

在瑞利衰落信道下的分组预编码 OFDM 系统误码特性

何修富^{1,2}, 廖桂生¹

(1. 西安电子科技大学 雷达信号处理重点实验室 陕西 西安 710071;
2. 西安通信学院 陕西 西安 710065)

摘要: 推导了在瑞利衰落信道下的分组预编码正交频分多址调制系统, 接收机采用迫零均衡和最小均方误差均衡的系统误码率公式. 采用公式计算的方法可很方便地比较各种正交频分多址解调方案的误码特性. 同时, 通过计算机 Monte Carlo 方法模拟得到的误码率特性与公式法得到的误码率特性相吻合.

关键词: 分组预编码, 正交频分多址调制, 误码率

中图分类号: TN919.4 文献标识码: A 文章编号: 1001-240X(2005)06-0940-04

BER performance of the precoded OFDM system over rayleigh fading channels

HE Xiu-fu^{1,2}, LIAO Gui-sheng²

(1. Key Lab. of Radar Signal Processing, Xidian Univ., Xi'an 710071, China;
2. Xi'an Communication College, Xi'an 710065, China)

Abstract: There are many subchannels in the Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM). Based on the central limit theorem, the noise components of every subchannels receiver output can be shown to be the complex Gaussian with the zero mean. The error bit ratio (BER) performance formula for the block precoded OFDM system with zero forcing and squared error (MMSE) receivers in Rayleigh fading channels is deduced in this paper. It is convenient to compare the BER performance of the different OFDM systems by the formula calculation. What is more, the actual BER obtained by the Monte Carlo simulation is identical with the BER by use of the formula.

Key Words: block precoders, orthogonal frequency division multiplexing (OFDM), error bit ratio (BER)

新一代移动通信要求能可靠地传输高速数据, 实现语音、数据及图像通信, 无线移动信道具有频率和时间选择特性, 造成信息传输中的符号间干扰, 误码特性变差. 采用正交频分多址 (OFDM) 调制, 将宽频带的衰落信道变为相互正交的窄带信道, 在每个窄带信道上, 信道呈现出平稳慢衰落特性. 文献 [1] 分析了多输入多输出 (MIMO) 时空分组码, 当存在载波间干扰 (ICI), 多用户干扰 (MUI) 时的 OFDM 调制误码率公式, 分析较复杂. 文献 [2, 3] 分析了 MDPSK 在 OFDM 下瑞利衰落信道传输的误码率公式, 基于接收信号归一化矢量的相关因子进行分析, 考虑到符号间干扰 (ISI), 载波间干扰, 多用户干扰时, 误码率公式十分复杂, 不利于对各种预编码 OFDM 系统误码率的分析与比较. 由文献 [4, 5] 分析了最佳预编码来获得编码增益改善系统性能. 由文献 [6] 分析了 OFDM 调制系统的各个子载波上的信噪比, 基于虚载波的盲估计方法, 可用于分析系统误码特性. 由中心极限定理可证明, 当信道数目较大时, 各个子信道上的干扰可近似为高斯白噪声. 采用分组预编码 OFDM 调制, 各分组上的信道可看作不变的常量, 相邻分组上信道特性可变化, 每个分组除了传输信息数据外, 还要加循环后缀 (CP), 只要 CP 的长度大于信道扩展的最大值, 就可使解调后的信号各子载波仍保持正交, 避免了分组间的符号干扰 (IBI), 载波间的干扰. 运用接收机解调输出的噪声近似为高斯白噪声的特点, 推导出分组预编码 OFDM 系统, 接收端采用迫零均衡 (ZF) 和最小均方误差 (MMSE) 均衡算法下的简单误码率公式, 同时, 通过计算机模拟, 对各种预编码 OFDM 系统的误码特性进行了比较.

1 分组预编码 OFDM 系统模型

分组预编码 OFDM 系统框图见图 1, 信息符号序列为 $s(n)$, 首先经差错控制编码输出 $u(n)$ $\mu(n)$ 再进行分组 $u(n) = [u(iN), u(iN + 1), \dots, u(iN + N - 1)]^T$, ($u(n) \in c^{N \times 1}$ 经 IFFT 得到 $\tilde{u}(i) = F^H u(i)$ $\tilde{u}(i) \in c^{N \times 1}$) F 为 $c^{N \times N}$ 的 FFT 矩阵 $F_{n,k} = N^{-1/2} \exp(-j2\pi nk/N)$, 发射端加上 CP, 接收端去除 CP, 只要满足 $L_{CP} > L$ L 为有限冲激响应信道的长度, 就可防止多径延时造成的符号间干扰. 循环信道矩阵为 \tilde{H} ($\tilde{H} \in c^{N \times N}$ $\tilde{H}_{i,j} = h((i-j) \bmod N)$), 接收信号经 FFT 输出

$$X_i = D_H u_i + \eta_i \quad (1)$$

其中 $D_H = \text{diag}[H(0), H(1), \dots, H(N-1)] = F \tilde{H} F^H$, $H(p) = \sum_{l=0}^L h(l) \exp(-j2\pi lp/N)$ 为信道的频率响应 $\eta_i = F \tilde{\eta}_i$.

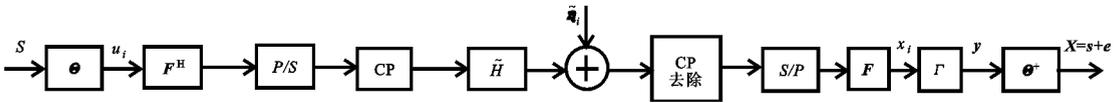


图 1 分组预编码 OFDM 系统方框图

2 分组预编码 OFDM 调制系统误码率分析

2.1 接收端采用迫零均衡 (ZF) 算法

假定 $\tilde{\eta}_i$ 具有方差为 N_0 的复高斯噪声, $H(p)$ 在每个信道上保持恒定, 在不同的信道上可变, 同时, 接收机若已经估计出信道响应, 调制信号采用 QPSK 调制, 调制符号为

$$S_k = \pm(\epsilon_s/2)^{1/2} \pm j(\epsilon_s/2)^{1/2} \quad (2)$$

符号能量为 ϵ_s , 输出错误信号矢量 $e = x - s$, $\tilde{\eta}_i$ 经傅氏变换输出 $\eta_i = F \tilde{\eta}_i$, η_i 的各个分量仍为互不相关的高斯白噪声, 若采用迫零均衡算法 (ZF) 均衡接收矩阵 $\Gamma = D_H^{-1}$, 均衡后的输出噪声 $q = \Gamma \eta_i$, q 的第 k 个元素的方差为 $\sigma_{qk}^2 = N_0/|H(k)|^2$, 输出误差矢量的第 i 个分量 $e_i = \sum_{k=0}^{N-1} \Theta_{k,i}^* q_k$, $\Theta_{k,i}$ 为 Θ 的第 (k,i) 个元素, 第 i 个子信道输出误差信号的方差为 $\sigma^2(i) = \sum_{k=0}^{N-1} |\Theta_{k,i}|^2 \sigma_{qk}^2$, 则

$$\sigma^2(i) = N_0 \sum_{k=0}^{N-1} |\Theta_{k,i}|^2 / |H(k)|^2 \quad (3)$$

第 i 个子信道的信噪比 (SNR) 为

$$\beta(i) = \epsilon_s / \sigma^2(i) = \gamma / \left(\sum_{k=0}^{N-1} (|\Theta_{k,i}|^2 / |H(k)|^2) \right) \quad (4)$$

其中 $\gamma = \epsilon_s / N_0$, 采用 QPSK 调制, 第 i 个子信道的误码率 (BER) 为 $P_e(i) = Q(\epsilon_s / \sigma^2(i))^{1/2}$.

特殊情况 (1) OFDM 系统, 预编码矩阵 $\Theta = I$ 则 $\sigma_{\text{OFDM}}^2(i) = N_0 / |H(i)|^2$, $i = 0, 1, \dots, N-1$,

$$P_{\text{ZF-OFDM}} = (1/N) \sum_{k=0}^{N-1} Q(\gamma |H(k)|^2)^{1/2} \quad (5)$$

$P_{\text{ZF-OFDM}}$ 为采用 OFDM 调制, 接收端采用迫零均衡算法的系统平均误码率.

(2) SC-CP 系统, 当 $\Theta = F F^H$, $\Theta = I$, 系统成为单载波调制通信系统.

$$\beta(i) = \gamma \left/ \left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{|H(k)|^2} \right) \right. \quad , \quad P_{\text{ZF-SC}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} Q(\beta(i))^{1/2} \quad (6)$$

其中 $P_{\text{ZF-SC}}$ 为采用单载波调制, 接收端采用迫零均衡算法的系统平均误码率.

对于 M -ary QAM 符号调制,子信道符号错误率为

$$P_{\text{SER}}(i) = 4 \left(1 - \frac{1}{M^{1/2}} \right) Q \left(\frac{3}{M-1} \beta(i) \right)^{1/2}, \quad \text{误码率 } P_e = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} P_{\text{SER}}(i).$$

2.2 接收端采用最小均方误差(MMSE)均衡算法

采用迫零均衡算法,接收机需要计算信道响应矩阵的逆,当信道响应出现零点时,其逆矩阵趋于无穷大,使解调噪声增大,系统误码性能变差.采用 MMSE 均衡算法可避免这个问题.

如图 1 所示,接收端输出误差矢量 $e = X - S$,对于给定的发射端矩阵 $G = F^H \Theta$,最佳接收矩阵 W ,使 $E(e^H e)$ 最小,接收端输出矩阵若为 T ,当 $T = \Theta^+$ 就为迫零均衡算法.图 1 中 $y = \Theta S + q$,为接收端均衡后的输出总信号 $q = \Gamma F \tilde{\eta}_i$ 为均衡后的输出噪声,误差输出 $e = Ty - S$.

为了使误差输出最小,由正交原理, $E[(Ty - S)y^+] = 0$; $T E[y y^+] = E[S y^+]$,则 $T = \Theta^+ \varepsilon_s (\varepsilon_s I + N_0 \Gamma \Gamma^+)^{-1}$.若 $D = \varepsilon_s (\varepsilon_s I + N_0 \Gamma \Gamma^+)^{-1}$,则 D 的第 k 个分量为 $\varepsilon_s / (\varepsilon_s + N_0 / |H(k)|^2)$,最佳接收矩阵为 $W = \Theta^+ D \Gamma F$,令 $A = D \Gamma$,接收机输出为 $X = T y = \Theta^+ D \Theta S + \Theta^+ D \Gamma F \tilde{\eta}_i$, $e = \Theta^+ (D - I) \Theta S + \Theta^+ A F \tilde{\eta}_i$,由于 Θ 为酉矩阵,故

$$E[|e_i|^2] = \sum_{k=0}^{N-1} |\Theta_{k,i}|^2 \frac{\varepsilon_s}{1 + \gamma |H(k)|^2}, \quad E[|x_i|^2] = \varepsilon_s \sum_{k=0}^{N-1} |\Theta_{k,i}|^2 \frac{\gamma |H(k)|^2}{1 + \gamma |H(k)|^2}. \quad (7)$$

又因 $\beta(i) = E[|x_i|^2] / E[|e_i|^2]$, $\frac{1}{1 + \beta(i)} = \sum_{k=0}^{N-1} \frac{|\Theta_{k,i}|^2}{1 + \gamma |H(k)|^2}$,若假定函数 $h(x) = (x^{-1} - 1)^{1/2}$, $(\beta(i))^{1/2} = h(1/(1 + \beta(i)))$,则误码率为

$$P_{\text{MMSE}} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} (\beta(i))^{1/2} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} h\left(\frac{1}{1 + \beta(i)}\right). \quad (8)$$

几种情况 (1) OFDM 调制系统,预编码矩阵 $\Theta = I$,

$$P_{\text{OFDM-MMSE}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} h\left(\frac{1}{1 + \gamma |H(k)|^2}\right), \quad (9)$$

$P_{\text{OFDM-MMSE}}$ 为采用 OFDM 调制,接收端采用 MMSE 均衡算法的系统平均误码率.

(2) SC-CP 系统,当 $\Theta = F F^H \Theta = I$,

$$P_{\text{SC-MMSE}} = h\left(\frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \frac{1}{1 + \gamma |H(k)|^2}\right), \quad (10)$$

$P_{\text{SC-MMSE}}$ 为采用单载波调制,接收端采用 MMSE 均衡算法的系统平均误码率.

3 计算机模拟

选择子载波数为 128,CP 的长度为 3,信道长度为 $L = 3$,抽头系数为零均值,方差分别为 $(6/15, 4/15, 1/15)$ 的高斯随机变量;以及采用固定抽头: $0.3903 + j0.1049, 0.605 + j0.1422, 0.4402 + j0.0368, 0.0714 + j0.5002$ 的信道.用公式法,分别求出传统 OFDM 调制系统和单载波(SC)调制情况下迫零均衡(ZF)及 MMSE 均衡的误码率特性,同时,按 Monte Carlo 方法模拟的实际误码率特性同用公式法求得的误码率特性进行比较.

图 2 为分别由式(5)(6)(9)(10)计算所得采用随机衰落信道时的误码特性. OFDM 调制采用 ZF 和 MMSE 均衡算法下的误码特性曲线一致.单载波 MMSE-SC 均衡的误码特性最好,OFDM 误码特性比 ZF-SC 的误码特性要好,单载波迫零均衡,采用 Monte Carlo 模拟下的实际误码特性与采用公式法计算的 ZF-SC 的误码率近似,误差不大.图 3 为分别由式(5)(6)(9)(10)计算所得采用固定信道传播时的误码率特性.当信噪比 SNR 大于 11 dB 时,采用 ZF-SC 的误码率特性比 OFDM 的误码率特性好,单载波最小均方误差均衡(MMSE-SC)的误码率特性最好.由文献[7]知,误码率函数呈现凸函数特性,存在着最小值.由文献[8]知,采用单载波分组预编码调制,接收端采用迫零算法均衡输出的噪声功率比 OFDM 调制接收端输出的噪声功率要小,所以,单载波分组预编码调制在一定的 SNR 范围内的误码率特性比 OFDM 调制的误码率特性要好.

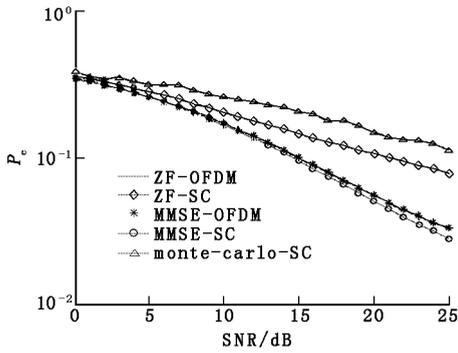


图 2 采用随机衰落信道的误码率特性

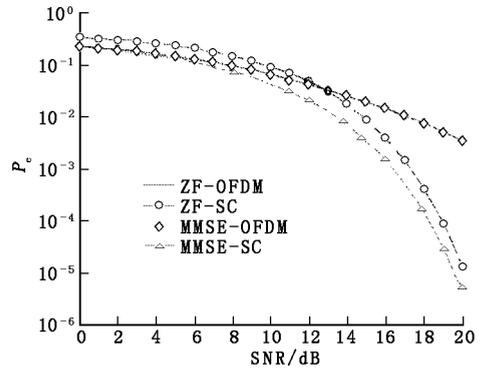


图 3 采用固定信道的误码率特性

参考文献：

[1] Moon J H , You Y H , Jeon W G , et al. BER Performance of Multiple-antenna OFDM with Imperfections[J]. IEEE Commun Letters , 2004 , 8(1) : 12-14.

[2] Tjeng J , Tjhung T , Adachi F , et al. BER Performance of OFDM-MDPSK System in Frequency-selective Rician Fading with Diversity Reception[J]. IEEE Trans on Vehicular Technology , 2000 , 49(4) : 1266-1274.

[3] Zhong K , Tjhung T T , Adachi F. A General SER Formula for an OFDM System with MDPSK in Frequency Domain Over Rayleigh Fading Channels[J]. IEEE Trans on Commun , 2004 , 52(4) : 584-594.

[4] Tepedelelioglu C. Maximum Multipath Diversity with Linear Equalization in Precoded OFDM System[J]. IEEE Trans on Information Theory , 2004 , 50(1) : 232-235.

[5] Wang Zhengdao , Giannakis G B. Complex-Field Coding for OFDM Over Fading Wireless Channels[J]. IEEE Trans on Information Theory , 2003 , 49(3) : 707-720.

[6] Ren Guangliang , Zhang Hui , Chang Yilin. An SNR Blind Estimation Technique Based on Virtual Carriers in OFDM Systems [J]. Journal of Xidian University , 2004 , 31(2) : 187-189.

[7] Ding Yanwu , Davidson T N , Luo Zhiquan , et al. Minimum BER Block Precoders for Zero-forcing Equalization[J]. IEEE Trans on Signal Processing , 2003 , 51(9) : 2410-2423.

[8] Wang Zhengdao , Ma Xiaoli , Giannakis G B. OFDM or Single-Carrier Block Transmission[J]. IEEE Trans on Commun , 2004 , 52(3) : 380-393.

(编辑：齐淑娟)

段宝岩校长出席国际大学校长论坛

2005 年 10 月 16 日 , 我校校长段宝岩参加了由北京邮电大学、日本电气通信大学、韩国信息与通信技术大学、法国布列塔尼国立高等电信学院以及德国莱比锡电信学院联合主办的国际信息通信技术大学校长论坛 (IFUP-ICT 2005) 。在论坛上 , 段校长向与会的中外 150 余名大学校长介绍了我校的学科建设、科学研究以及对外交流等情况 , 并结合我校的国际科技合作和联合办学的实践作了题为“ 科研合作开拓国际视野 , 学术交流推进开放办学 ” 的大会主题报告。本次论坛是信息通信技术 (ICT) 领域第一次大学校长间的交流与探讨。

摘自《西电科大报》2005. 10. 27

