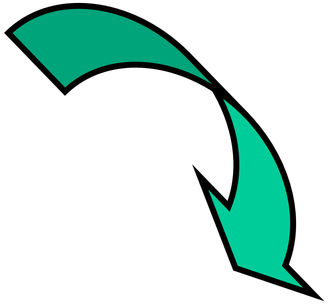


R_d

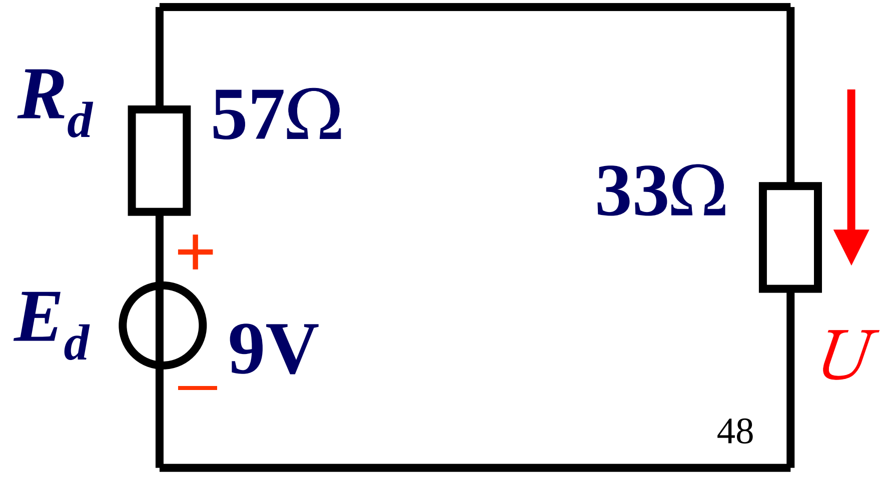
$$R_d = 50 + 4 // 4 + 5$$
$$= 57\ \Omega$$



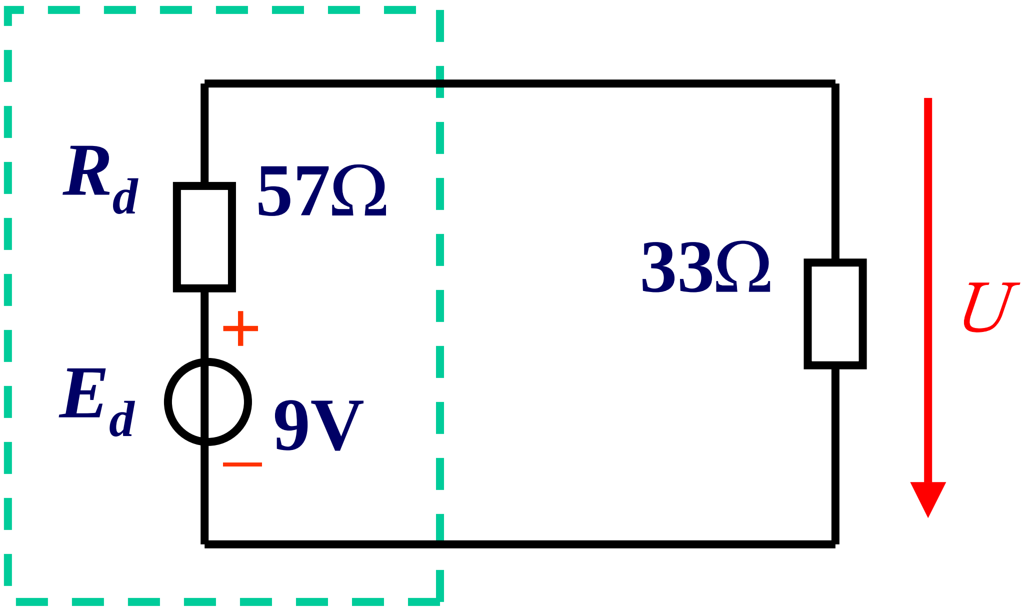
等效电路



$$
\begin{cases} E_d = U_x = 9\,\mathrm{V} \\ R_d = 57\ \Omega \end{cases}
$$

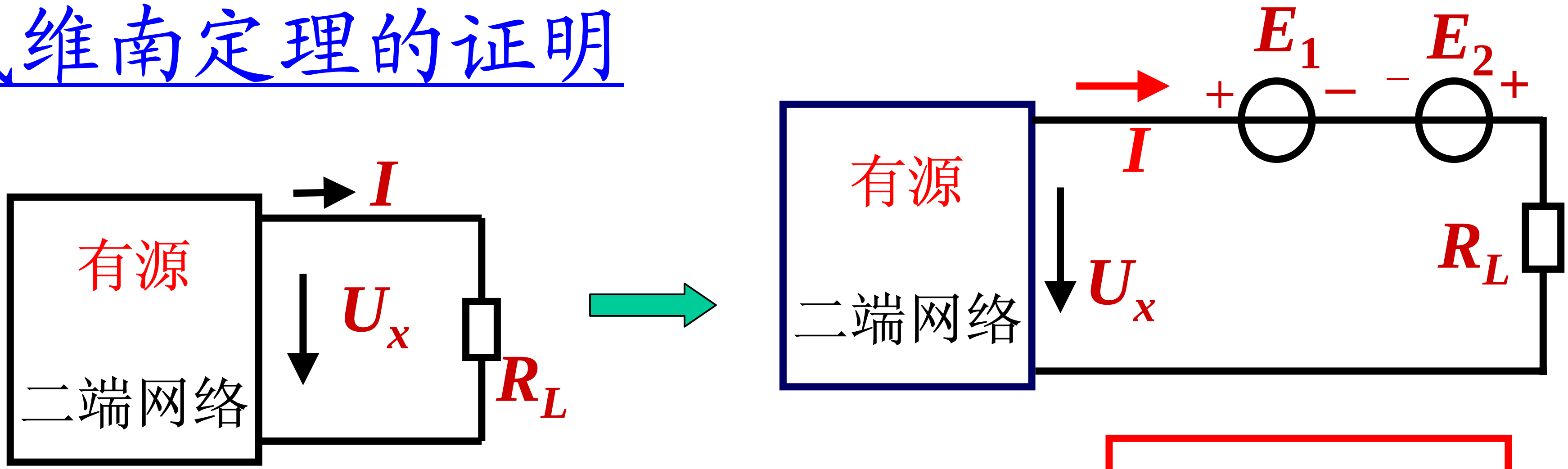


第三步：求解未知电压 U。

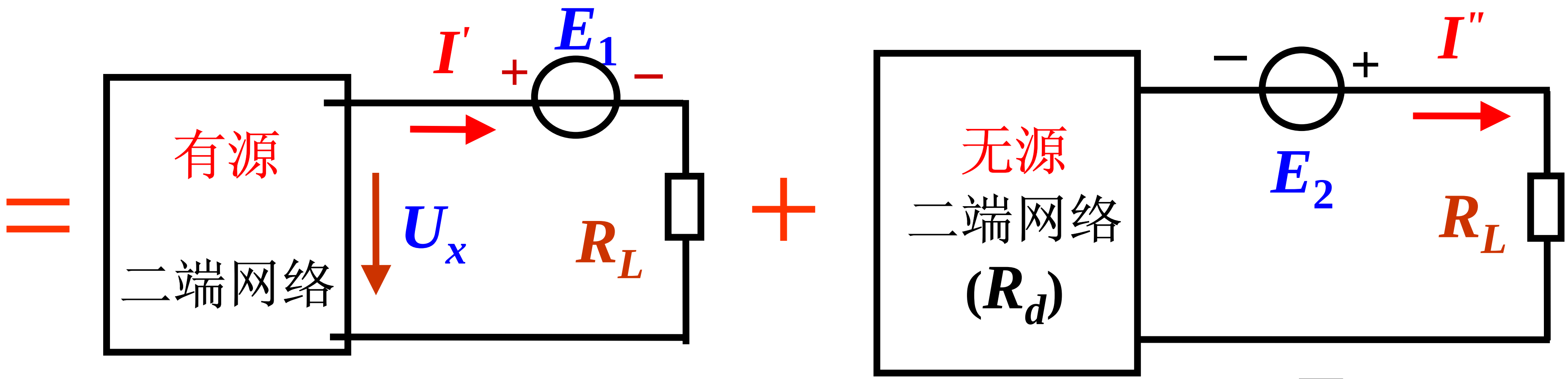


$$U = \frac{9}{57+33} \times 33 = 3.3\ \text{V}$$

戴维南定理的证明

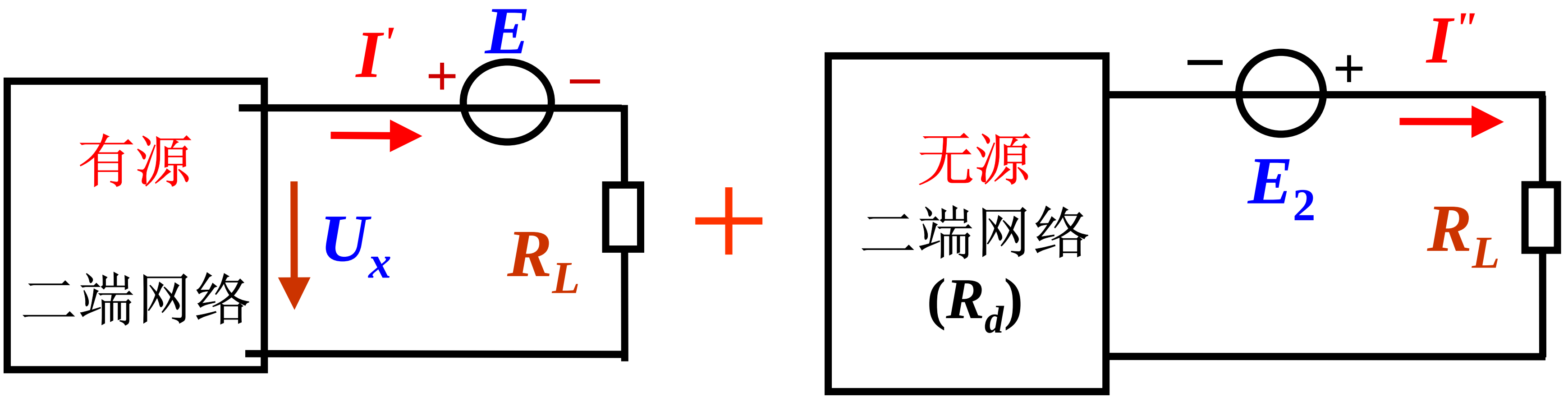


$$\boxed{E_1 = E_2 = U_x}$$



$$I' = 0$$

$$I'' = \frac{E_2}{R_d + R_L}$$



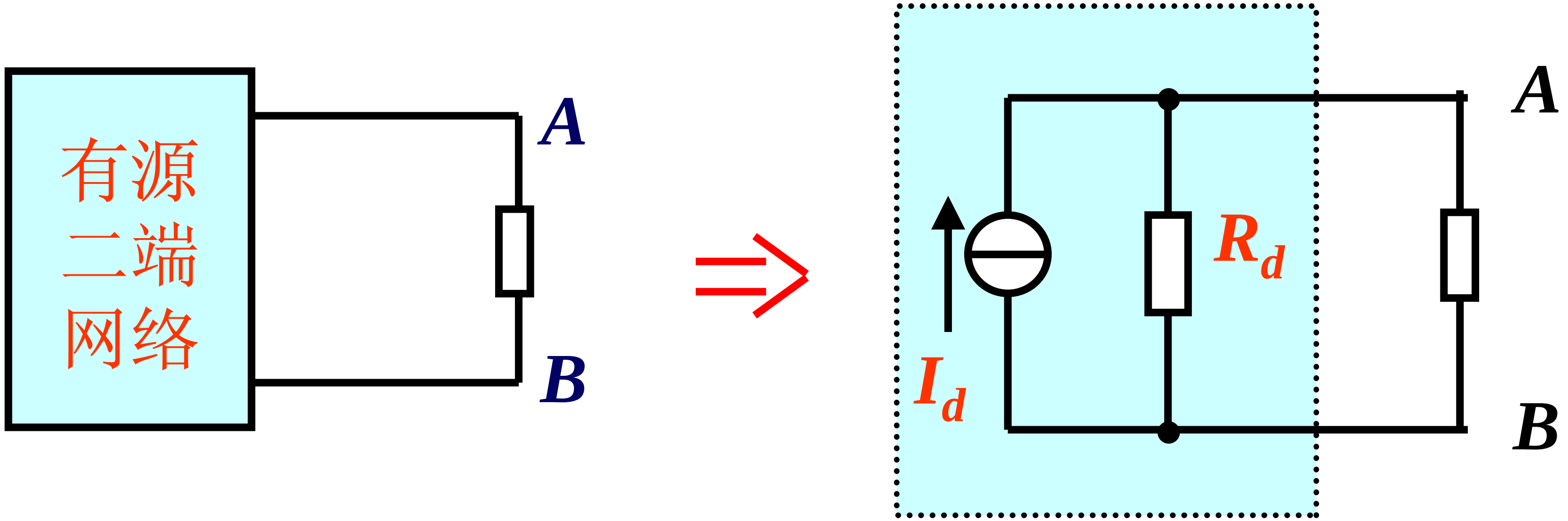
$$I' = 0$$

$$I'' = \frac{E_d}{R_d + R_L}$$

$$I = I' + I'' = 0 + \frac{E_2}{R_d + R_L} = \frac{U_x}{R_d + R_L}$$

(二) 诺顿定理

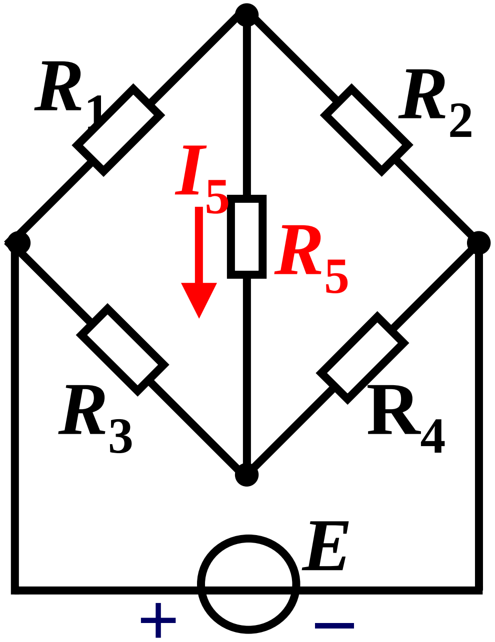
概念：有源二端网络用电流源模型等效。



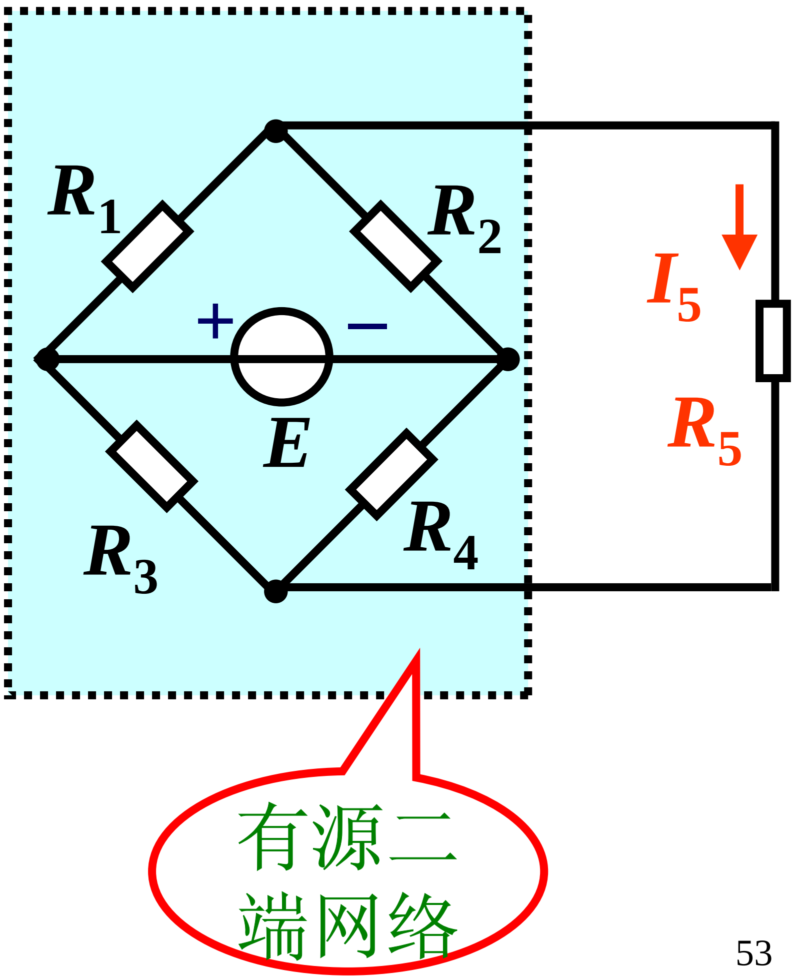
等效电阻 R_d 仍为相应无源二端网络的输入电阻

等效电流源 I_d 为有源二端网络输出端的短路电流

诺顿定理应用举例



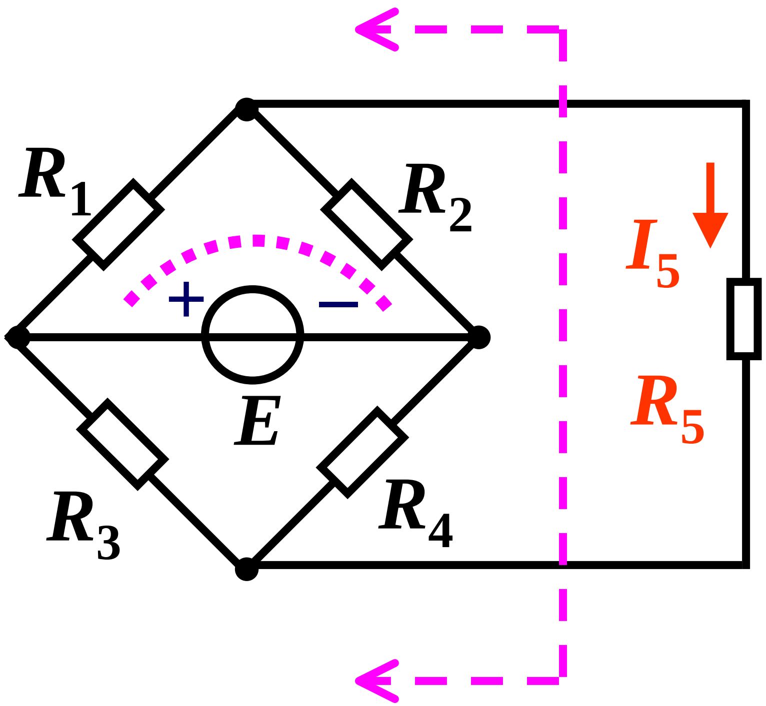
等效电路

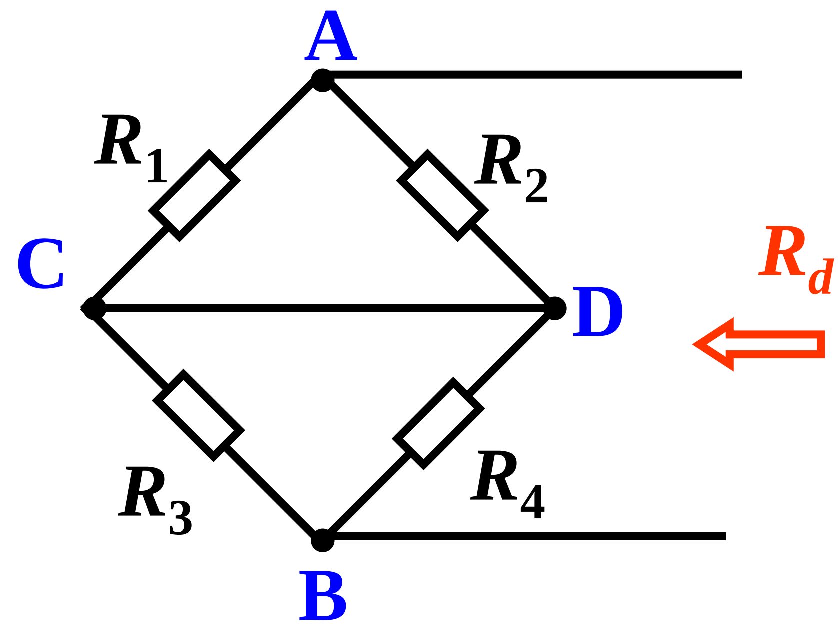


已知：R_1=20 Ω、 R_2=30 Ω
R_3=30 Ω、 R_4=20 Ω
E=10V

求： 当 R_5=10 Ω 时，I_5=?

第一步：求输入电阻R_d。





已知：

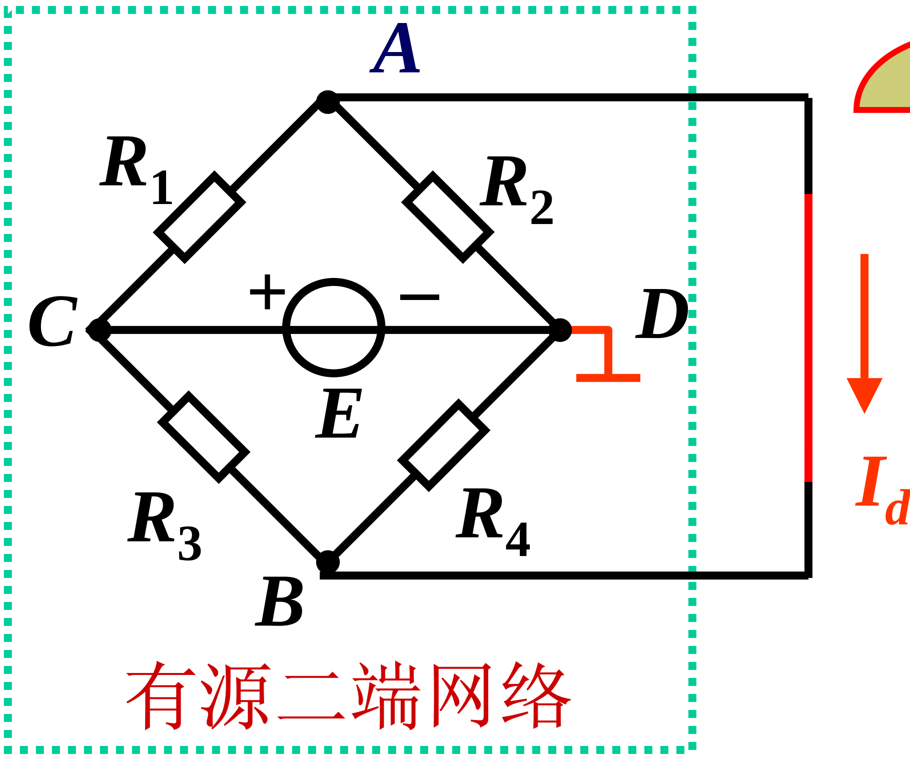
R_1=20 Ω, R_2=30 Ω

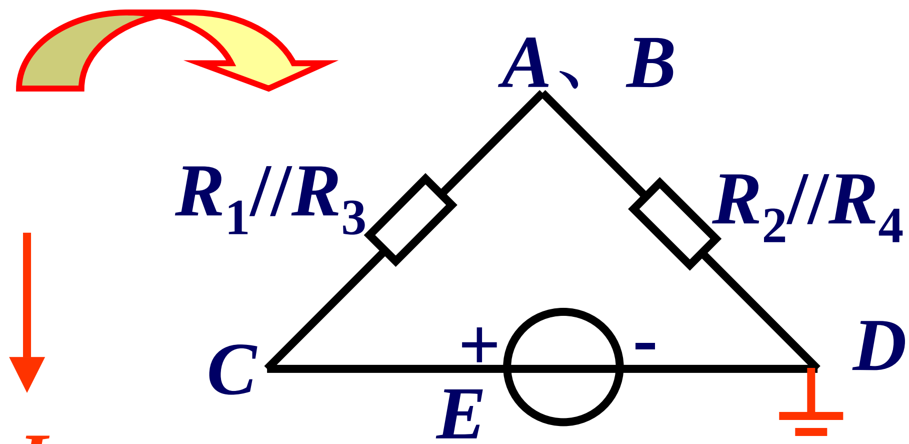
R_3=30 Ω, R_4=20 Ω

E=10V

$$R_d = R_1 // R_2 + R_3 // R_4 = 24\Omega$$

第二步：求短路电流 I_d





$V_A=V_B$

$I_d=0$?

已知：

$R_1=20\ \Omega$、 $R_2=30\ \Omega$

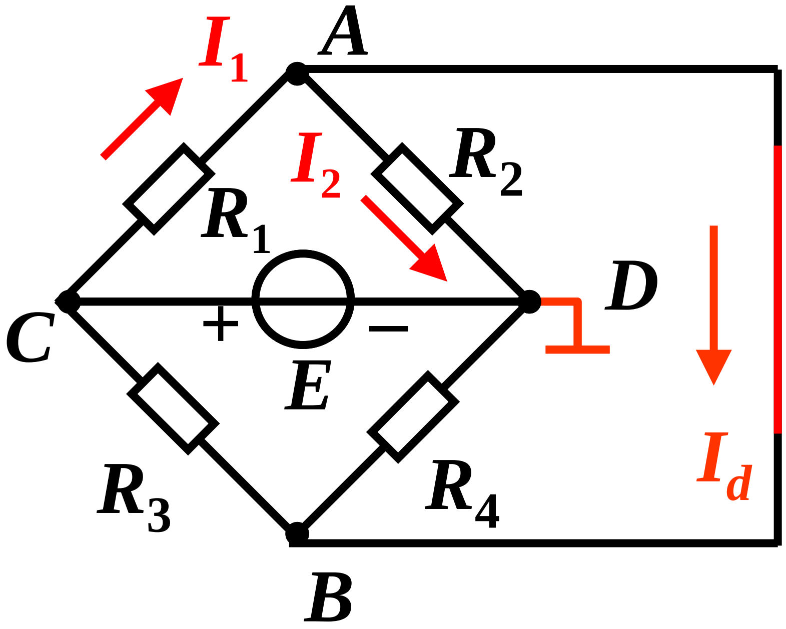
$R_3=30\ \Omega$、 $R_4=20\ \Omega$

$E=10V$

设： $V_D=0$

则： $V_C=10\ \text{V}$

$V_A=V_B=5\ \text{V}$



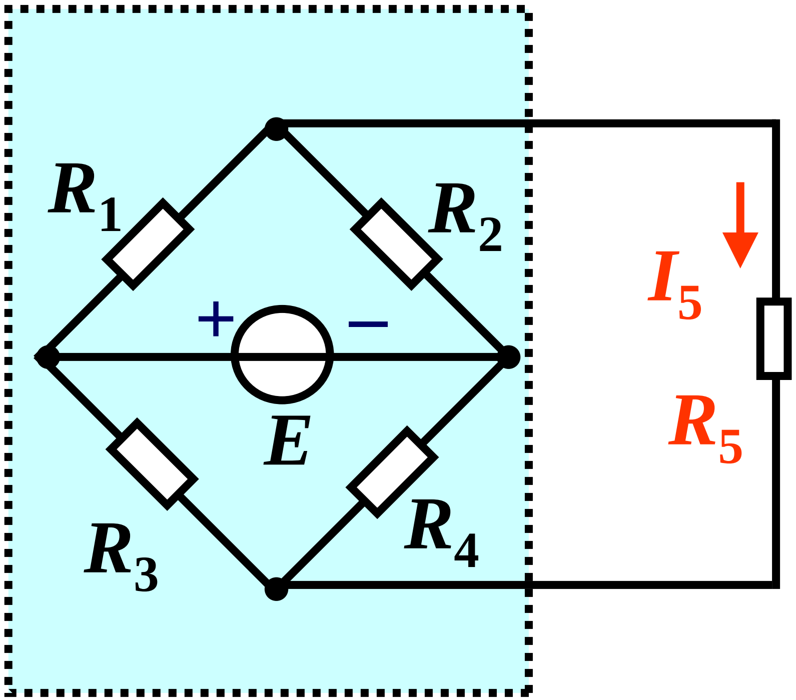
$$V_D = 0 \qquad V_C = 10\ \mathrm{V}$$

$$V_A = V_B = 5\ \mathrm{V}$$

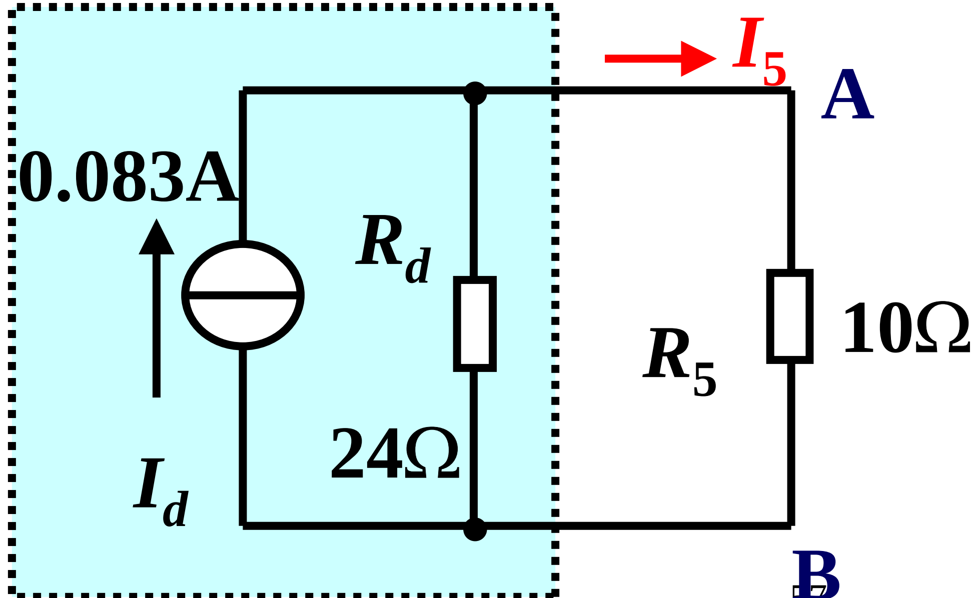
$$R_1 = 20\Omega \qquad R_2 = 30\Omega$$

$$\begin{cases} I_1 = \dfrac{V_C - V_A}{R_1} = 0.25\ \mathrm{A} \\ I_2 = \dfrac{V_A - V_D}{R_2} = 0.167\ \mathrm{A} \end{cases}$$

$$\boxed{I_d = I_1 - I_2 = 0.083\ \mathrm{A}}$$

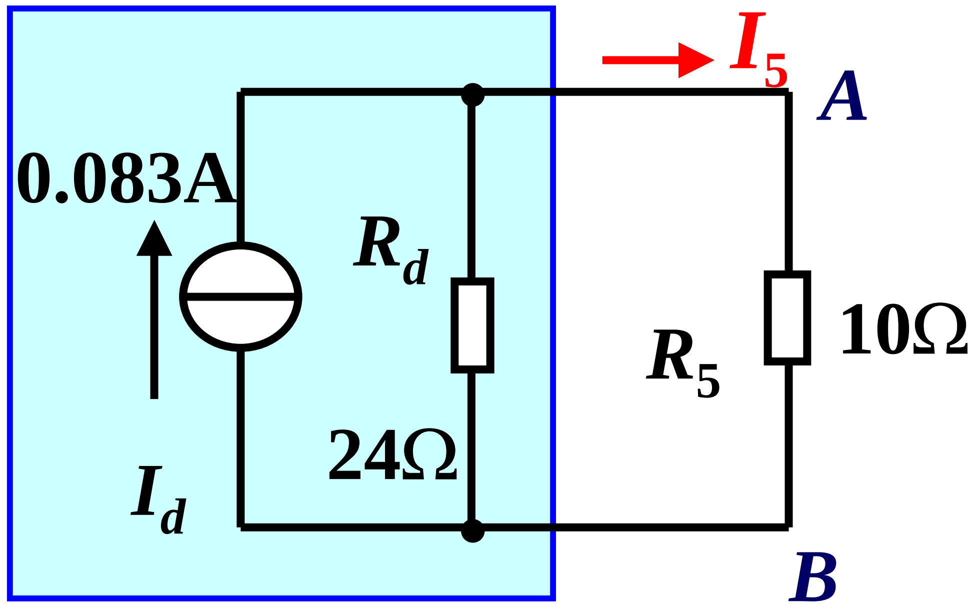


等效电路



$$
\begin{cases} I_d = I_1 - I_2 = 0.083\text{A} \\ R_d = 24\Omega \end{cases}
$$

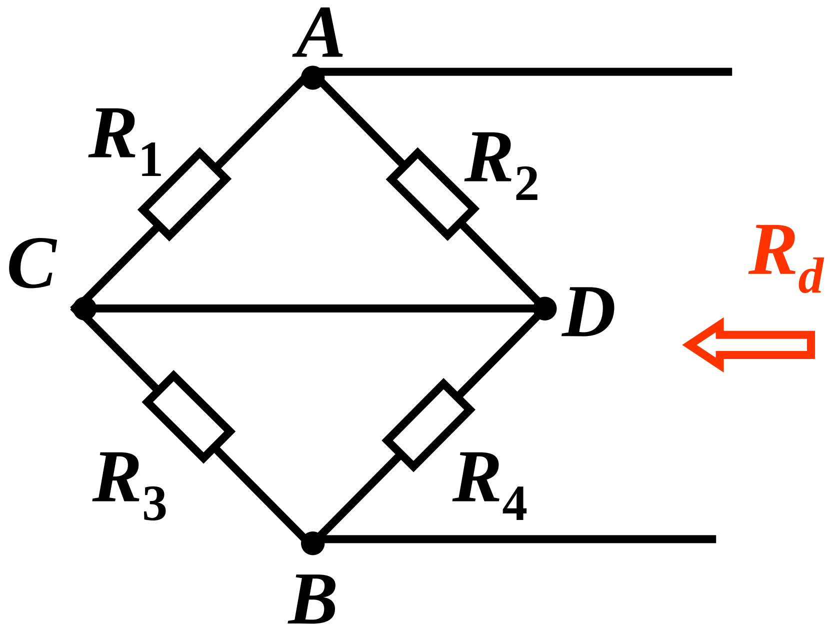
第三步：求解未知电流 I_5。



$$I_5 = I_d \frac{R_d}{R_d + R_5} = 0.059\ \mathrm{A}$$

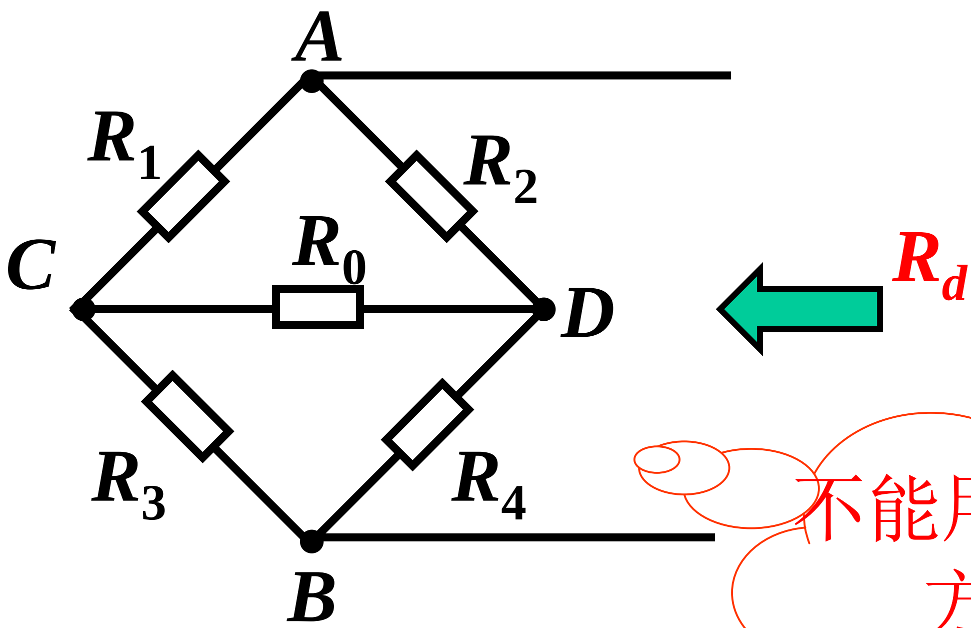
(三) 等效电源定理中等效电阻的求解方法

求简单二端网络的等效内阻时，用串、并联的方法即可求出。如前例：



$$R_d = R_1 // R_2 + R_3 // R_4$$

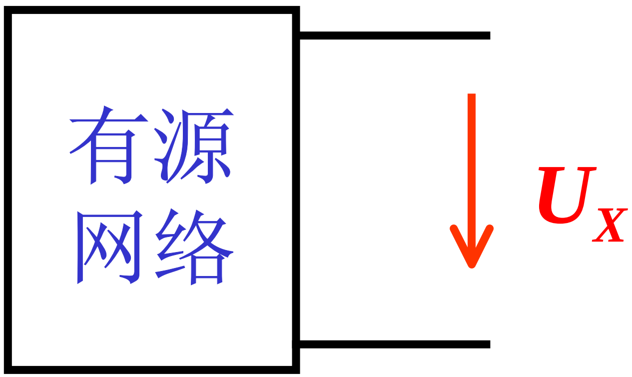
求某些二端网络的等效内阻时，用串、并联的方法则不行。如下图：

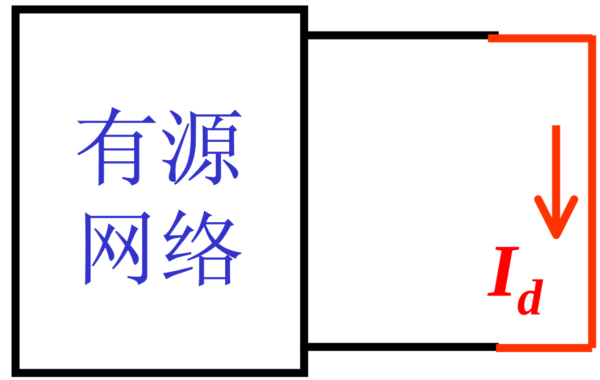


串/并联方法?

不能用简单 串/并联
方法求解，
怎么办?

方法一：开路、短路法。



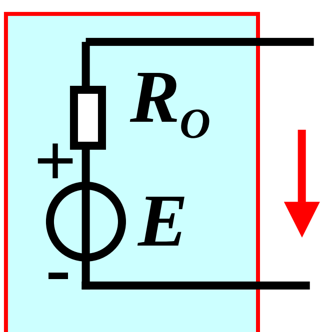


求 开端电压 U_x
与 短路电流 I_d

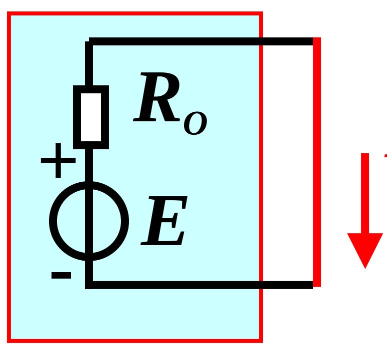
⇒

等效内阻 $R_d = U_x / I_d$

例



$U_X = E$

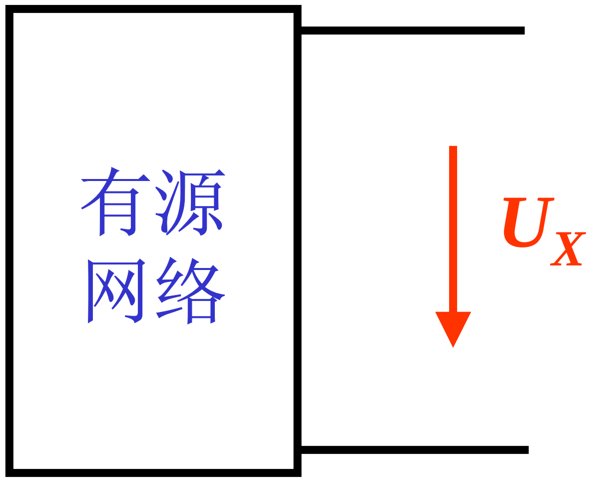


$I_d = \dfrac{E}{R_O}$

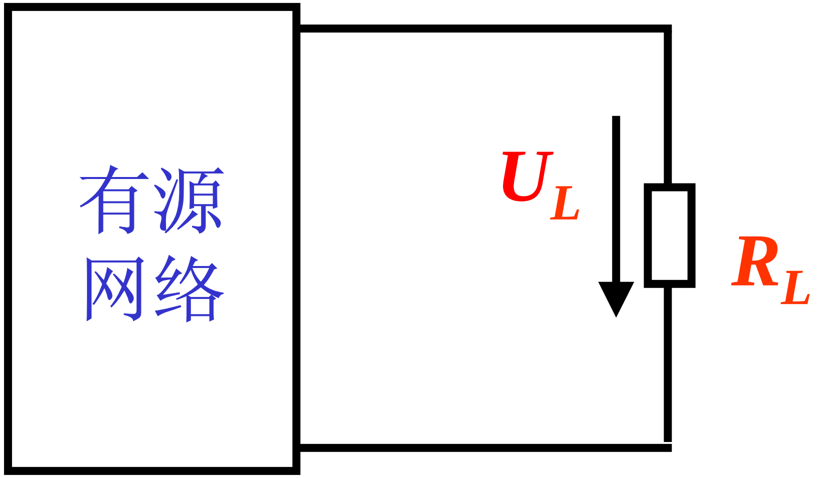
⇒

$$\frac{U_X}{I_d} = \frac{E}{E/R_O} = R_O = R_d$$

方法二：负载电阻法



测开路电压 U_X



加负载电阻 R_L

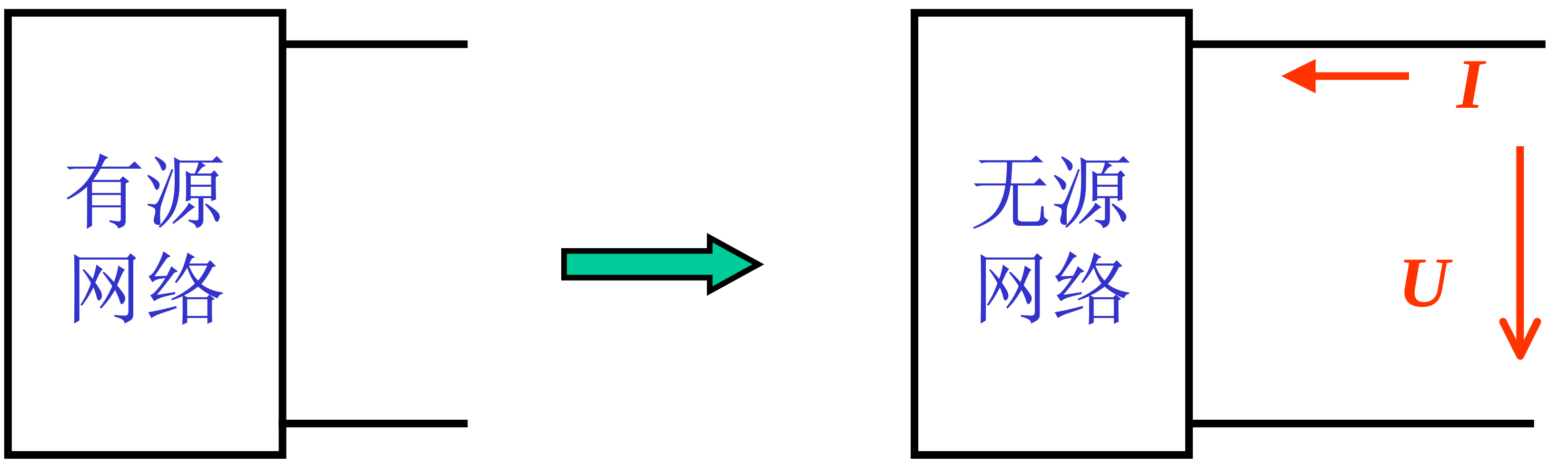
测负载电压 U_L

$$U_L = \frac{R_L}{R_d + R_L} U_X \Rightarrow R_d = R_L \left(\frac{U_X}{U_L} - 1 \right)$$

方法三：加压求流法

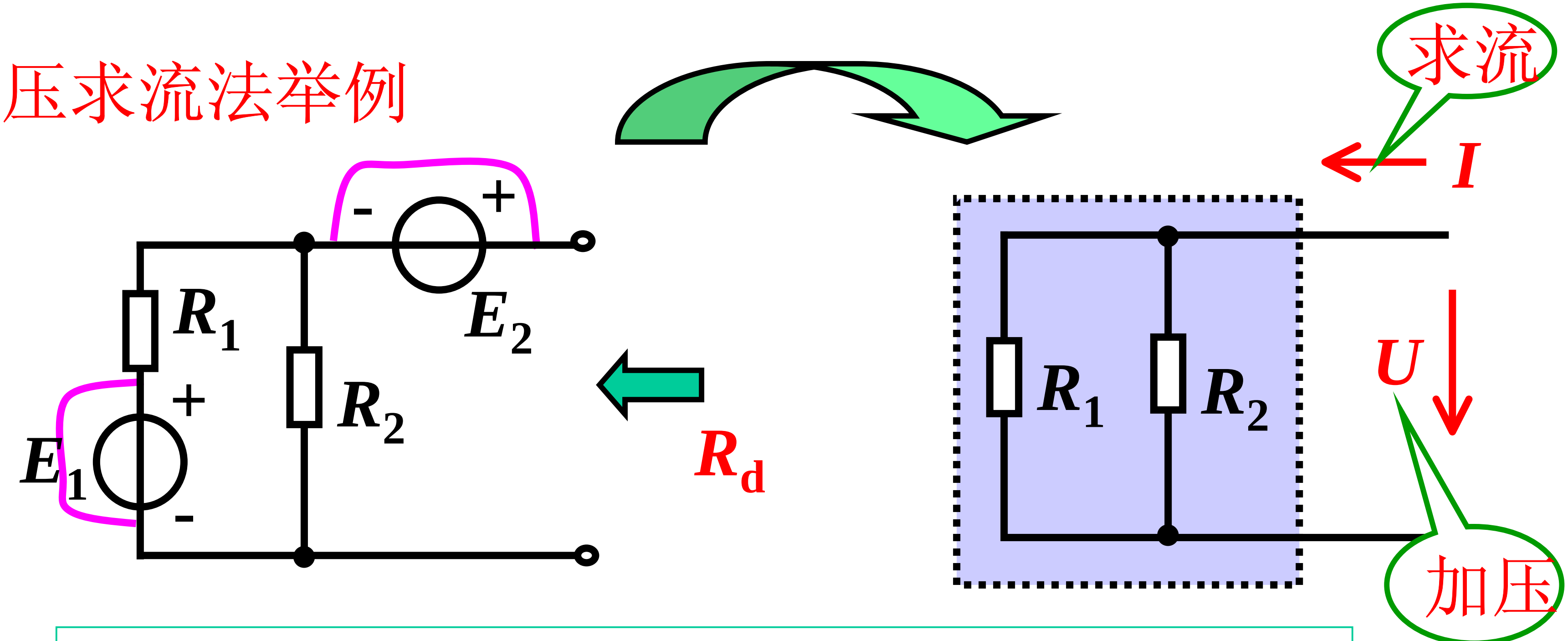
步骤：有源网络 ⇨ 无源网络

⇨ 外加电压 U ⇨ 求电流 I



则：$\boxed{R_d = U/I}$

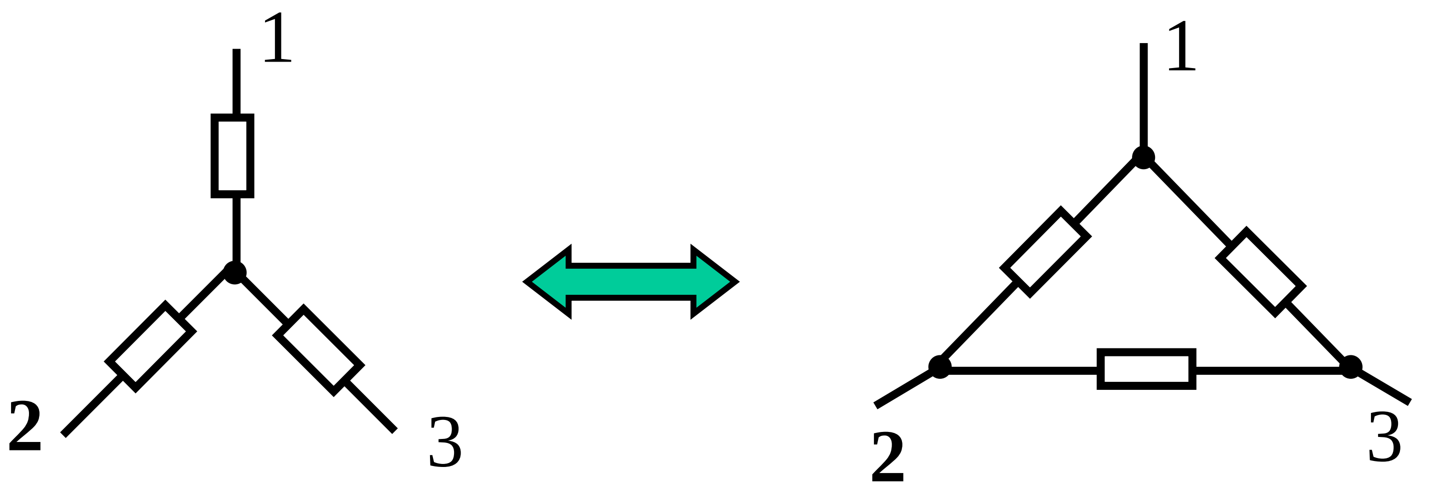
加压求流法举例



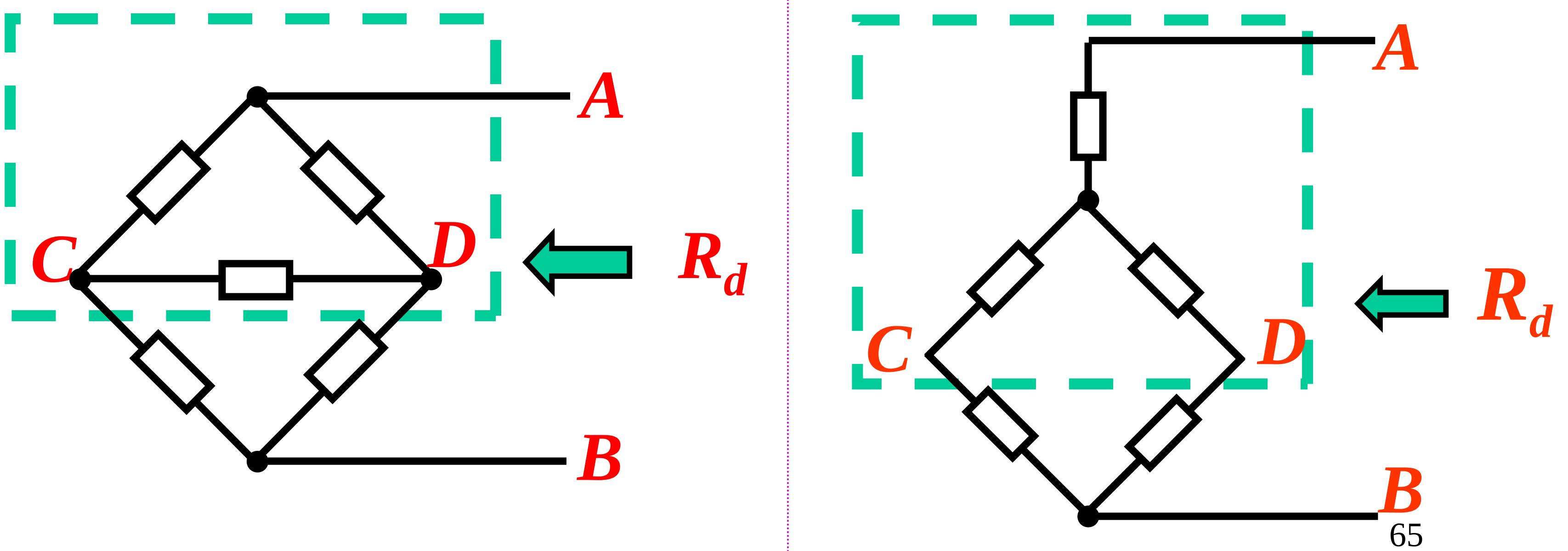
$$I=\frac{U}{R_1}+\frac{U}{R_2}=U\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)$$

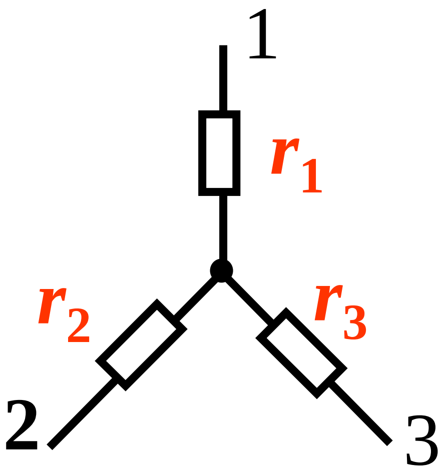
$$R_d=\frac{U}{I}=\frac{1}{\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}}=\frac{R_1\cdot R_2}{R_1+R_2}$$

方法四：Y-Δ变换

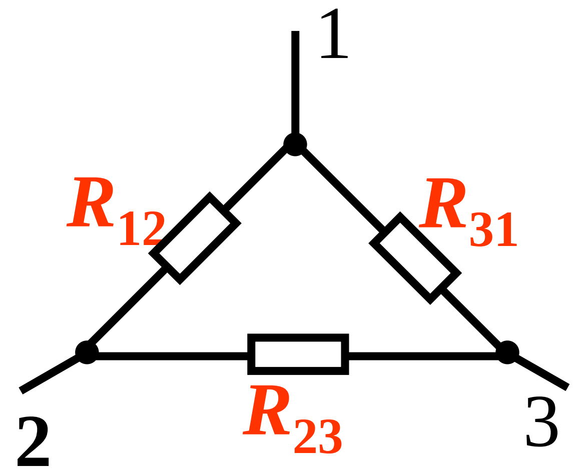


例



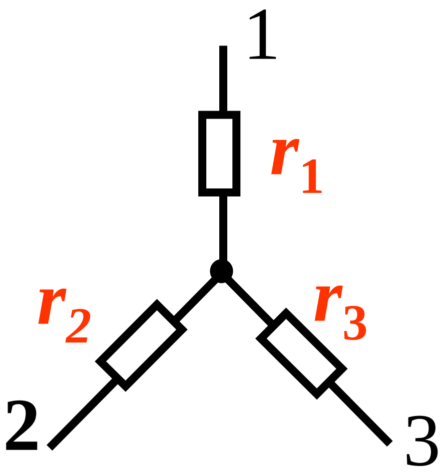


Y-Δ 等效变换

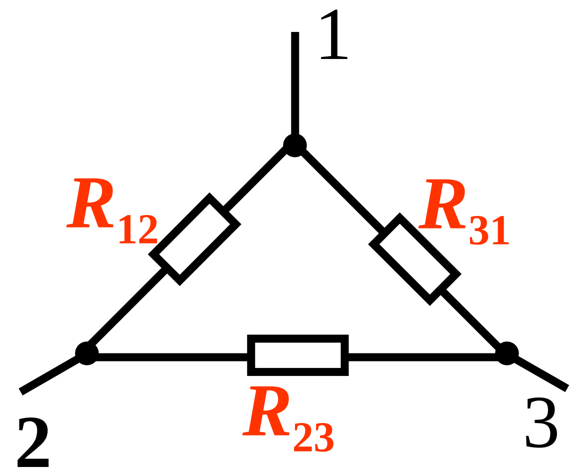


$$\text{原则}\left\{\begin{aligned} r_1 + r_2 &= R_{12} // (R_{31} + R_{23}) \\ r_2 + r_3 &= R_{23} // (R_{12} + R_{31}) \\ r_1 + r_3 &= R_{31} // (R_{12} + R_{23}) \end{aligned}\right.$$

据此可推出两者的关系



Y-Δ 等效变换



$$r_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

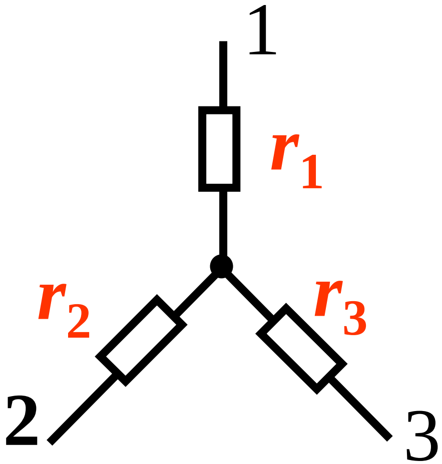
$$r_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

$$r_3 = \frac{R_{23}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}$$

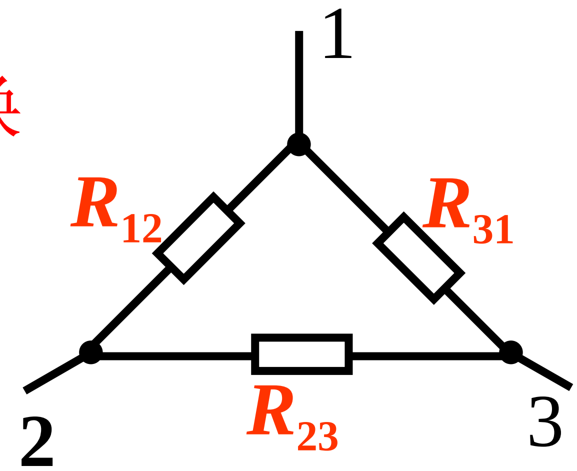
$$R_{12} = r_1 + r_2 + \frac{r_1 r_2}{r_3}$$

$$R_{23} = r_2 + r_3 + \frac{r_2 r_3}{r_1}$$

$$R_{31} = r_3 + r_1 + \frac{r_3 r_1}{r_2}$$



Y-Δ 等效变换



当 $r_1 = r_2 = r_3 = r$， $R_{12} = R_{23} = R_{31} = R$ 时：

$$\boxed{r = \frac{1}{3} R}$$

电路分析方法小结

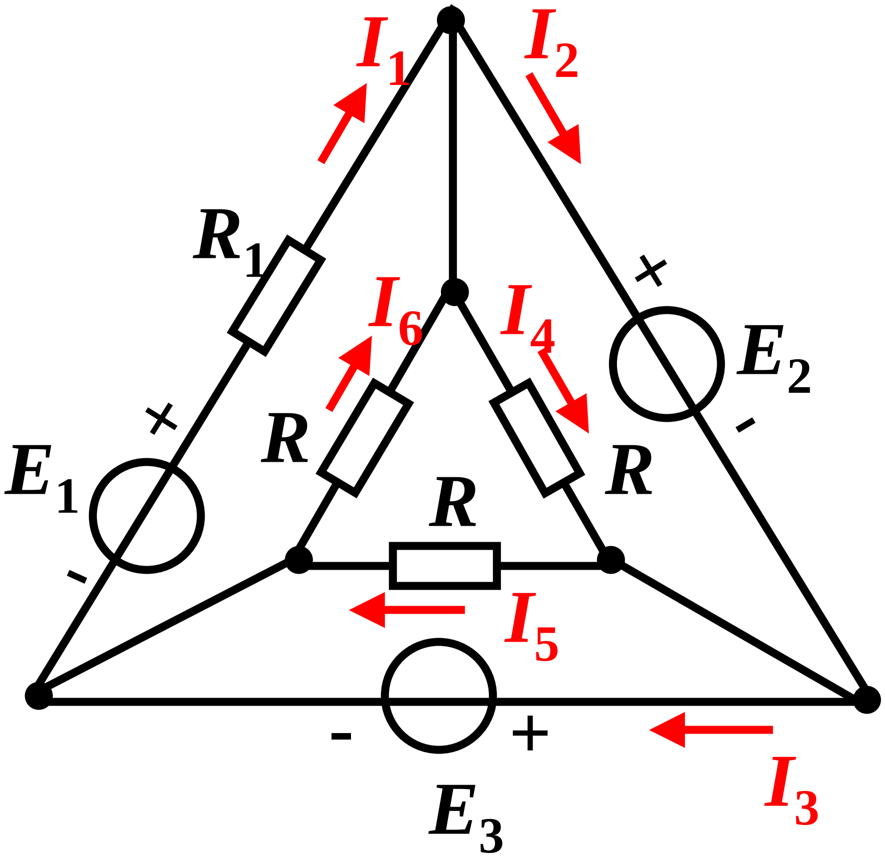
电路分析方法共讲了以下几种：

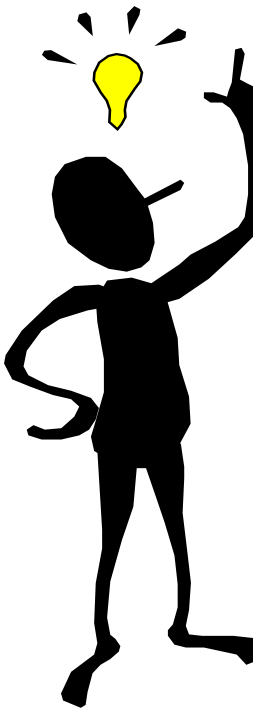
- 两种电源等效互换
- 支路电流法
- 节点电位法
- 迭加原理
- 等效电源定理
  - 戴维南定理
  - 诺顿定理

总结

每种方法各有什么特点？适用于什么情况？

例 以下电路欲求各电流，用什么方法求解最方便？





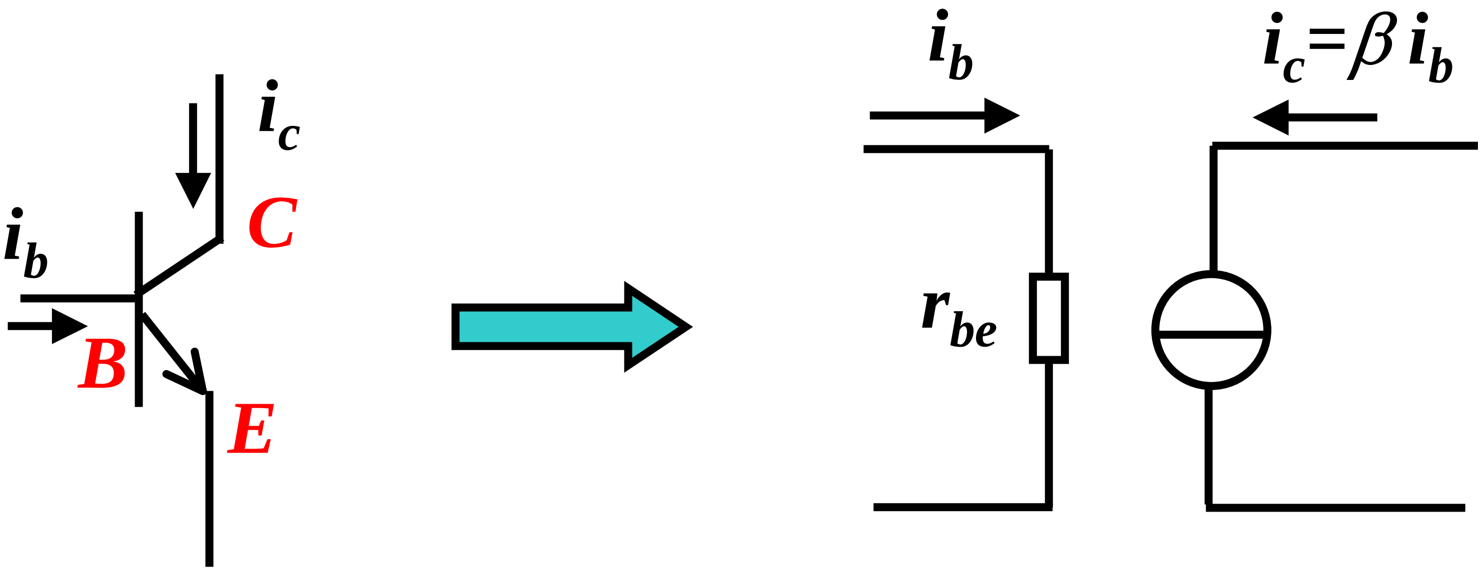
提示：直接用克氏定律比较方便。

$$I_4 \rightarrow I_5 \rightarrow I_1 \rightarrow I_6 \rightarrow I_2 \rightarrow I_3$$

§2.3 受控源电路的分析

- 电源
  - 独立源
    - 电压源
    - 电流源
  - 非独立源（受控源）

受控源举例



独立源和非独立源的异同

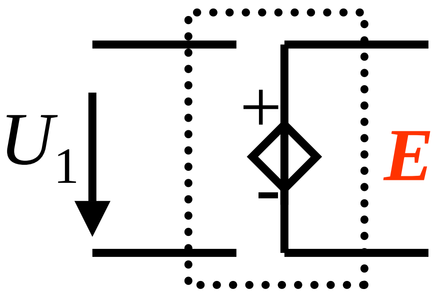
相同点： 两者性质都属电源，均可向电路提供电压或电流。

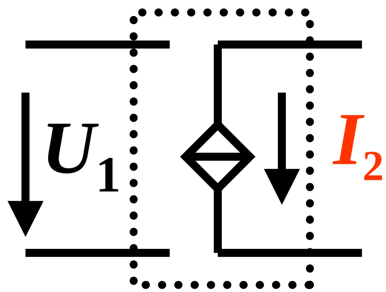
不同点： 独立电源的电动势或电流是由非电能量提供的，其大小、方向和电路中的电压、电流无关；

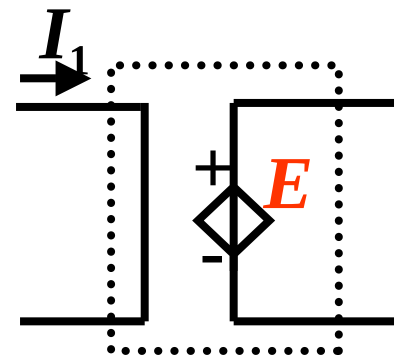
受控源的电动势或输出电流，受电路中某个电压或电流的控制。它不能独立存在，其大小、方向由控制量决定。

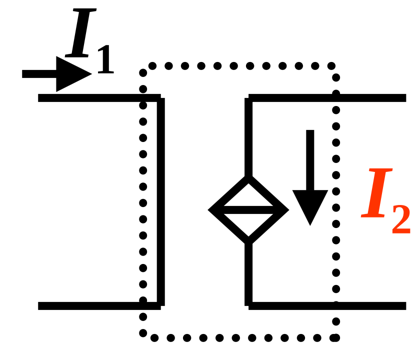
受控源分类

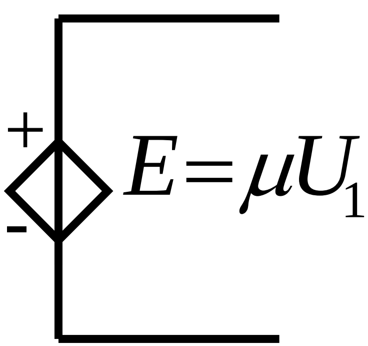
压控电压源	压控电流源	流控电压源	流控电流源
$\boxed{E=\mu U_1}$	$\boxed{I_2=g\,U_1}$	$\boxed{E=r\,I_1}$	$\boxed{I_2=\beta\,I_1}$

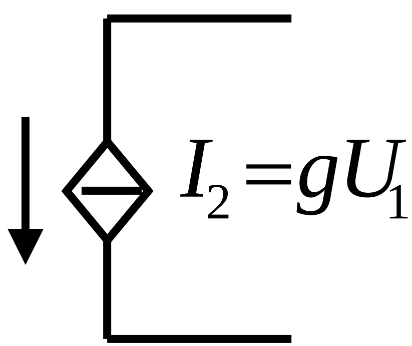


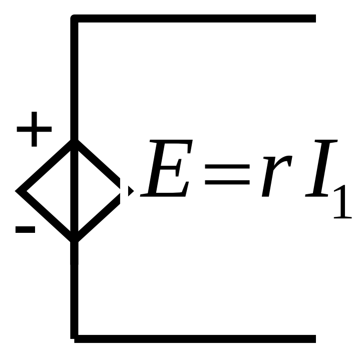


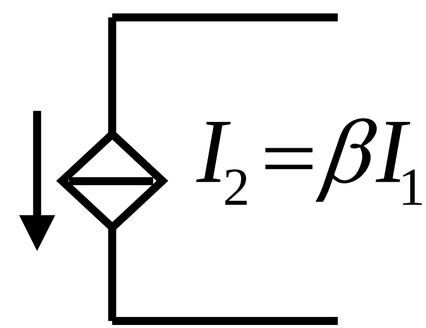












受控源电路的分析计算

一般原则：

电路的基本定理和各种分析计算方法仍可使用，只是在列方程时必须增加一个受控源关系式。

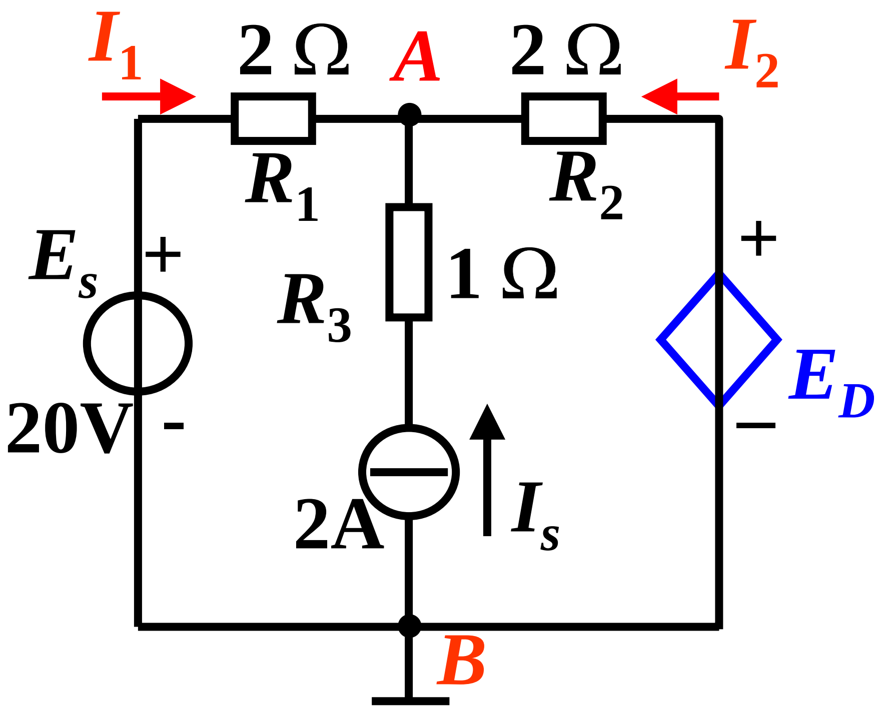
例

电路参数如图所示

$E_D = 0.4\, U_{AB}$

求：I_1、I_2

解：根据节点电位法

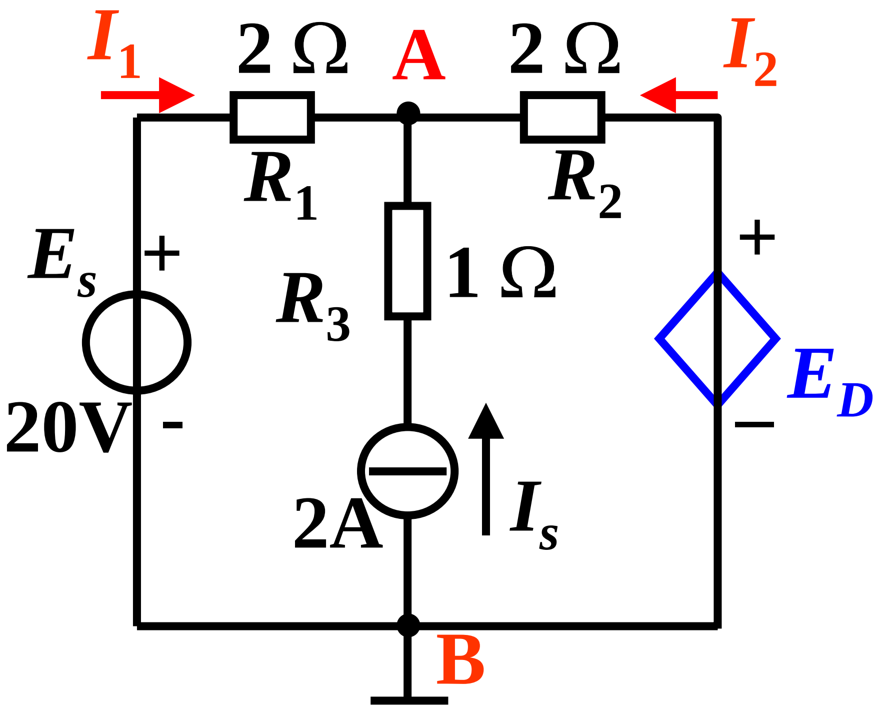


设 $V_B = 0$

则：
$$\begin{cases} V_A\left(\dfrac{1}{R_1}+\dfrac{1}{R_2}\right)=\dfrac{E_S}{R_1}+I_S+\dfrac{E_D}{R_2} \\ E_D = 0.4V_A \end{cases}$$

$$V_A\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right)=\frac{E_S}{R_1}+I_S+\frac{E_D}{R_2}$$

$$E_D = 0.4V_A$$



解得： $V_A = 15\text{V}$

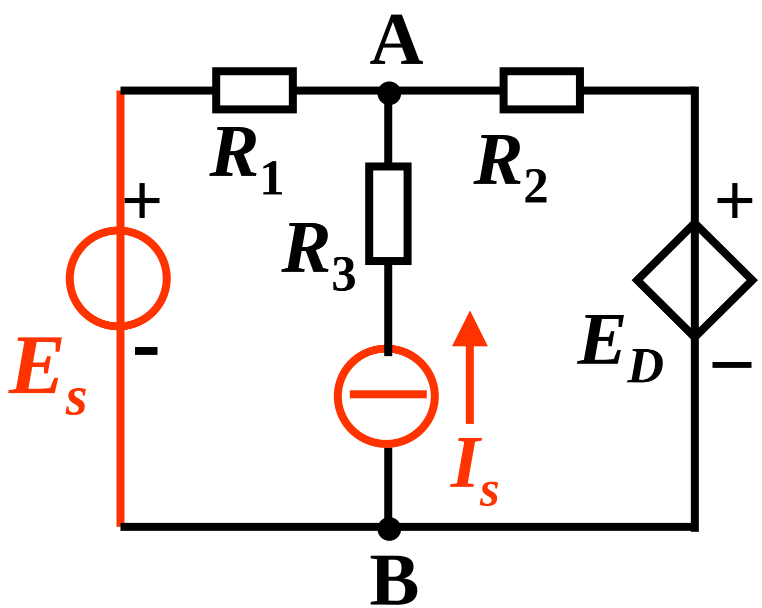
$$I_1 = \frac{20-15}{2} = 2.5\text{A}$$

$$I_2 = -I_1 - I_S = -2.5 - 2 = -4.5\text{A}$$

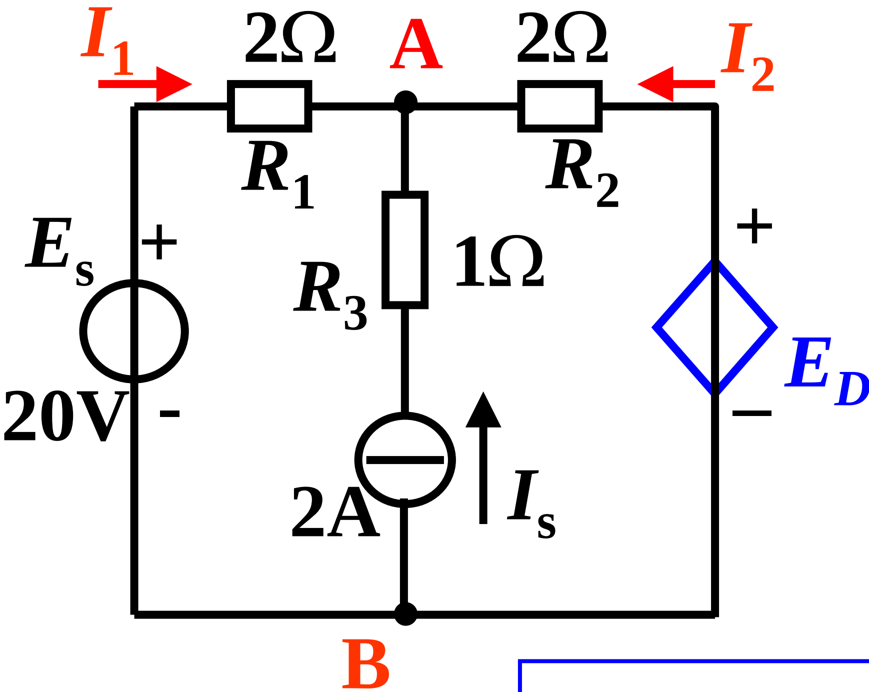
受控源电路分析计算- 要点（1）

在用迭加原理求解受控源电路时，只应分别考虑独立源的作用；而受控源仅作一般电路参数处理。

例

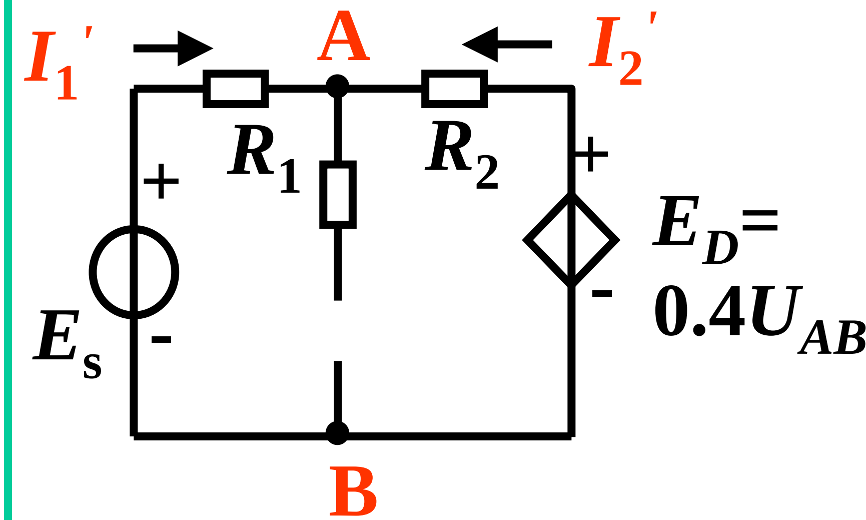


$$E_D = 0.4U_{AB}$$

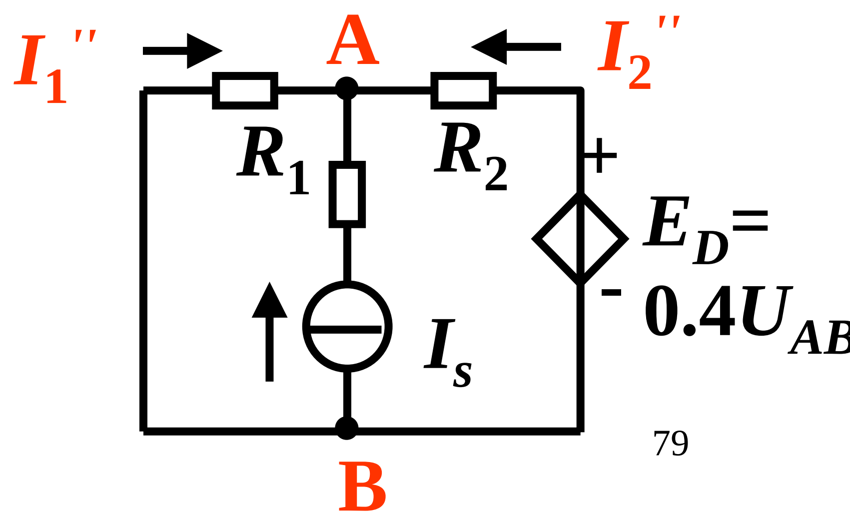


$$E_D = 0.4U_{AB}$$

(1) E_s 单独作用



(2) I_s 单独作用

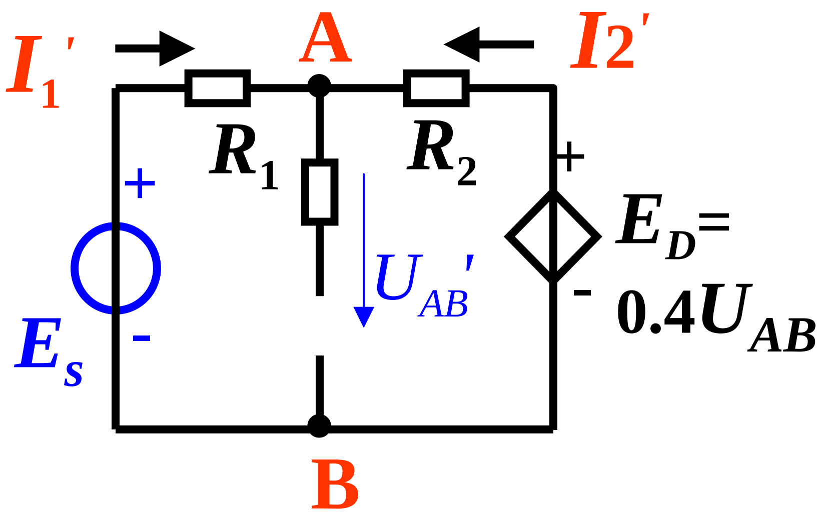


根据迭加定理

$$I_1 = I_1' + I_1''$$

$$I_2 = I_2' + I_2''$$

(1) E_s 单独作用



$$U_{AB}' = E_S - R_1 I_1'$$

$$U_{AB}' = 0.4U_{AB}' - R_2 I_2'$$

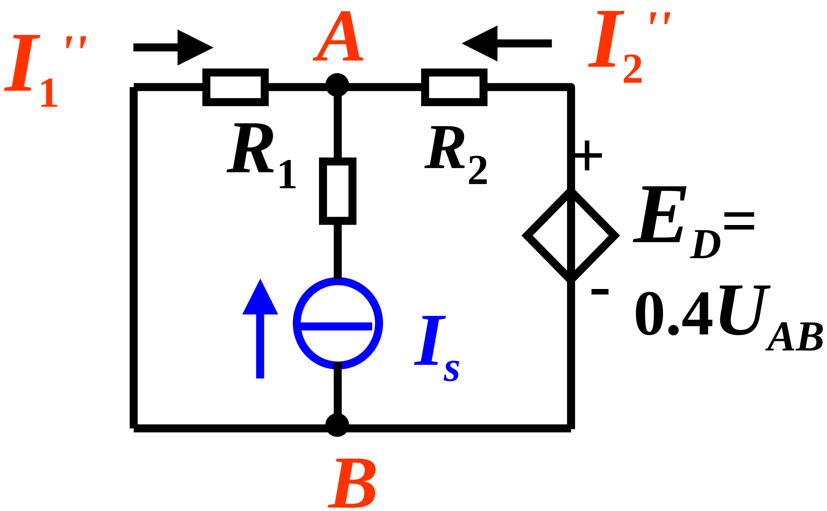
代入数据得:

$$\begin{cases} U_{AB}' = 20 - 2I_1' \\ 0.6U_{AB}' = -2I_2' \\ I_1' = -I_2' \end{cases}$$

解得

$$\boxed{\begin{array}{l} U_{AB}' = 12.5\text{V} \\ I_1' = -I_2' = 3.75\text{A} \end{array}}$$

（2）I_s 单独作用



节点电位法：

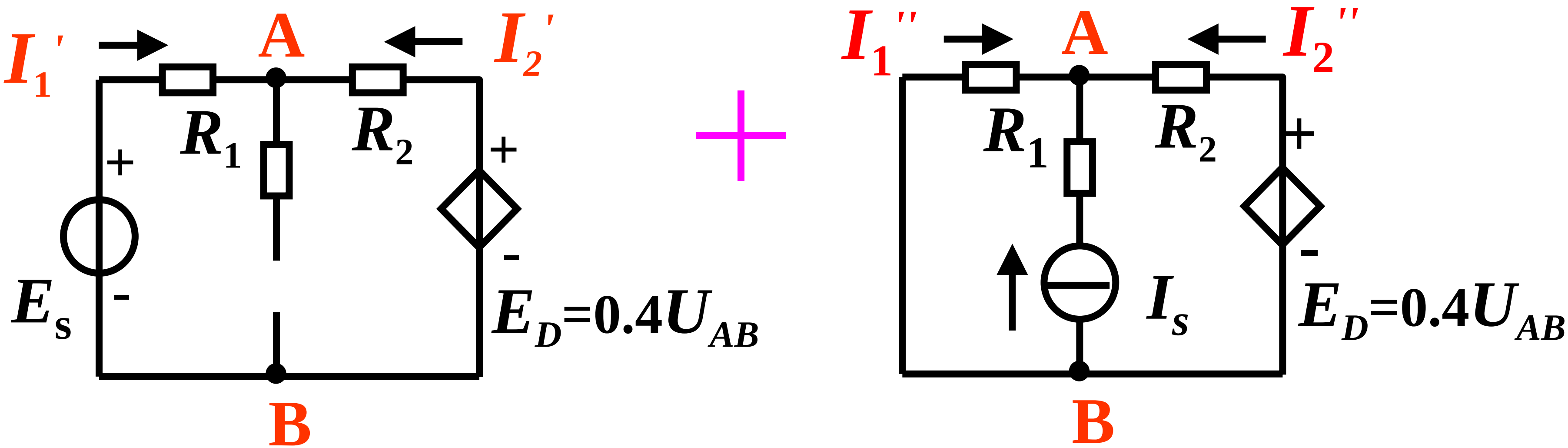
$$V_A''\left[\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right]=\frac{E_D}{R_2}+I_S$$

$$V_A''\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)=\frac{0.4\,V_A}{2}+2$$

$$U_{AB}''=2.5\ \text{V}$$

$$\therefore\ \begin{cases} I_1''=\dfrac{-2.5}{2}=-1.25\text{A} \\ I_2''=\dfrac{0.4\times2.5-2.5}{2}=-0.75\text{A} \end{cases}$$

（3）最后结果:

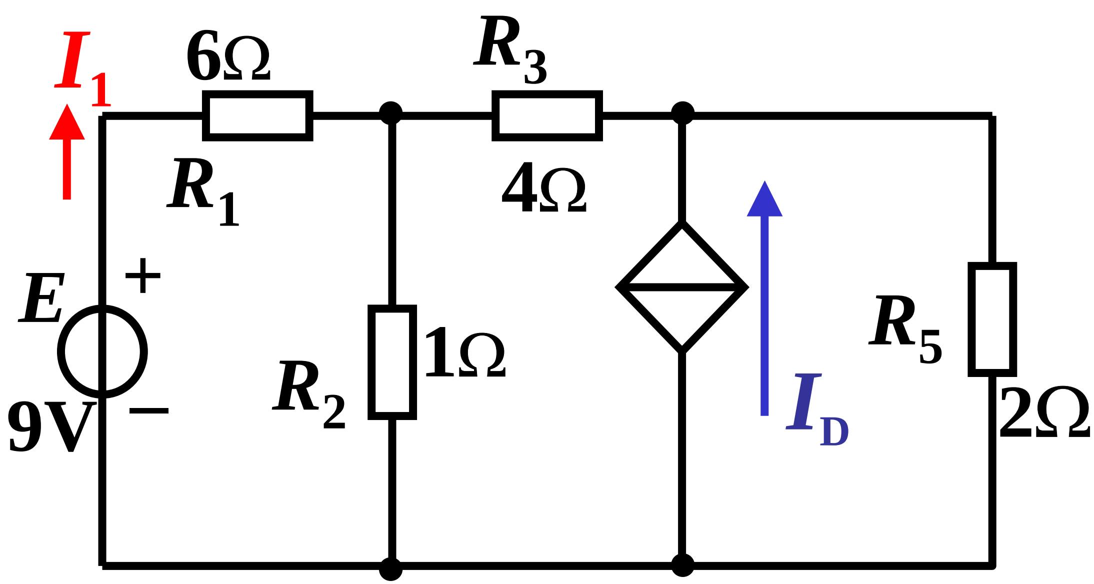


$$I_1 = I_1' + I_1'' = 3.75 - 1.25 = 2.5\text{A}$$

$$I_2 = I_2' + I_2'' = -3.75 - 0.75 = -4.5\text{A}$$

受控源电路分析计算 － 要点（2）

可以用两种电源互换、等效电源定理等方法，简化受控源电路。但简化时注意不能把控制量化简掉。否则会留下一个没有控制量的受控源电路，使电路无法求解。



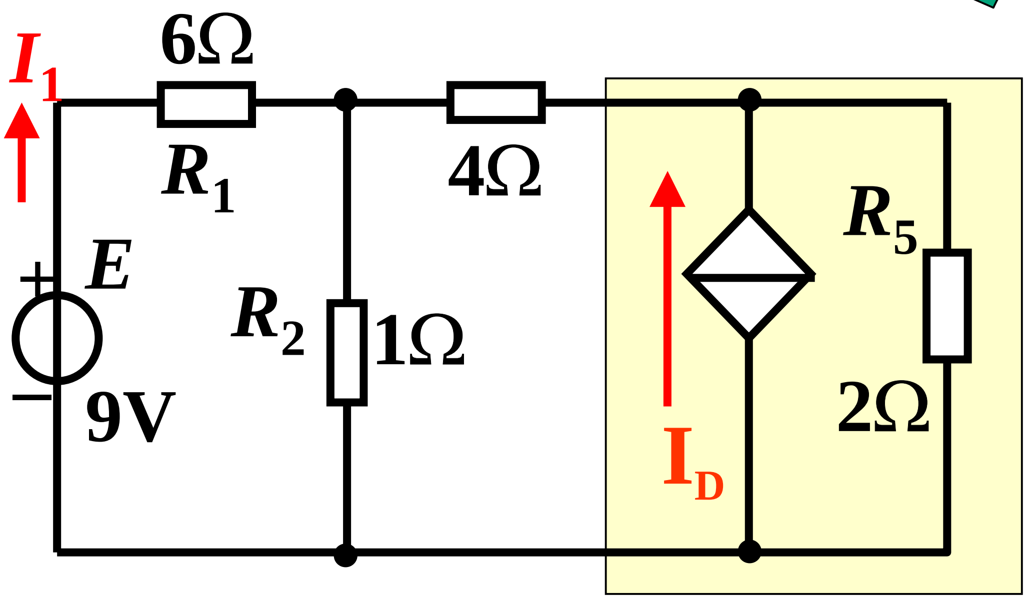
已知：

$$I_D = 0.5 I_1$$

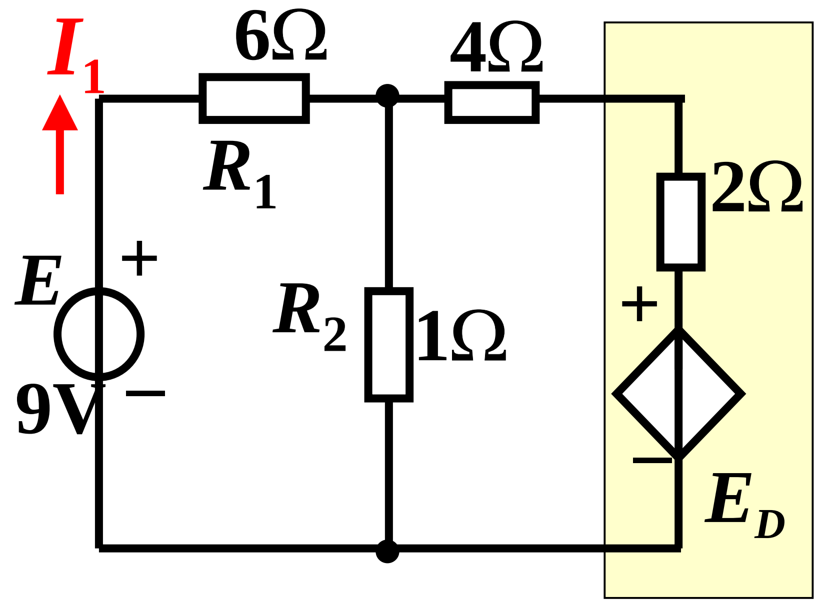
求：I_1

例

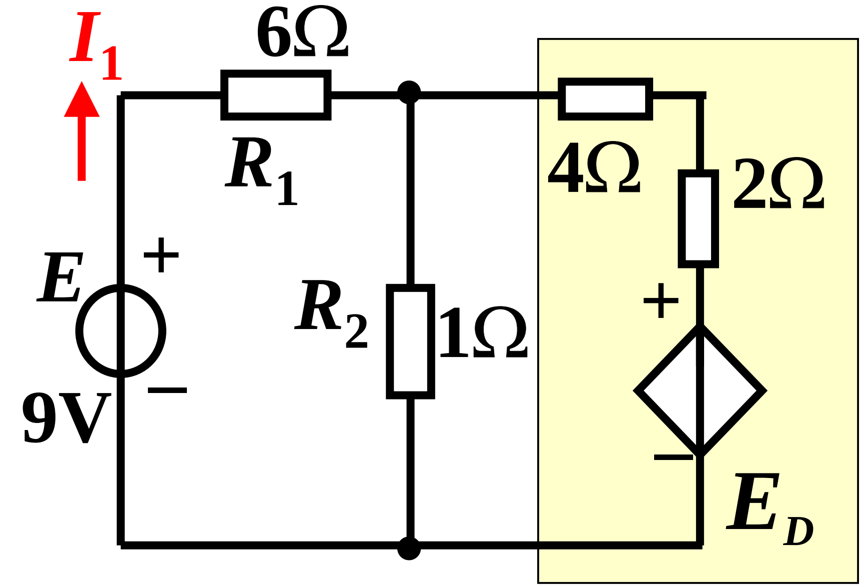
两种电源互换



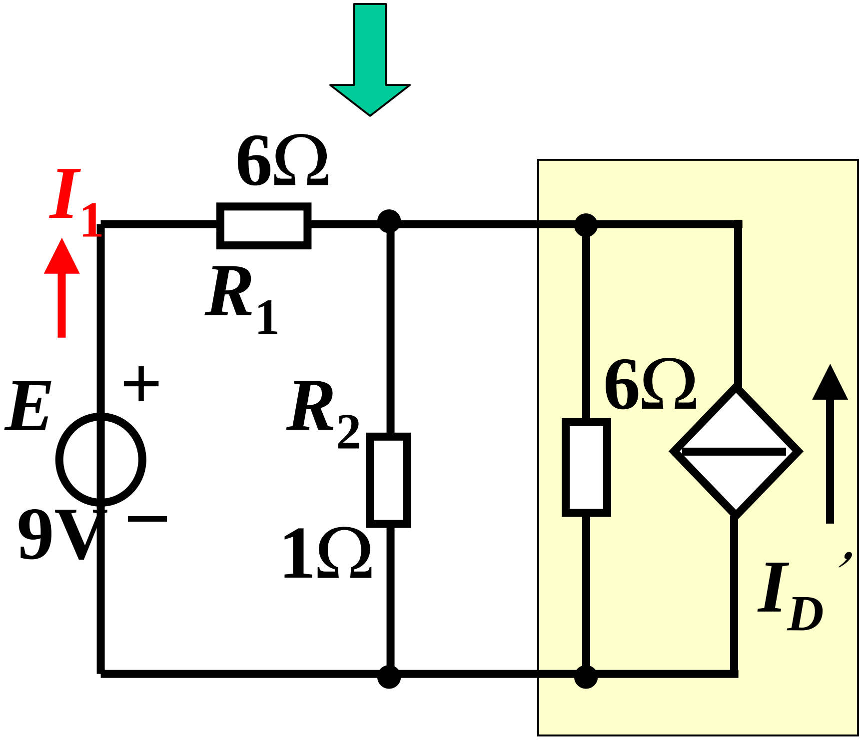
$$I_D = 0.5 I_1$$



$$E_D = 2I_D = I_1 \text{ V}$$

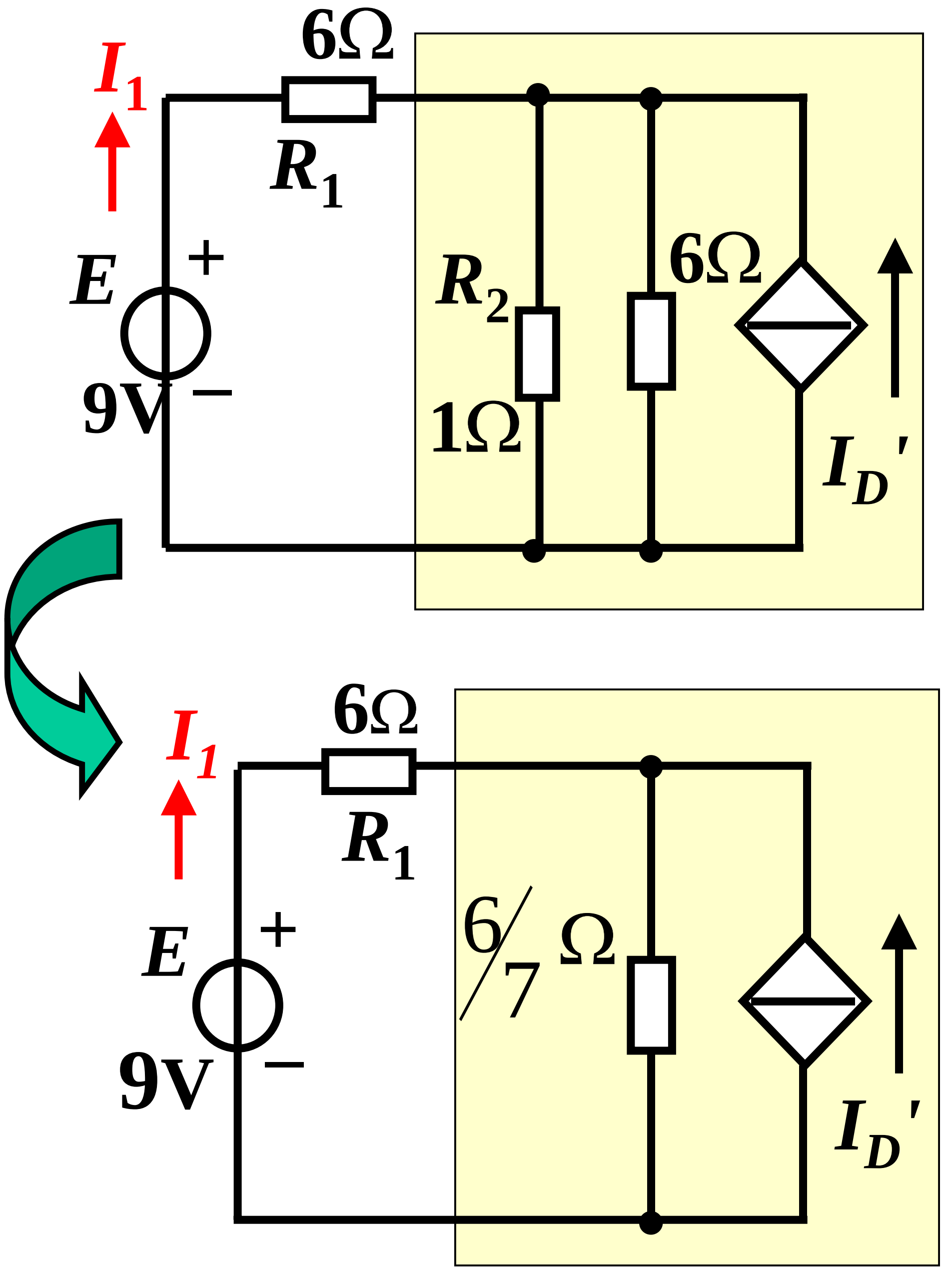


$$E_D = 2I_D = I_1 \ \text{V}$$

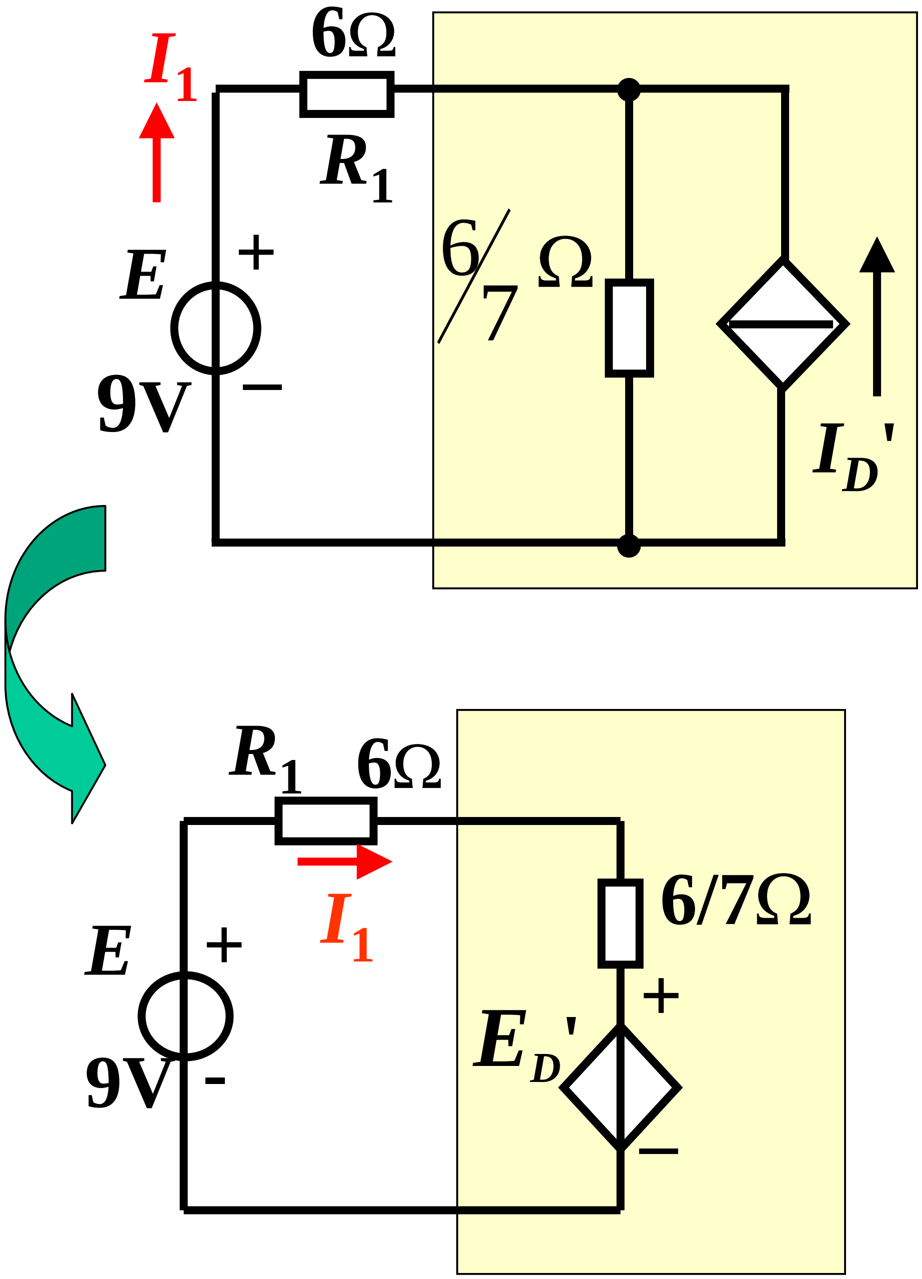


$$I_D' = \frac{E_D}{6}$$

$$= \frac{I_1}{6} \quad \text{A}$$

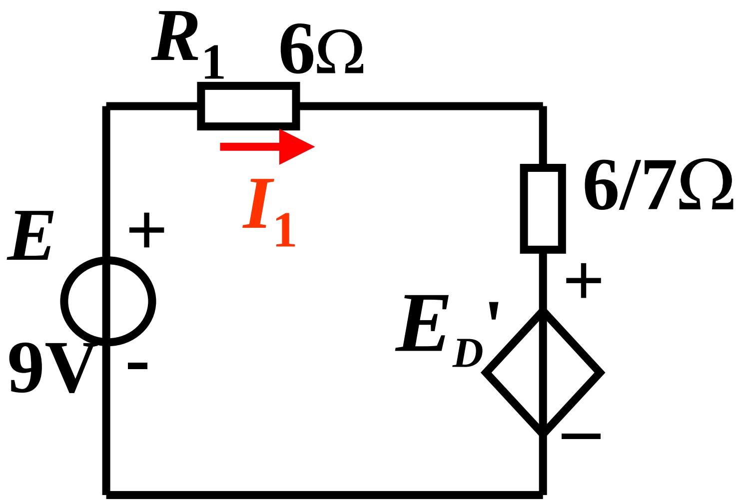


$$\boxed{I_D' = \frac{I_1}{6} \quad \mathrm{A}}$$



$$I_D' = \frac{I_1}{6} \quad \text{A}$$

$$E_D' = \frac{I_1}{7} \quad \text{V}$$



$$\boxed{E_D' = \frac{I_1}{7} \text{ V}}$$

$$\left[\frac{6}{7}+6\right]I_1 + \frac{I_1}{7} = 9$$

$$\therefore \quad \boxed{I_1 = 1.3 \text{ A}}$$

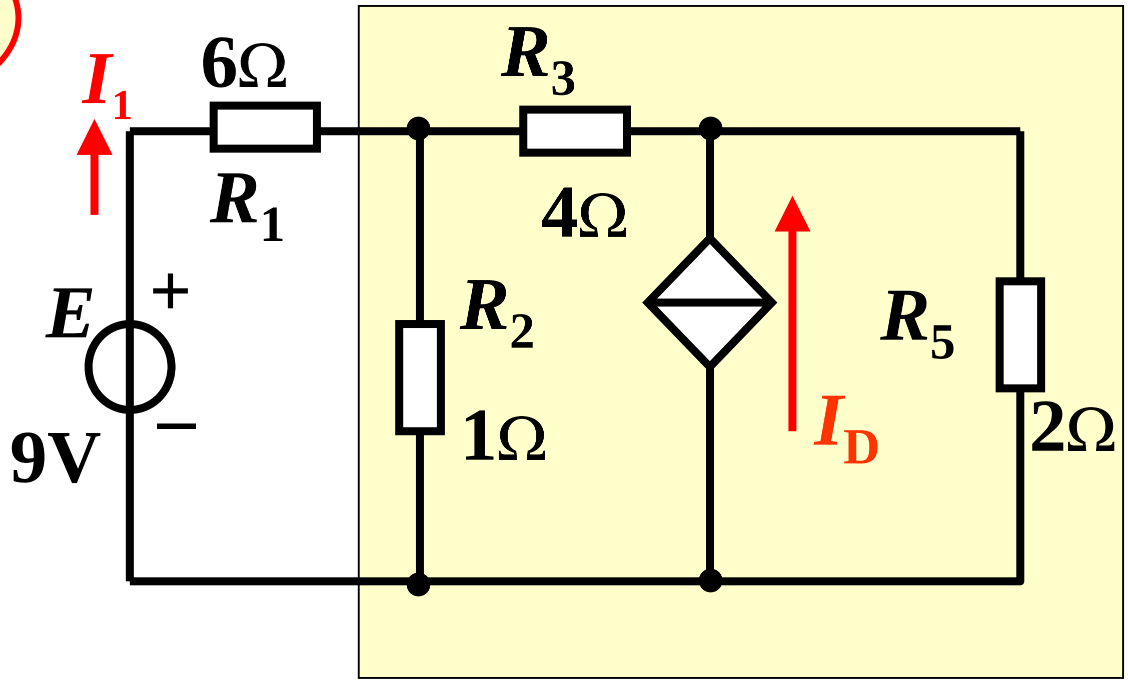
受控源电路分析计算 － 要点 (3)

（**1**）如果二端网络内除了受控源外没有其他独立源，则此二端网络的开端电压必为**0**。因为，只有独立源产生控制作用后，受控源才能表现出电源性质。

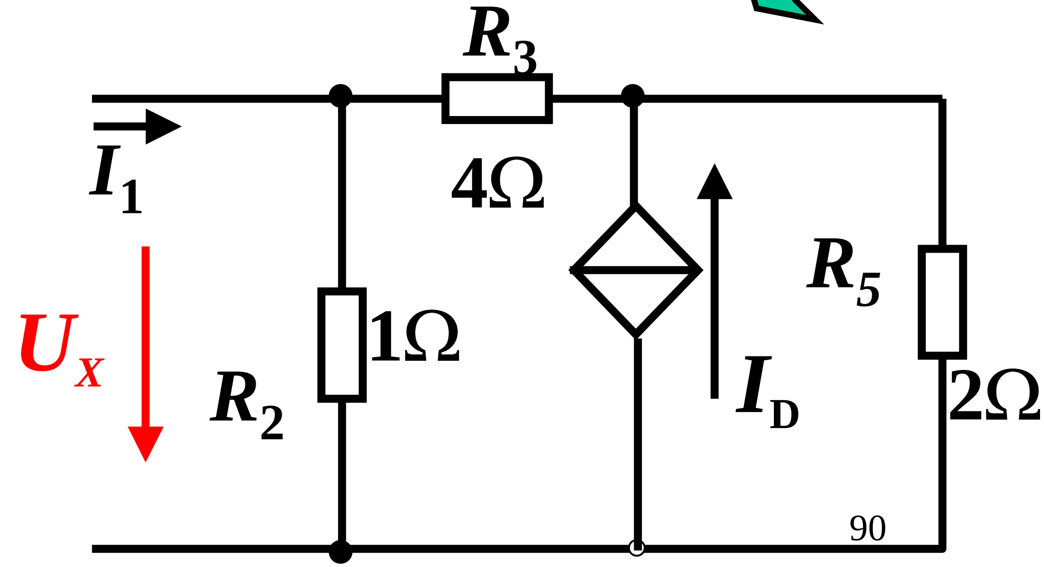
（**2**）求输入电阻时，只能将网络中的独立源去除，受控源应保留。

（**3**）含受控源电路的输入电阻可以用“加压求流法”或“开路、短路法”求解。

例1



$$\boxed{I_D = 0.5I_1}$$



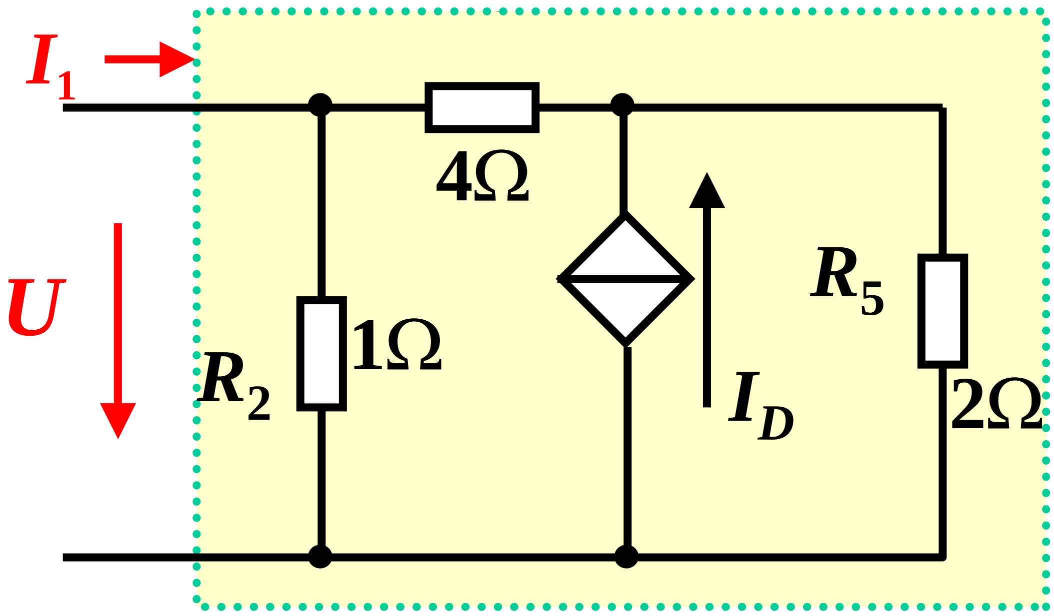
用戴维南定理求I_1

(1) 求开路电压:

$I_1=0 \rightarrow I_D=0$

$$\boxed{U_x = 0}$$

(2) 求输入电阻： 加压求流法



$$I_D = 0 \cdot 5 I_1$$

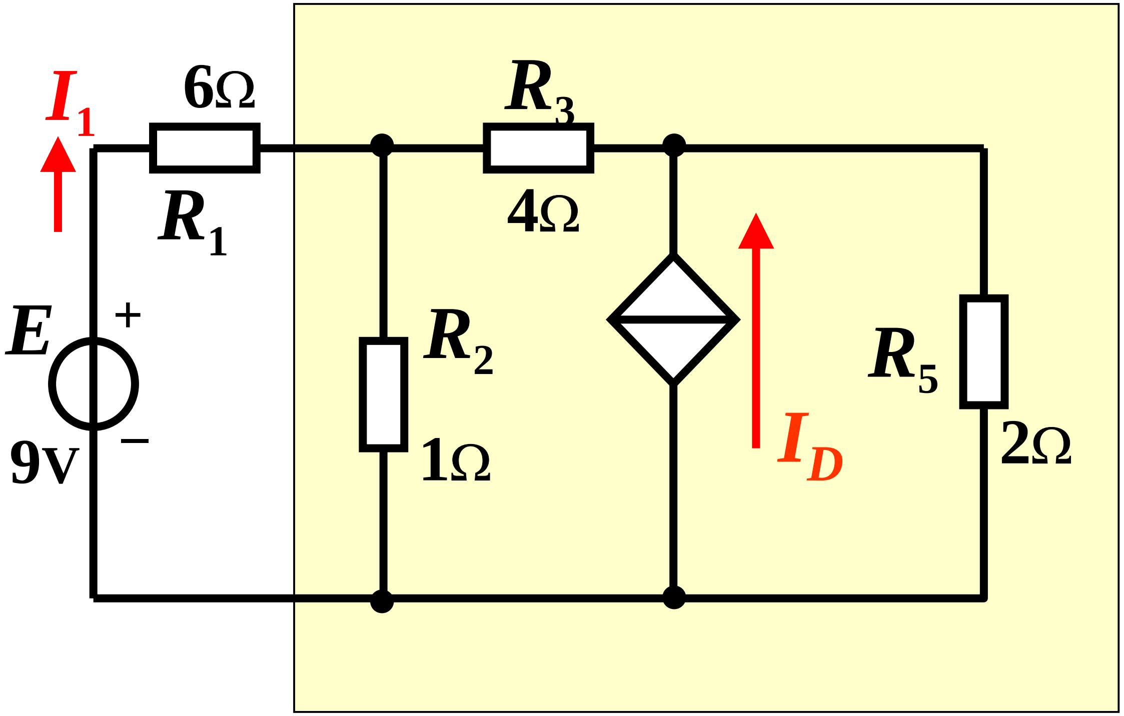
$$U = \left(I_1 - \frac{U}{1}\right) \cdot 4 + \left[\left(I_1 - \frac{U}{1}\right) + \frac{I_1}{2}\right] \cdot 2$$

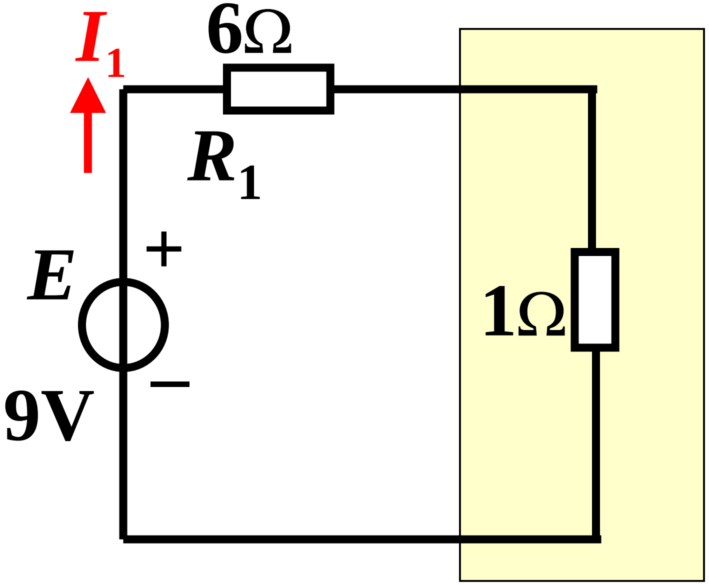
$$U = 4I_1 - 4U + 3I_1 - 2U$$

$$U = I_1$$

$\therefore$ $$\boxed{R_0 = \frac{U}{I_1} = 1\Omega}$$

(3)最后结果

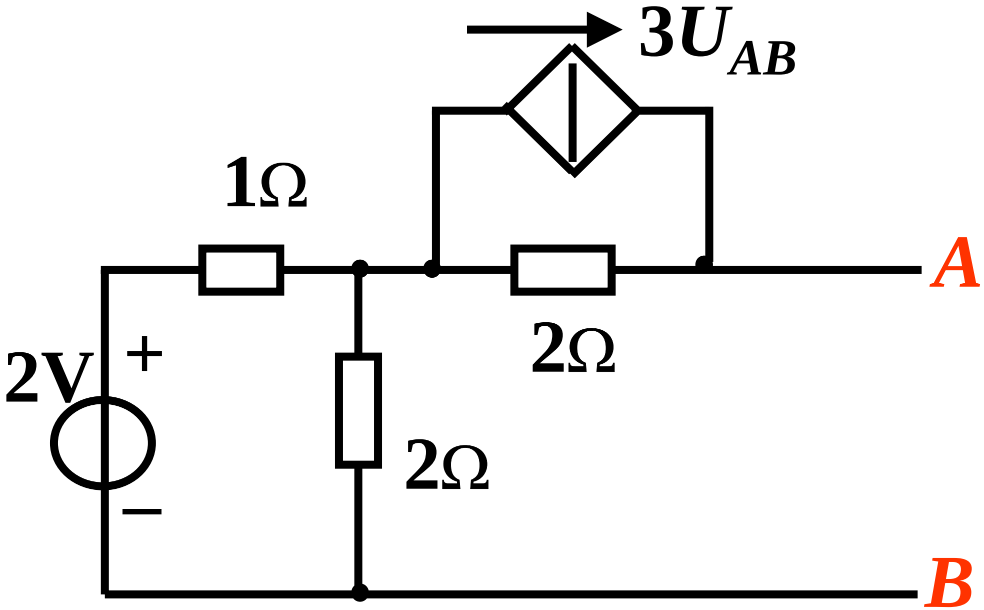


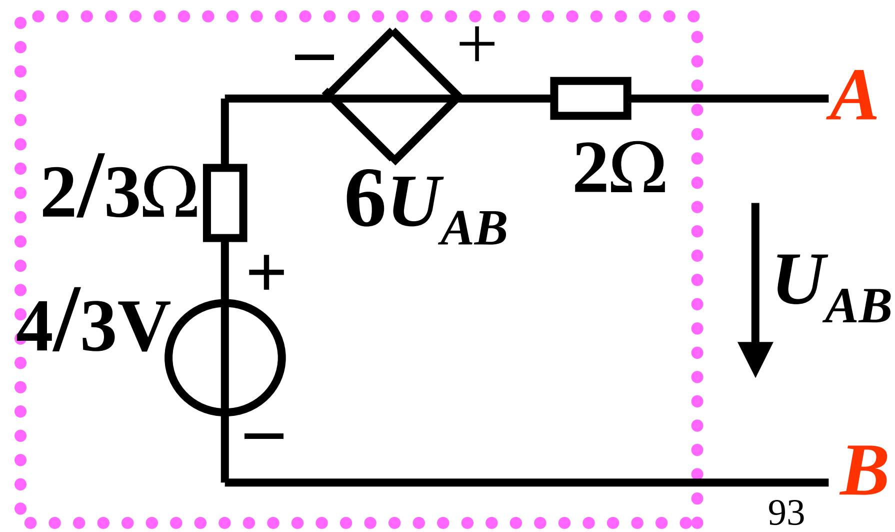


$$I_1 = \frac{9}{6+1} = 1.3A$$

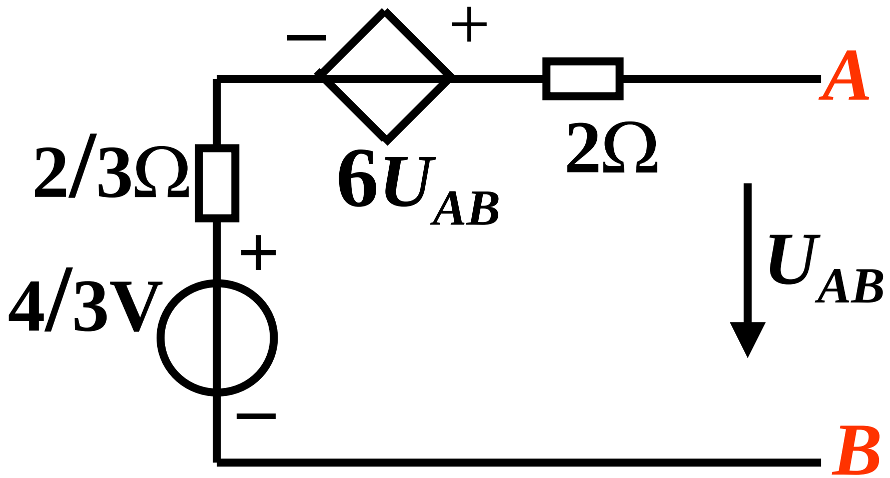
例2

求戴维南等效电路





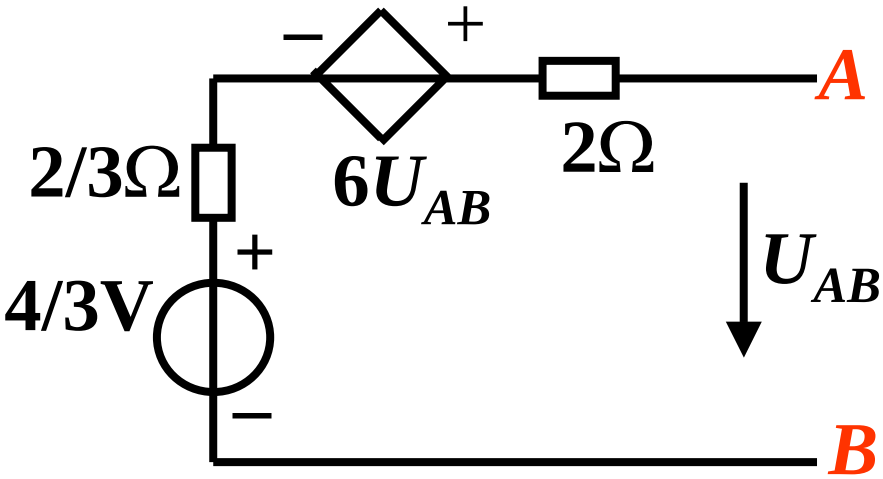
(1) 求开路电压U_{AB}：



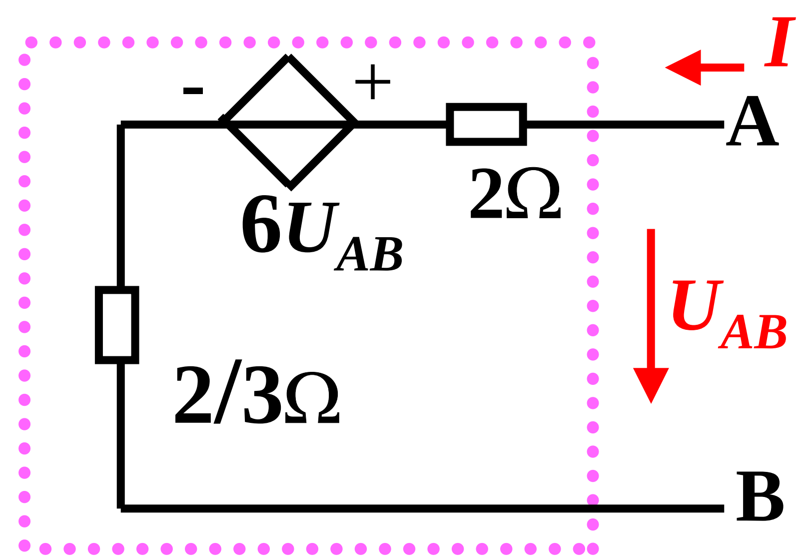
$$U_{AB} = \frac{4}{3} + 6U_{AB}$$

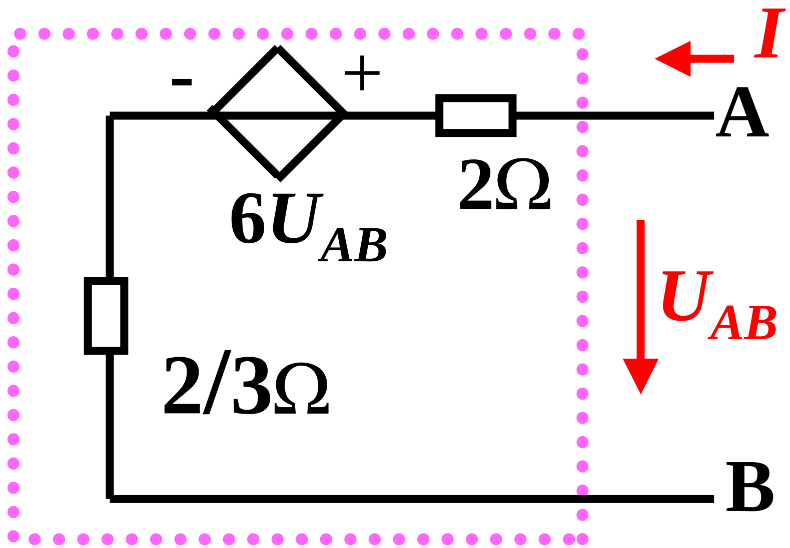
$$\boxed{U_{AB} = -\frac{4}{15}\ \text{V}}$$

(2) 求输入电阻R_d



去掉独立源
加压求流





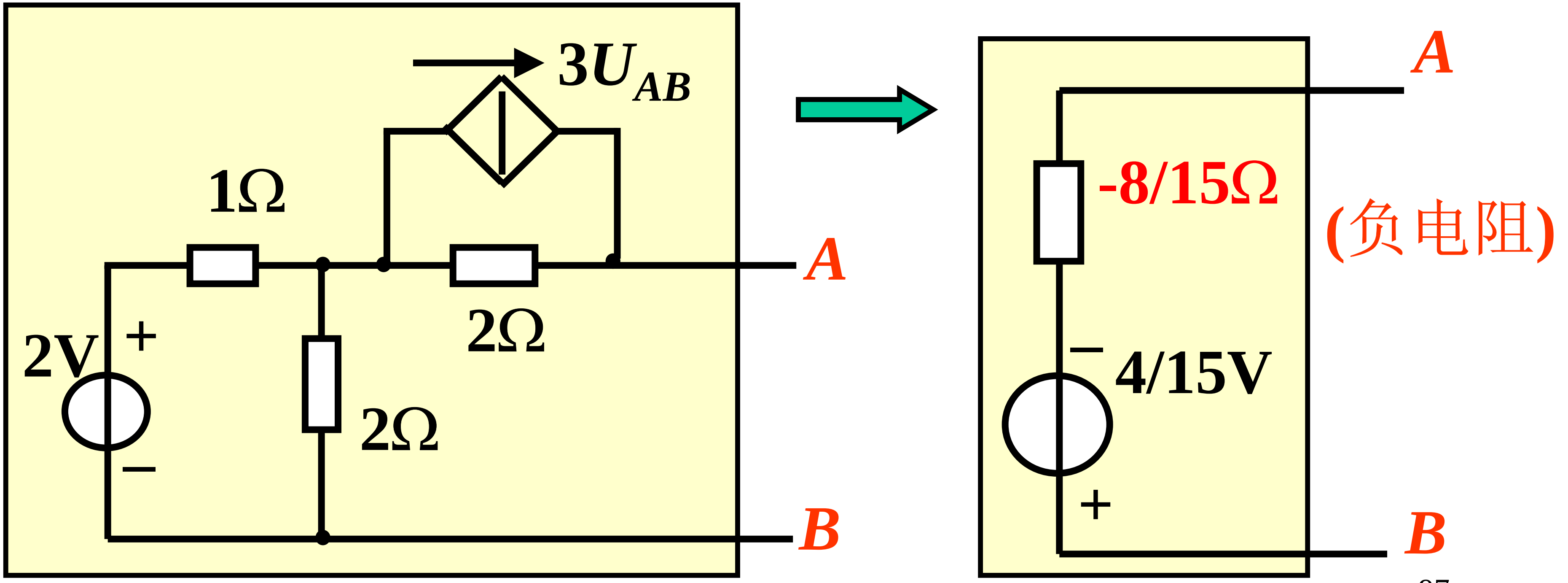
$$U_{AB} = 6U_{AB} + \left(2 + \frac{2}{3}\right) I$$

$$5U_{AB} = -\frac{8}{3} I$$

$$\boxed{R_0 = \frac{U_{AB}}{I} = -\frac{8}{15}\Omega}$$

(3) 求等效电路

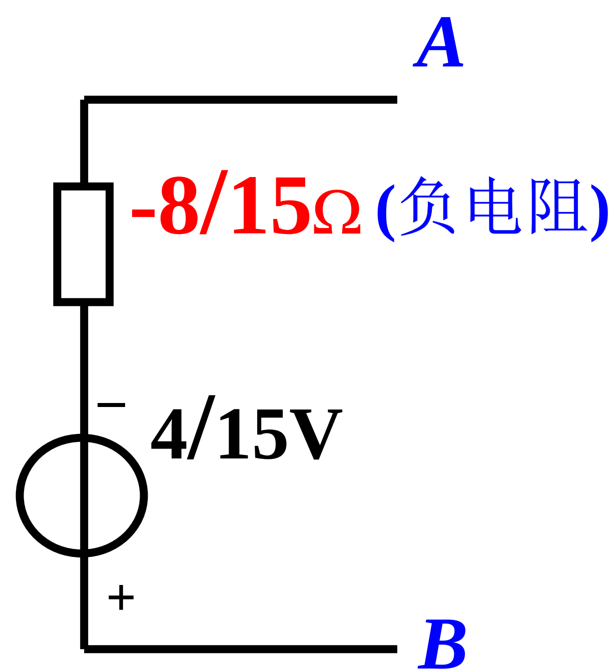
$$\begin{cases} U_{AB} = -\dfrac{4}{15}\text{V} \\ R_0 = \dfrac{U_{AB}}{I} = -\dfrac{8}{15}\Omega \end{cases}$$



受控源电路分析计算 － 要点（4）

含受控源的二端网络的输入电阻可能出现负值。具有负值的电阻只是一种电路模型。

如上例



§ 2.4 非线性电阻电路的分析

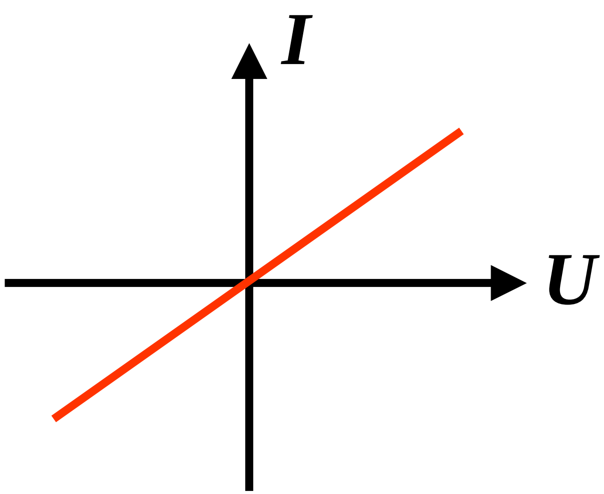
静态电阻
动态电阻

静态分析——图解法
动态分析——微变等效电路法

线性电阻的描述

线性电阻：

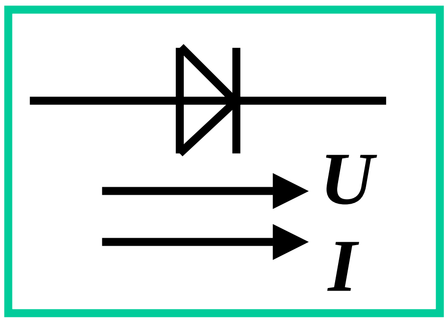
电阻两端的电压与通过的电流成正比；或电阻值不随电压/电流的变化而变化。

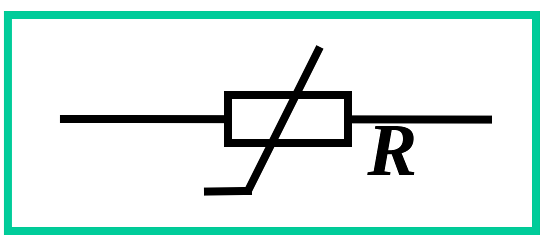


$$\boxed{\frac{U}{I}=R}$$ （常数）

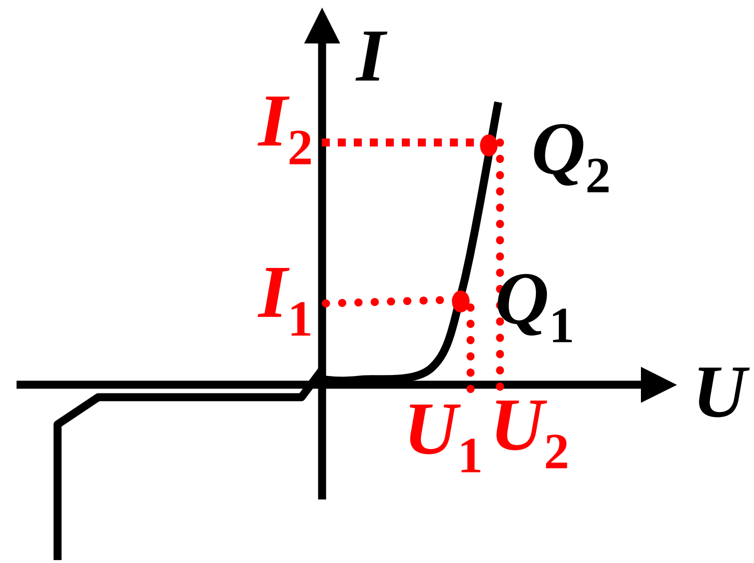
非线性电阻的描述

非线性电阻：　电阻值随电压、电流的变化而变化。





非线性特性



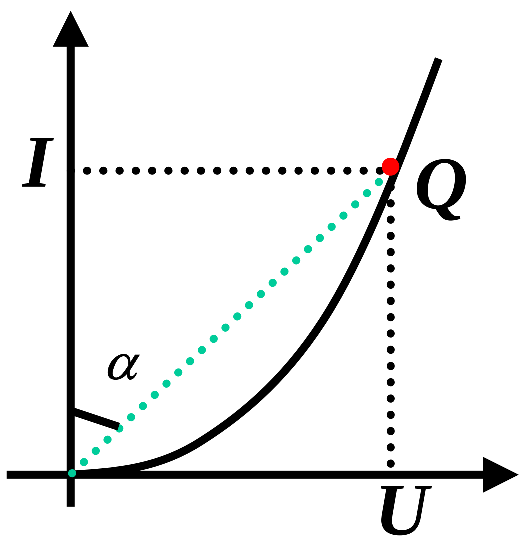
工作点不同
电阻不一样

$$\begin{cases} Q_1: \quad R_1 = U_1 / I_1 \\ Q_2: \quad R_2 = U_2 / I_2 \end{cases}$$

非线性电阻电路的分析

静态电阻

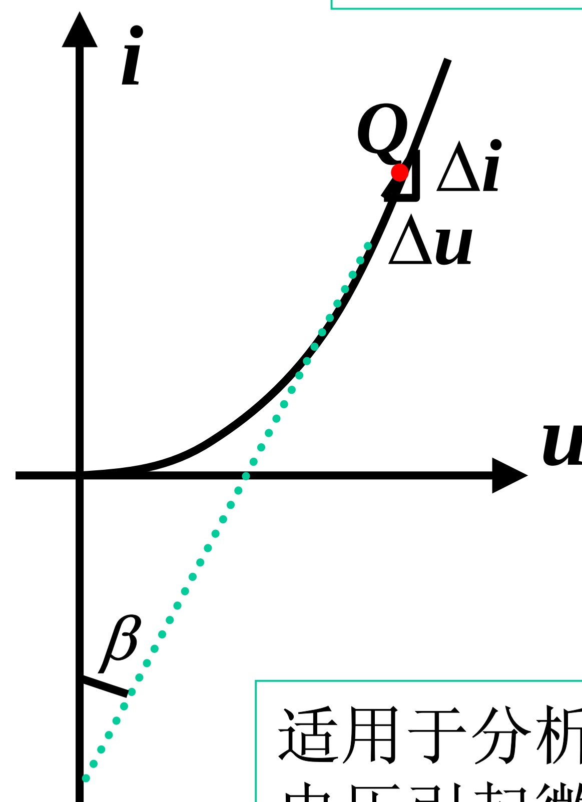
$$R=\frac{U}{I}=tg\alpha$$



适用于外加固定电压的情况

动态电阻

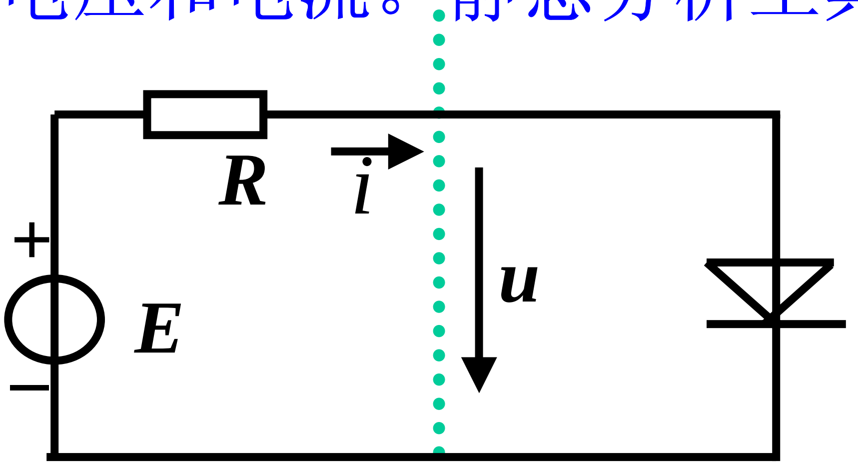
$$r=\frac{\Delta u}{\Delta i}=tg\beta$$



适用于分析微变电压引起微变电流的情况

非线性电阻电路的分析 – 静态分析

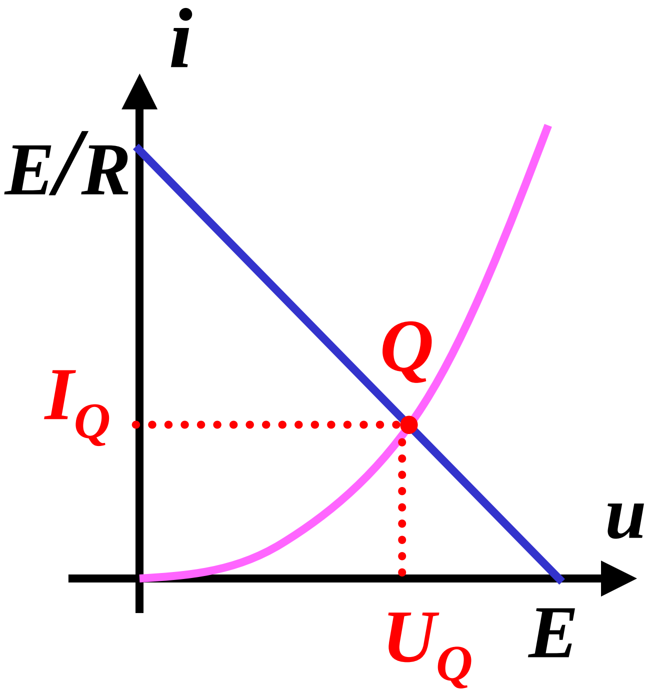
静态分析内容：电路加上恒定直流电压时，求各处的电压和电流。静态分析工具：图解法



线性部分　　非线性部分

$$u=E-iR$$

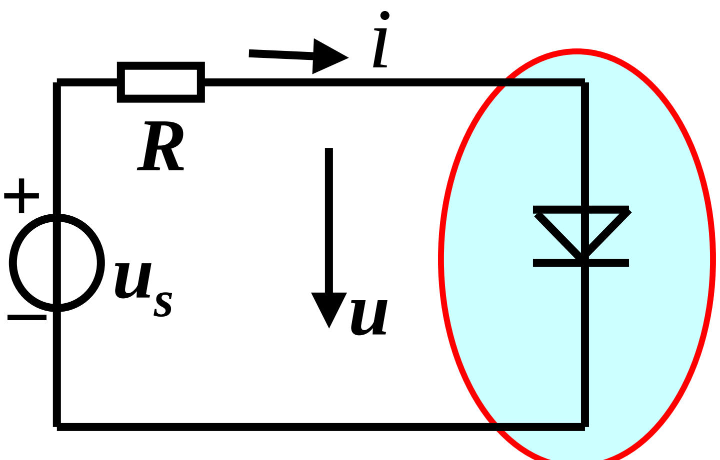
$$i=f(u)$$

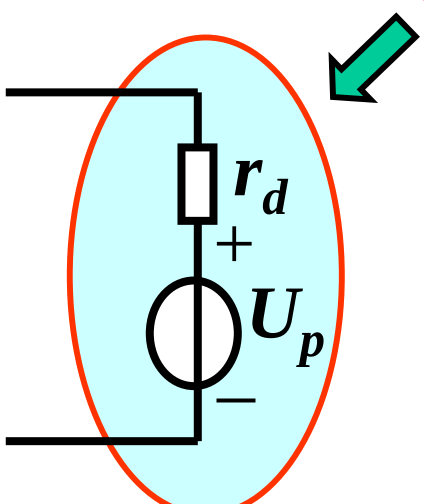


非线性电阻电路的分析–动态分析

- 动态分析内容：关注变化量　ΔU_S、ΔI_Q、ΔU_Q
- 动态分析工具：微变等效电路

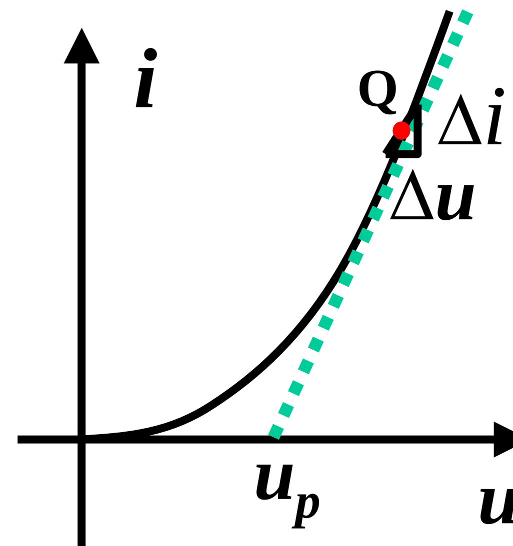
$\begin{cases}\text{微变：微小变化} \\ \text{等效：线性代替非线性}\end{cases}$

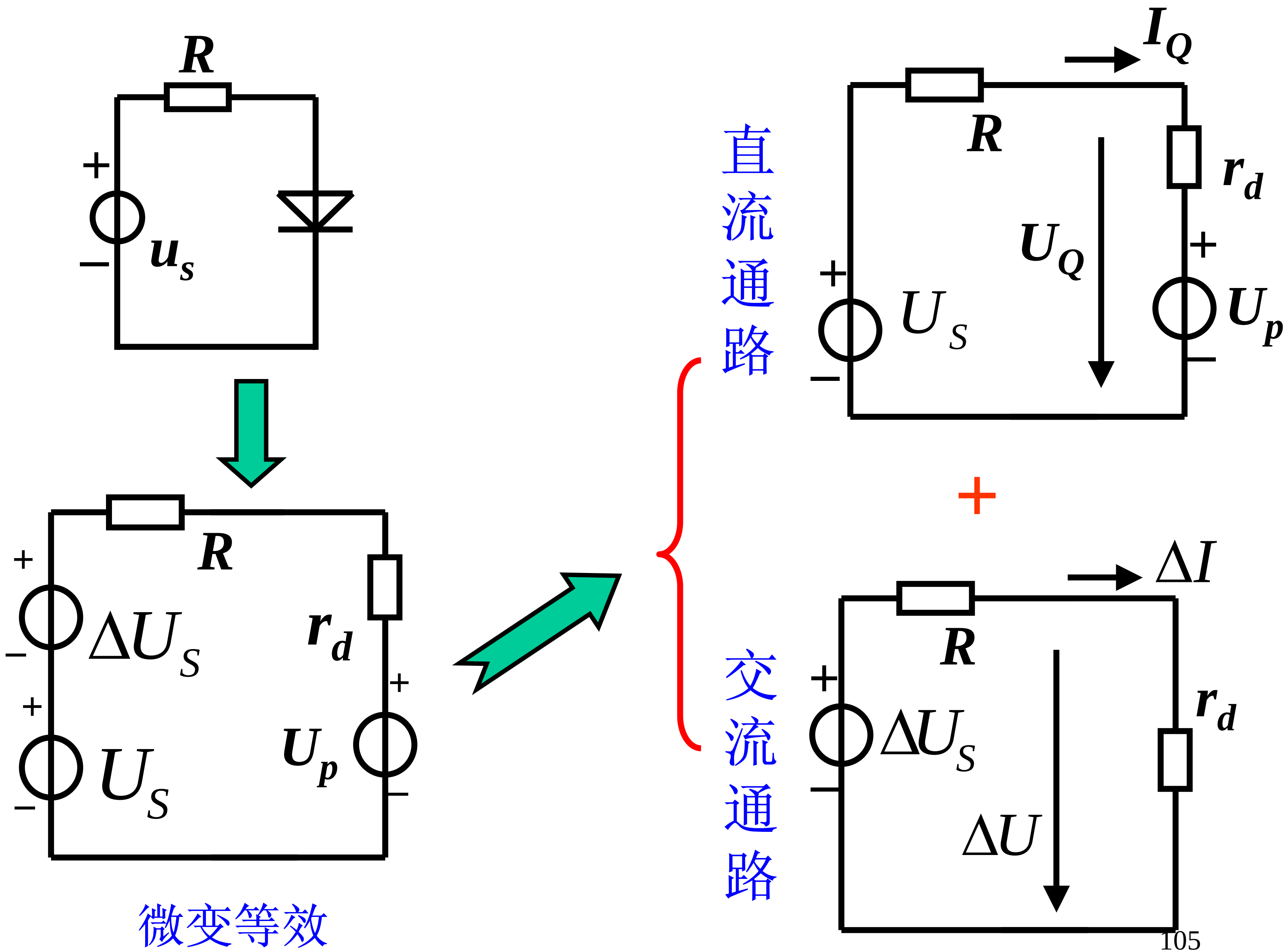


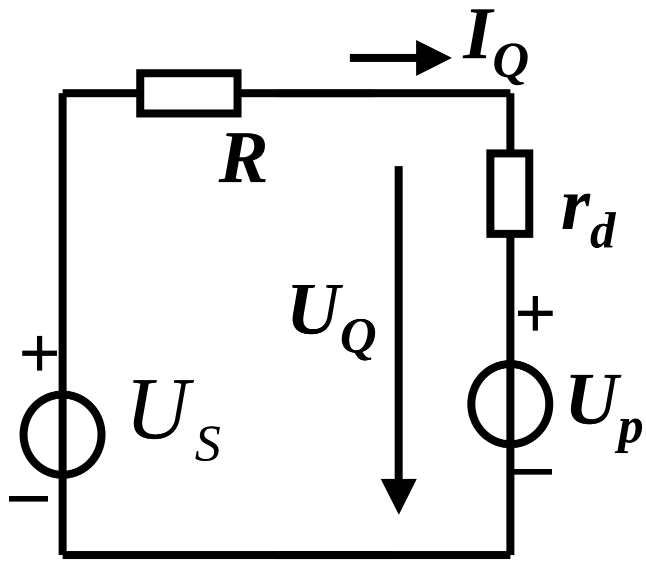


在Q点附近的电路模型

$$r_d = \frac{\Delta u}{\Delta i}$$

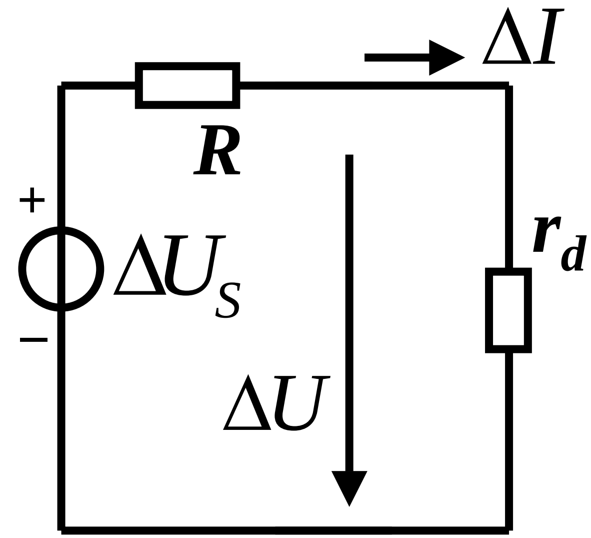



R
+
u_s
−
R
+
ΔU_S
−
+
U_S
−
r_d
+
U_p
−
微变等效
直流通路
I_Q
R
r_d
+
U_S
−
U_Q
+
U_p
−
+
交流通路
ΔI
R
+
ΔU_S
−
r_d
ΔU



直流通路:

$$I_Q = \frac{U_S - U_P}{R + r_d}$$

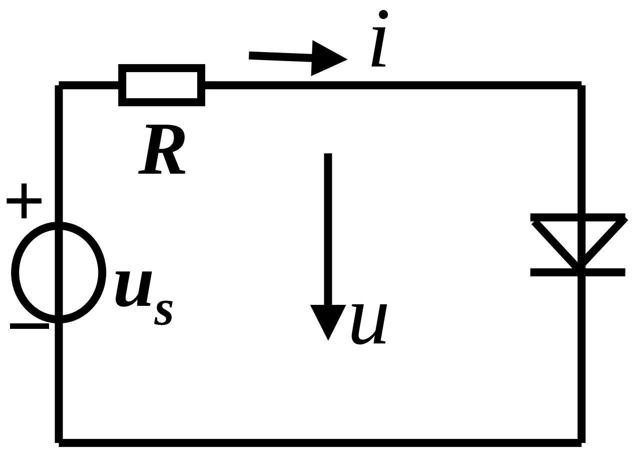


交流通路:

$$\Delta I = \frac{\Delta U_S}{R + r_d}$$

$$\Delta U = \Delta I \cdot r_d = \frac{r_d}{R + r_d} \cdot \Delta U_S$$

最后结果



$$I_Q = \frac{U_S - U_P}{R + r_d}$$

$$\Delta I = \frac{\Delta U_S}{R + r_d}$$

$$\boxed{i = I_Q + \Delta I}$$

第二章

结 束