研究论文

一类不匹配不确定动态系统的鲁棒执行器故障检测与重构

赵　瑾[1]，申忠宇[1]，顾幸生[2]
([1] 南京师范大学电气与自动化工程学院，江苏 南京 210042；[2] 华东理工大学信息科学与工程学院，上海 200237)

摘要：针对一类不匹配不确定性动态系统，将不匹配不确定性的滑模控制方法与线性矩阵不等式（LMI）方法结合，设计一种新的鲁棒滑模观测器，提出了不匹配不确定动态系统滑模观测器稳定的充分必要条件以及 LMI 的存在定理，并证明了对系统不确定性以及外界干扰具有鲁棒性。无须对动态系统进行规范化处理，直接利用 LMI 方法求解鲁棒观测器增益矩阵，简化了滑模观测器设计过程。根据上述设计的鲁棒滑模观测器，应用等价输出误差介入原理和 LMI 方法，设计重构执行器故障的优化策略，提出在线获取故障信息的鲁棒执行器故障检测与重构方法，实现执行器故障的检测与重构。数字仿真验证了执行器故障重构方法的可靠性。

关键词：滑模观测器；线性矩阵不等式；鲁棒性；执行器故障；重构
中图分类号：TP 273　　**文献标识码**：A　　**文章编号**：0438－1157（2008）07－1797－06

Robust actuator fault detection and reconstruction for a class of uncertain dynamic system with mismatched uncertainties

ZHAO Jin[1], SHEN Zhongyu[1], GU Xingsheng[2]
([1] *School of Electrical & Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing* 210042, *Jiangsu, China*;
[2] *School of Information Science & Engineering, East China University of Science & Technology, Shanghai* 200237, *China*)

Abstract: By combining the sliding mode control for mismatched uncertainties with the linear matrix inequality (LMI) approach, a novel robust sliding mode observer for a class of uncertain dynamic system with mismatched uncertainties was designed. The necessary and sufficient condition of stabilizing the sliding mode observer and the LMI existence theorem were presented and strict verification was done to guarantee robustness to uncertainties of systems and disturbances. The Lyapunov function was used as the judgement condition for stabilizing observers, and the convergence rate between observer and system was changed by regulating the sliding-mode strategy so as to attain the desired performance of state estimation. Simultaneously, without the canonical transformation of the dynamic systems, the linear feedback matrix and nonlinear feedback matrix of the robust sliding mode observer were solved by LMI that has advantages in computation. The problems of actuator fault detection and reconstruction for a class of uncertain dynamic system with mismatched uncertainties were discussed. By applying the equivalence output error concept and LMI approach, the optimizing strategy of reconstructing actuator fault can be designed, and a new actuator fault detection and reconstruction design method based on the designed sliding mode observer was proposed to obtain the fault information on-line. The design procedure was described and nonlinear simulation results were presented to demonstrate the approach.

Key words: sliding mode observer; LMI; robustness; actuator fault; reconstruction

---

2008－04－14 收到初稿，2008－04－28 收到修改稿。
联系人及第一作者：赵瑾（1961—），女，博士，副教授。
基金项目：国家自然科学基金项目（60474079）。

Received date: 2008－04－14.
Corresponding author: Dr. ZHAO Jin. **E－mail**: zhaojin@njnu.edu.cn
Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (60474079).

引 言

故障检测与诊断是重要的研究与应用领域，基于模型方法的故障检测与诊断方法通过利用观测器生成残差发生器，由决策逻辑分析残差函数，判断故障的产生，实现故障诊断。有关残差生成技术已有许多文献报道[1-3]。滑模观测器充分利用对系统的非线性或不确定性具有鲁棒性的特点，在故障检测与重构应用过程中显示出其优越性[4-13]。Yang 等[7]根据设计滑模观测器在存在不确定性时的滑模运动，一旦故障产生滑模运动被破坏，则包含故障信息的残差产生，实现故障的检测与诊断；Edwards等[8-10]则是利用 Edwards 滑模观测器，通过等价输出介入信号原理，获取重构的故障信号；Jiang 等[11]提出将鲁棒滑模观测器应用于不确定非线性系统，利用滑模控制的特点，直接对故障检测与估计；Chen 等[12-13]设计变结构自适应观测器，在存在 Lipschitz 和结构非线性的情况下，结合 Thau 的观测器和滑模观测器，提出一种新的诊断观测器技术。

本文首先针对一类不匹配不确定性动态系统设计鲁棒滑模观测器，给出鲁棒滑模观测器稳定性定理以及 LMI 存在条件。同时利用设计的滑模观测器，根据等价控制输出误差介入原理以及 LMI 方法，设计重构执行器故障的策略，获取重构执行器故障信息，减少残差生成等烦琐过程。通过某歼击机纵向运动系统数学模型的仿真验证了故障重构方法。

1 系统描述

具有执行器故障的一类不匹配不确定性系统的数学描述[5]为

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\eta(t,x)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{F}f_i(t)\\ \boldsymbol{y}(t) &= \boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{aligned} \tag{1}$$

式中 $\boldsymbol{x}(t)\in R^n$，$\boldsymbol{u}(t)\in R^m$，$\boldsymbol{y}(t)\in R^p$，分别为系统状态、输入向量和输出向量；$\boldsymbol{A}\in R^{n\times n}$，$\boldsymbol{B}\in R^{n\times m}$，$\boldsymbol{C}\in R^{p\times n}$，$\boldsymbol{F}\in R^{n\times q}$，均为常数矩阵，并且 $n>p\geqslant q$；矩阵 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{F}$ 满秩；$f_i(t)\in R^q$，为执行器故障，当 $f_i(t)=0$ 则表示无故障存在；系统不确定性 $\eta(t,x)=\eta'(t,x)+\boldsymbol{B}d(t)$，其中 $\eta'(t,x)$为不匹配不确定性，$d(t)$ 为匹配不确定性。

假设 1 $f_i(t)$ 未知有界，且$\|f_i(t)\|\leqslant\delta$，其中 δ 为已知常数。

假设 2 不匹配不确定性 $\eta'(t,x)=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\eta_1(x,t)=\boldsymbol{M}\eta_1(x,t)$，$\boldsymbol{M}\in R^{n\times p}$，矩阵 $\boldsymbol{M}$ 称为待定的结构性矩阵，描述不匹配不确性的结构特性；并且 $\|\eta_1(x,t)\|\leqslant\gamma\|x-\hat{x}\|$，$\gamma$ 为已知常数。

假设 3 $d(t)$ 未知有界，满足 $\|d(t)\|\leqslant\beta$。

假设 4 $\mathrm{rank}(\boldsymbol{CF})=\mathrm{rank}(\boldsymbol{F})=q$，且 $(\boldsymbol{A},\boldsymbol{F},\boldsymbol{C})$ 的不变零点在左半平面。

引理[14] 如果存在任意对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$，则式（2）成立

$$2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}\eta_1(x,t)\leqslant\gamma^2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PP}e+e^{\mathrm{T}}e \tag{2}$$

其中，e 为系流状态估计误差；γ 为描述不匹配不确定性的系数。

2 鲁棒滑模观测器设计

根据一类不匹配不确定性系统［式（1）］设计的滑模观测器结构为

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}}(t) &= \boldsymbol{A}\hat{x}(t)+\boldsymbol{B}u(t)-\boldsymbol{K}e_y+\boldsymbol{H}\nu(t)\\ \hat{y}(t) &= \boldsymbol{C}\hat{x}(t)\end{aligned} \tag{3}$$

其中，$\hat{x}(t)\in R^n$，为估计状态；$e_y=\hat{y}(t)-y(t)$，为输出误差；$\boldsymbol{K}\in R^{n\times p}$为观测器的增益矩阵；$\boldsymbol{H}\in R^{n\times p}$，为设计参数矩阵。定义 $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{M}=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{H}\nu(t)$ 称为非线性介入，不连续项 $\nu(t)$ 为

$$\nu(t)=\begin{cases}\rho\dfrac{\boldsymbol{BMC}e}{\|\boldsymbol{H}\|\|\boldsymbol{MC}e\|}+\delta\dfrac{\boldsymbol{FMC}e}{\|\boldsymbol{H}\|\|\boldsymbol{MC}e\|} & \text{if } \boldsymbol{MC}e\neq 0\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \tag{4}$$

其中，$\rho(t)\geqslant\beta+\gamma_0$，$\gamma_0$为正标量；设系统状态估计误差 $e(t)=\hat{x}(t)-x(t)$，结合式（1）、式（3）得到状态误差动态方程

$$\dot{e}(t)=(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})e(t)-\boldsymbol{B}d(t)-\boldsymbol{M}\eta_1(x,t)-\boldsymbol{F}f_i(t)+\boldsymbol{H}\nu(t) \tag{5}$$

定义 设$s=\boldsymbol{MC}e$ 为切换平面，如果任意在其上面的观测误差能保持不变，所有状态估计误差在有限时间能到达 s 上，则 $s=\boldsymbol{MC}e$ 是渐近稳定。

定理 1 对不匹配不确定性动态系统［式（1）］，在假设 1～假设 4 下，当设计的滑模观测器［式（3）］具有以下性质：

① 存在矩阵 $\boldsymbol{K}\in R^{n\times p}$，$\boldsymbol{G}\in R^{q\times p}$以及对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}\in R^{n\times n}$，使式（6）成立

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}<0,\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}=\boldsymbol{GC} \tag{6}$$

② 存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$，采用合理的非线性

介入[式(4)]，使

$$\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\gamma^2\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}-\boldsymbol{I}<0 \tag{7}$$

则设计的滑模观测器存在，对系统的非线性/不确定性具有鲁棒性，并且渐近估计动态不确定系统的状态（$\boldsymbol{I}$ 为单位矩阵）。

③ 状态误差动态系统[式(5)]在切换平面 $s=\boldsymbol{MC}e$ 存在稳定的滑模运动，则式(8)成立

$$\boldsymbol{P}>0,\ \boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P})\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}}<0$$
$$\boldsymbol{\Sigma PH}=0,\ \boldsymbol{\Sigma PB}=0 \tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{\Sigma}\in R^{(n-p)\times n}$ 是矩阵 $\boldsymbol{C}$ 的正交补矩阵。

性质①的证明见文献[15]。

性质②的证明：选择 Lyapunov 方程为 $V(e)=e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e$，根据假设 2、假设 3 以及引理，则

$$\begin{aligned}V(e)&=e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e+e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e=\\&e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]e-\\&2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PM}\eta_1(x,t)-2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PB}d(t)-\\&2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PF}f_i(t)+2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PH}\nu\leqslant e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+\\&(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]e-\gamma^2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PMM}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e-e^{\mathrm{T}}e-\\&2\|e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PB}\|\|d(t)\|-2\|e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PF}\|\|f_i(t)\|+2\|e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PH}\|\|\nu\|\end{aligned}$$

根据非线性介入 $\boldsymbol{H}\nu(t)$ 和 $\boldsymbol{M}=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$，则

$$\begin{aligned}V(e)&\leqslant e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}]e-\gamma^2e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{PMM}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}e-\\&e^{\mathrm{T}}e=e^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\gamma^2\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}-\boldsymbol{I}]e\end{aligned}$$

由于 $\boldsymbol{P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})+(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\gamma^2\boldsymbol{PMM}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}-\boldsymbol{I}<0$，所以鲁棒滑模观测器[式(3)]渐近稳定，对系统的非线性和不确定性具有鲁棒性，可以渐近估计系统状态。

性质③的证明：设计参数矩阵 $\boldsymbol{H}=\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$，定义非奇异变换矩阵[16] $\boldsymbol{N}=[\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$ 以及向量 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{N}e=[v_1^{\mathrm{T}},\ v_2^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=[e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}},\ e^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，则 $\boldsymbol{N}^{-1}=[\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1},\ \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}]$，状态误差动态方程可以转换成下列规范形式

$$\begin{bmatrix}\dot v_1\\ \dot e_y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11}&\boldsymbol{A}_{12}\\ \boldsymbol{A}_{21}&\boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}v_1\\ e_y\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\times$$
$$[v-\eta_1(x,t)-(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{CB}d(t)-(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{CF}f_i(t)] \tag{9}$$

其中，$\boldsymbol{A}_{11}=\boldsymbol{P\Sigma A\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}$，$\boldsymbol{A}_{12}=\boldsymbol{P\Sigma}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}$，$\boldsymbol{A}_{21}=\boldsymbol{CA\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}$，$\boldsymbol{A}_{22}=\boldsymbol{C}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}$。由此可见，当 $\dot e_y=e_y=0$ 时，系统的动态特性表现为 $\dot v_1=\boldsymbol{\Sigma PA\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}v_1$ 和 $v_1=\boldsymbol{\Sigma P}e$。

所以滑模动态特性稳定充分必要条件是存在正定的 Lyapunov 矩阵 Q_0 满足

$$[\boldsymbol{\Sigma PA\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}]Q_0+Q_0[\boldsymbol{\Sigma PA\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}]^{\mathrm{T}}<0$$

当 $Q_0=\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}}>0$ 时，$\boldsymbol{\Sigma}(\boldsymbol{PA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P})\boldsymbol{\Sigma}^{\mathrm{T}}<0$ 成立。

但是定理 1 给出的条件不能直接用来计算滑模观测器的设计矩阵 $\boldsymbol{K}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{G}$、$\boldsymbol{P}$，定理 2 为滑模观测器的 LMI 存在条件，由于篇幅有限没有给出定理 2 的证明过程。

定理 2　存在对称正定矩阵 $\boldsymbol{P}$ 满足不等式(6)～式(8)充分必要条件是：对称正定矩阵 $\boldsymbol{X}\in R^{(n-m)\times(n-m)}$，$\boldsymbol{Y}\in R^{p\times p}$ 和矩阵 $\boldsymbol{W}\in R^{n\times p}$ 使得下列 LMI 具有可行性解

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}},\ \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\\&\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC}>0\\&(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\\&\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})-\boldsymbol{WC}-(\boldsymbol{WC})^{\mathrm{T}}<0\\&(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})-\\&\boldsymbol{WC}-(\boldsymbol{WC})^{\mathrm{T}}-\gamma^2\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}-\boldsymbol{I}<0\end{aligned} \tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{U}\in R^{n\times(n-m)}$ 是矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的正交补矩阵。因此，可以得到正定矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和设计矩阵 $\boldsymbol{K}$、$\boldsymbol{H}$、$\boldsymbol{G}$ 的解

$$\boldsymbol{P}=\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC},\ \boldsymbol{H}=(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{K}=(\boldsymbol{UXU}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{YC})^{-1}\boldsymbol{W},\ \boldsymbol{G}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Y} \tag{11}$$

由于矩阵 $\boldsymbol{X}$ 作为线性矩阵不等式的可行性解，因此 $\boldsymbol{U}\in R^{n\times(n-m)}$ 作为矩阵 $\boldsymbol{B}$ 的正交补矩阵，可以通过多种选择方法获取。式(10)是标准的 LMI，通过 MATLAB 的 LMI 工具箱，直接利用包含在式(10)的系统参数进行求解，得到 LMI 的可行性解，简化了鲁棒滑模观测器的设计过程。定理 2 作为滑模观测器的 LMI 存在条件，给出简易处理 LMI 的判断原则。

3　鲁棒执行器故障检测与重构策略

滑模观测器实现鲁棒执行器故障重构方法：通过等价输出误差介入原理维持滑模运动，实现执行器故障的重构，减少残差检测和评价的烦琐过程。等价输出误差控制代表滑模策略的平均特性以及维持滑模表面运动所必需作用，当滑模运动达到时，则 $e_y=\dot e_y=0$，同时改变非线性介入的不连续项 ν，即

$$\nu'(t)=-\zeta\frac{\boldsymbol{MC}e}{\|\boldsymbol{MC}e\|}[1-\beta\|B\|-\gamma\|e\|] \tag{12}$$

削弱状态误差动态方程式(9)的不确定性对故障重构的作用，达到故障检测与重构的鲁棒性。

根据等价控制输出误差介入原理[6,8-9]，当滑模运动达到时，则 $e_y=\dot e_y=0$，这时误差系统的动态特性表现为

$$\dot z_1=\boldsymbol{\Sigma PA\Sigma}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\Sigma P\Sigma}^{\mathrm{T}})^{-1}z_1$$

$$0=\boldsymbol{\Sigma P}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{KC})\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}z_1+\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\nu_{\mathrm{eq}}-\boldsymbol{CF}f_i(t) \tag{13}$$

其中，ν_{eq}称之为故障控制率，通过连续函数逼近方法求得

$$\nu_{\mathrm{eq}}=-\zeta\frac{\boldsymbol{MC}e}{\|\boldsymbol{MC}e\|+\sigma} \tag{14}$$

式中　ζ为正标量，σ代表近精确程度的比较小修正系数。通过选择足够小的σ，使等价输出误差控制介入能近似达到任意精度。由于 rank(F) $=q$，通过式（13）、式（14）得到执行器故障的估计值。

$$\nu_{\mathrm{eq}}\longrightarrow(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})^{-1}\boldsymbol{CF}\hat{f}_i(t)$$

$$\hat{f}_i\approx(\boldsymbol{CP}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}})[(\boldsymbol{CF})^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{CF})]^{-1}(\boldsymbol{CF})^{\mathrm{T}}\nu_{\mathrm{eq}} \tag{15}$$

所以估计执行器故障 $\hat{f}_i$ 的核心之处在于通过式(15)，根据状态估计误差 e，实现在线重构执行器故障。

4　仿真研究

某歼击机纵向运动系统的数学描述[17]为

$$\dot{x}(t)=\boldsymbol{A}x(t)+\boldsymbol{B}[u(t)+d(t)]+\eta_1'(x,t)+\boldsymbol{F}f_i(t)$$

其中满足匹配条件的不确定项 $d(t)=[5\cos(2\pi t),0]^{\mathrm{T}}$；不满足匹配条件的不确定项 $\eta_1'(x,t)=\boldsymbol{M}\eta_1(x,t)$，$\eta_1(x,t)=[3.205\sin x_1,0,0]^{\mathrm{T}}$；$f_i(t)$ 为待重构的执行器故障；相关系数 $\rho=\beta+\gamma_0=20$，$\gamma=3.205$，$\sigma=0.025$；系统状态矩阵 $\boldsymbol{A}$、$\boldsymbol{B}$、$\boldsymbol{F}$、$\boldsymbol{C}$ 分别为

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-0.0582 & 0.0651 & 0 & -0.1710\\ -0.3030 & -0.6850 & 1.1090 & 0\\ -0.0715 & -0.6580 & -0.9470 & 0\\ 0 & 0 & 1.0500 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{F}=\begin{bmatrix}0 & 0.9000\\ -0.0900 & 0\\ -1.1100 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 1 & 0\end{bmatrix}$$

运用 MATLAB 的 LMI 工具箱的可行性问题求解器 feasp（）对标准的 LMIs 进行求解，得到 LMI 的可行性解（$\boldsymbol{X}$，$\boldsymbol{Y}$，$\boldsymbol{W}$）；再根据式（11）求解一类不匹配不确定性动态系统的鲁棒滑模观测器增益矩阵，无须对系统进行规范化处理，简化了鲁棒滑模观测器的设计过程。

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix}3.6870 & 0.0000 & 0.0247 & -0.0000\\ 0.0000 & 8.5956 & -0.6969 & 0.0000\\ 0.0247 & -0.6969 & 3.4964 & 0.0000\\ -0.0000 & 0.0000 & 0.0000 & 8.2819\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}=\boldsymbol{M}=\begin{bmatrix}0.2712 & 0.0000 & -0.0019\\ -0.0002 & -0.0000 & 0.0236\\ -0.0019 & -0.0000 & 0.2907\\ 0.0000 & 0.1207 & -0.0000\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{K}=\begin{bmatrix}1.2785 & -0.1710 & -0.0033\\ -0.2936 & -0.0000 & 1.0947\\ -0.0764 & 0.0000 & 0.4133\\ -0.0000 & 1.1047 & 1.0500\end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}0 & 0 & -2.2200\\ 1.8000 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

在存在不匹配不确定因素的条件下，执行器故障为突变故障和缓变故障两种形式，即

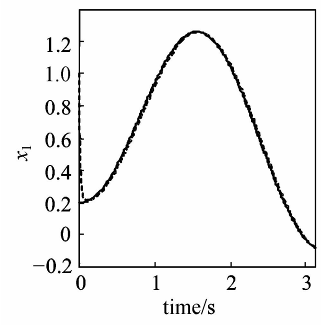
$$f_1=\begin{cases}0 & 0\leqslant t\leqslant 3\\ \cos(2\pi t) & 3<t\leqslant 10\end{cases}$$

$$f_2=\begin{cases}4 & 0\leqslant t\leqslant 2\\ 8 & 2<t\leqslant 6\end{cases}$$

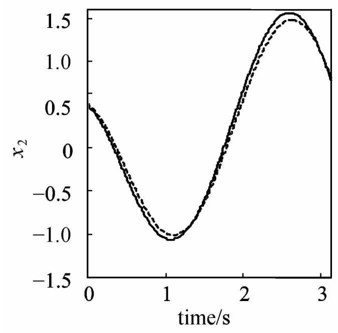
利用设计的鲁棒滑模观测器实现执行器故障检测与重构。首先实现滑模观测器对系统状态估计的仿真，如图 1 所示，实线为系统原状态，虚线为估计状态，可以看出设计的滑模观测器估计状态较好地跟踪系统状态；接着利用滑模观测器重构突变故障和缓变故障两种执行器故障，如图 2 所示，实线为原故障，虚线为重构故障，仿真结果表明通过滑模观测器可以重构执行器故障，避免了产生和评价残差信号的复杂性。

5　结　论

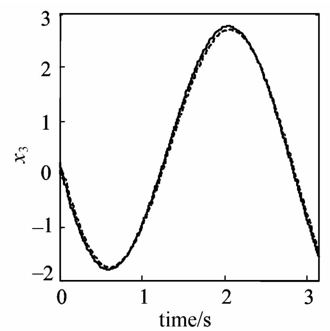
本文研究了一类不匹配不确定性动态系统的执行器故障检测与重构设计方法。首先根据不匹配不确定滑模控制策略，结合线性矩阵不等式方法，无须对动态系统进行规范化处理，提出了基于 LMI 的鲁棒滑模观测器设计新方法，给出滑模观测器稳定性的充分必要条件以及 LMI 存在条件，通过 MATLAB 的 LMI 工具箱直接计算滑模观测器增益矩阵；针对不匹配不确定性的动态系统，结合等价输出误差介入原理，设计重构故障的优化策略，进行基于上述鲁棒滑模观测器的执行器故障重构方法的设计，在线获取重构故障信息，避免产生和评价残差信号的复杂性，实现鲁棒执行器故障检测与重构。通过数值仿真验证了算法的有效性和可靠性。



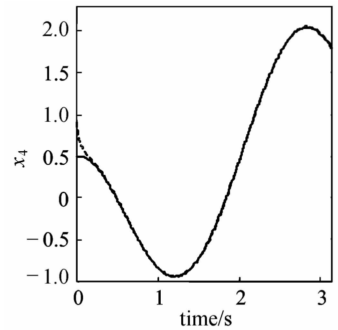
(a)



(b)



(c)

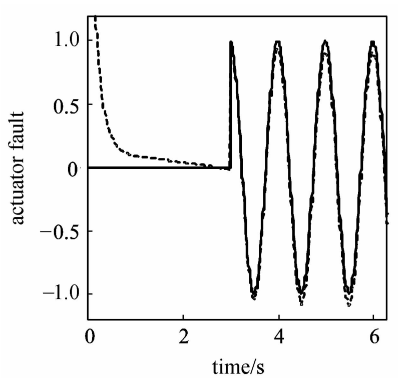


(d)

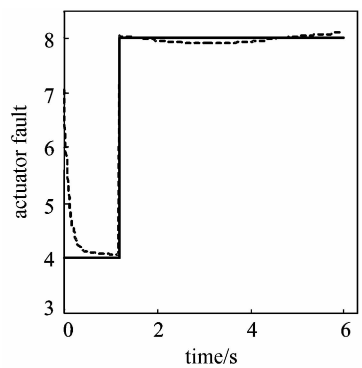
图 1　在不匹配不确定性因素下的鲁棒滑模观测器仿真曲线

Fig. 1　Robust sliding mode observer simulations under mismatched uncertainties

—— state; - - - - estimate



(a) the first actuator fault



(b) the second actuator fault

图 2　两种执行器故障形式的重构仿真曲线

Fig. 2　Two types of reconstructing actuator faults simulations

—— actuator fault; - - - - estimate

References

[1] Frank M P, Ding X. Survey of robust residual generation and evaluation methods in observer-based fault detection systems. *Journal of Process Control*, 1997, **7** (6): 403-424

[2] Venkatasubramanian V, Rengaswamy R, Kewen Yin, Surya N Kavuri. A review of process fault detection and diagnosis (Ⅰ): Quantitative model-based methods. *Computer & Chemical Engineering*, 2003, **27**: 293-311

[3] Frisk E, Nielsen L. Robust residual generation for diagnosis including a reference model for residual behavior. *Automatica*, 2006, **42** (2): 437-445

[4] Tan P C, Edwards C. An LMI approach for designing sliding mode observers//Proceedings of the 39th IEEE Conference on Decision and Control. Sydney, Australia,

2000：2587-2592

[5] Wang Jiang（王江），Wang Xianlai（王先来），Wang Haitao（王海涛）. Variable structure observer of non-linear control systems. *Control Theory and Applications*（控制理论与应用），1997，**14**（4）：603-607

[6] Zhao Jin（赵瑾），Gu Xingsheng（顾幸生），Shen Zhongyu（申忠宇）. Actuator fault detection and reconstruction in the uncertain dynamical system. *Control and Decision*（控制与决策），2007，**22**（5）：510-514

[7] Yang H，Sail M. Fault detection in a class of nonlinear systems *via* adaptive sliding observer//Proceedings of the IEEE International Conference on Systems，Man and Cybernetics. Vancouver，BC，Canada，1995：2199-2204

[8] Edwards C，Spurgeon S K，Patton R J. Sliding mode observers for fault detection and isolation. *Automatica*，2000，**36**（4）：541-553

[9] Tan P C，Edwards C. Sliding mode observers for robust detection and reconstruction of actuator and sensor faults. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*，2003，**13**（5）：443-463

[10] Yan X G，Edwards C. Robust sliding mode observers-based actuator fault detection isolation for a class of nonlinear systems//Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control，and the European Control Conference. Seville，Spain，2005：987-992

[11] Jiang B，Staroswiecki M，Cocquempot V. Fault estimation in nonlinear uncertain system using robust/sliding-mode observers. *IEE Proceedings of Control Theory and Application*，2004，**151**（1）：29-37

[12] Chen W，Saif M，Soh Y C. A variable structure adaptive observer approach for actuator fault detection and diagnosis in uncertain nonlinear systems//Proceedings of the 2000 American Control Conference. Chicago，USA，2000：2674-2678

[13] Chen W，Jia G，Saif M. Application of sliding mode observers for actuator fault detection and isolation in linear systems//Proceedings of the 2005 IEEE Conference on Control Applications. Toronto，Canada，2005：1479-1484

[14] Sakhar R，Karl J H. Observer design for a class of nonlinear systems. *Int. J. Control*，1994，**59**（2）：515-528

[15] Corless M，Tu J. State and input estimation for a class of uncertain systems. *Automatica*，1998，**34**（6）：757-764

[16] Choi H H. An LMI-based switching surface design method for a class of mismatched uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*，2003，**48**（9）：1634-1638

[17] Zhu Zhangqing（朱张青），Zhou Chuan（周川），Hu Weili（胡维礼）. Robust fault detection based on adaptive-fuzzy state observers for nonlinear systems. *Measurement and Control Technology*（测控技术），2004，**23**（9）：20-22