

金属介质混合结构目标电磁特性的矩量法分析

郭景丽, 刘其中, 李建瀛, 周斌

(西安电子科技大学 天线与微波技术重点实验室 陕西 西安 710071)

摘要: 利用体面混合积分方程分析金属和介质混合目标的电磁散射特性. 对介质目标采用四面体剖分, 金属目标采用三角形面元剖分, 用矩量法精确分析金属目标和介质目标同时存在时的电磁散射特性. 根据阻抗矩阵方程的特点, 提出了一种简单有效的改善迭代法收敛特性的方法, 并通过具体的算例说明了该方法的有效性.

关键词: 矩量法; 体面混合积分方程; 电磁散射; 迭代法

中图分类号: TN823 文献标识码: A 文章编号: 1001-240X(2006)01-0071-04

An MOM analysis for a mixture of conducting and dielectric objects

GUO Jing-li, LIU Qi-zhong, LI Jian-ying, ZHOU Bin

(Key Lab. of Antennas and Microwave Technology, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: A coupled volume-surfaced integral equation is presented for the calculation of electromagnetic scattering from metallic and dielectric targets. In the method of moments (MoM) solution to the integral equations, the target is discretized using triangular patches for metallic surfaces and tetrahedral cells for dielectric volume. According to the characteristics of the impedance matrix, a simple effective method is presented to improve the convergence of the iterative algorithm. Finally, numerical examples are given to illustrate the efficiency of the method.

Key Words: method of moments; coupled volume-surface integral equation; electromagnetic scattering; iterative algorithm

矩量法是电磁计算领域中常用的最有效的分析方法之一^[1]. 对任意形状导电目标的电磁特性的矩量法分析而言, Rao等人提出的电场积分方程结合三角形面元矢量基函数的方法^[2]有着明显的优势. 同时, 任意形状的非均匀介电体对电磁波的散射特性也是一个很重要的课题. 一般来说, 在分析介质的电磁特性时, 面积分方程和体积分方程都是可行的. 但是随着物体介电特性的变化, 面积分方程的未知数增加、效率降低, 所以面积分方程通常适用于均匀媒质材料的介质物体. 而体积分方程不会随着物体内部介电特性的复杂化增加复杂度, 所以, 对任意结构非均匀介质体来说, 体积分方程更有效^[3].

在现实应用中, 金属目标和介质体目标往往是同时存在的, 比如天线—天线罩系统等, 因而精确分析金属介质混合结构目标的电磁特性具有重要的实际意义. 笔者对金属目标采用三角形面元剖分, 对介质目标采用四面体剖分, 并将体面混合积分方程与矩量法相结合精确分析金属目标和介质目标同时存在时的电磁散射特性. 为了方便与自适应积分方法^[4]等快速算法相结合, 针对体面混合积分生成的阻抗矩阵的特殊性, 提出了一种有效的方法来改善并加快迭代法求解阻抗矩阵方程时的收敛特性.

1 理 论

1.1 体面混合积分方程

设 S 为任意形状金属导体的表面, V 为一个有损耗、非均匀的介电体, 其复介电常数为 $\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})$, E^i 为照射到金属介质混合结构目标上的平面波, 则电场在金属体表面和介质体上分别满足边界条件:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(\mathbf{r}) = E^i(\mathbf{r}) + E^s(\mathbf{r}) & , \quad \mathbf{r} \in V & , \\ \hat{\mathbf{n}} \times [\mathbf{E}^i(\mathbf{r}) + E^s(\mathbf{r})] = 0 & , \quad \mathbf{r} \in S & , \end{cases} \quad (1)$$

式中 E 为总电场, E^s 为散射场, 由感应电流确定. 由于金属体和介质体同时存在, 将产生两类电流, 金属体表面上的面电流 J_s 和介质体内的体电流 J_v .

$$\mathbf{E}^s(\mathbf{r}) = -j\omega \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) - \nabla \Phi_s(\mathbf{r}) - j\omega \mathbf{A}_v(\mathbf{r}) - \nabla \Phi_v(\mathbf{r}) \quad , \quad \mathbf{r} \in S \text{ 或 } V \quad , \quad (2)$$

式中下标 s 表示由面电流 J_s 产生的磁矢位和电标位, 下标 v 表示由体电流 J_v 产生.

$$\mathbf{A}_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_\alpha \mathbf{J}_\alpha(\mathbf{r}') \frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\alpha' \quad , \quad \alpha \text{ 为 } S \text{ 或 } V \quad , \quad (3)$$

$$\Phi_\alpha(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_\alpha \rho_\alpha(\mathbf{r}') \frac{\exp(-jk_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\alpha' \quad , \quad \alpha \text{ 为 } S \text{ 或 } V \quad . \quad (4)$$

这里 $k_0 = \omega(\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} = 2\pi/\lambda_0$, 而介质体内的体极化电流 J_v 可表示为

$$\mathbf{J}_v(\mathbf{r}) = j\omega[\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) - \epsilon_0]\mathbf{E}(\mathbf{r}) = j\omega \frac{\tilde{\epsilon}(\mathbf{r}) - \epsilon_0}{\tilde{\epsilon}(\mathbf{r})} \mathbf{D}(\mathbf{r}) = j\omega\kappa(\mathbf{r})\mathbf{D}(\mathbf{r}) \quad . \quad (5)$$

根据电流连续性方程: $\nabla \cdot \mathbf{J}(\mathbf{r}) = -j\omega\rho(\mathbf{r})$, 并将式(2)~(5)代入式(1), 可分别得到金属体表面和介质体满足的积分方程:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{E}^i = \hat{\mathbf{n}} \times [j\omega \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) + \nabla \Phi_s(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{A}_v(\mathbf{r}) + \nabla \Phi_v(\mathbf{r})] & , \quad \mathbf{r} \in S & , \\ \mathbf{E}^i = \mathbf{E} + j\omega \mathbf{A}_s(\mathbf{r}) + \nabla \Phi_s(\mathbf{r}) + j\omega \mathbf{A}_v(\mathbf{r}) + \nabla \Phi_v(\mathbf{r}) & , \quad \mathbf{r} \in V & . \end{cases} \quad (6)$$

1.2 基函数

众所周知, 在矩量法计算中, 基函数的选取至关重要, 下面分别给出金属体和介质体所用基函数.

对介质体, 采用由 SWG^[5] 提出的四面体分割及对应的基函数可将电通量展开为

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{N_v} I_n^v f_n^v(\mathbf{r}) \quad , \quad (7)$$

$$f_n^v(\mathbf{r}) = \begin{cases} (a_n / (3V_n^+)) \boldsymbol{\rho}_n^+ & , \quad \mathbf{r} \in T_n^+ & , \\ (a_n / (3V_n^-)) \boldsymbol{\rho}_n^- & , \quad \mathbf{r} \in T_n^- & , \\ 0 & , \quad \text{其他} & , \end{cases} \quad (8)$$

式中变量如图1所示.

对金属体, 选用 RWG 的三角形面元矢量基函数, 可将金属表面的电流展开为

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}) = \sum_{n=N_v+1}^{N_v+N_s} I_n^s f_n^s(\mathbf{r}) \quad , \quad (9)$$

$$f_n^s(\mathbf{r}) = \begin{cases} (l_n / (2A_n^+)) \boldsymbol{\rho}_n^+ & , \quad \mathbf{r} \in T_n^+ & , \\ (l_n / (2A_n^-)) \boldsymbol{\rho}_n^- & , \quad \mathbf{r} \in T_n^- & , \\ 0 & , \quad \text{其他} & , \end{cases} \quad (10)$$

式中变量如图2所示.

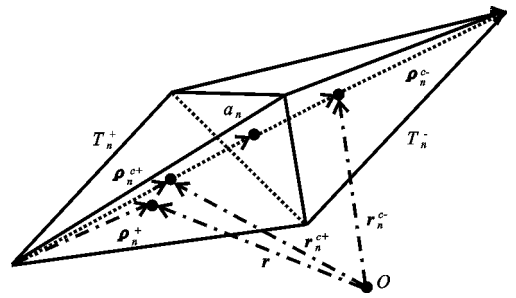


图1 四面体及对应的基函数

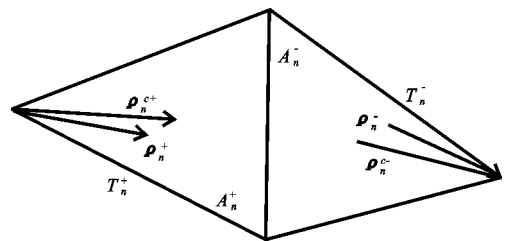


图2 三角形面元矢量基函数

1.3 矩量法方程

当场点位于介质体内时,选用 f_m^v 作为权函数,场点位于金属表面上时,选用 f_m^s 作为权函数,对式(6)两边分别做内积,可得

$$\langle \mathbf{D}(\mathbf{r})/\tilde{\varepsilon}, f_m^v(\mathbf{r}) \rangle + j\omega \langle \mathbf{A}_v(\mathbf{r}), f_m^v(\mathbf{r}) \rangle + \langle \nabla \Phi_v(\mathbf{r}), f_m^v(\mathbf{r}) \rangle + j\omega \langle \mathbf{A}_s(\mathbf{r}), f_m^v(\mathbf{r}) \rangle + \langle \nabla \Phi_s(\mathbf{r}), f_m^v(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{E}^i(\mathbf{r}), f_m^v(\mathbf{r}) \rangle, \quad m = 1, 2, \dots, N_v, \quad \mathbf{r} \in V, \quad (11)$$

式中 N_v 为介质体包含的基函数个数。

$$j\omega \langle \mathbf{A}_v(\mathbf{r}), f_m^s(\mathbf{r}) \rangle + \langle \nabla \Phi_v(\mathbf{r}), f_m^s(\mathbf{r}) \rangle + j\omega \langle \mathbf{A}_s(\mathbf{r}), f_m^s(\mathbf{r}) \rangle + \langle \nabla \Phi_s(\mathbf{r}), f_m^s(\mathbf{r}) \rangle = \langle \mathbf{E}^i(\mathbf{r}), f_m^s(\mathbf{r}) \rangle, \quad m = N_v + 1, N_v + 2, \dots, N_v + N_s, \quad \mathbf{r} \in S, \quad (12)$$

式中 N_s 为金属表面的基函数个数。

用矩阵可表示为如下形式:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{VV} & \mathbf{Z}_{VS} \\ \mathbf{Z}_{SV} & \mathbf{Z}_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_V \\ \mathbf{I}_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{E}_V^i \\ \mathbf{E}_S^i \end{bmatrix}, \quad (13)$$

式中 $\mathbf{Z}_{\alpha\beta}$, α, β 取 V 或 S , 为源点在 β 上,场点在 α 上时形成的阻抗矩阵。 \mathbf{I}_α , α 取 V 或 S , 为介质体对应的电通量的展开系数矩阵和金属结构对应的电流展开系数矩阵。同样 \mathbf{E}_α^i , α 取 V 或 S , 分别为介质体和金属体上的电压矩阵。

2 收敛性讨论

有了阻抗矩阵方程(13)就可求解系数矩阵了。常用的求解方法有高斯消元法和迭代法。由于矩量法在存储量与内存方面的要求,使得这种方法仅限于所分析物体的电尺寸较小的情况。近年来,针对积分方程的快速算法得到了不断的发展。快速算法的计算量和计算机内存需求都远低于矩量法。这些方法包括快速多极子方法^[6](FMM),自适应积分方法^[4](AIM)等,这些算法主要是基于将矩阵—矢量相乘的复杂度降低的思想。为了使这里的方法能与这些快速方法相结合,扩展其应用范围,应采用迭代法来求解阻抗矩阵方程。

由于对介质体采用的是将电通量展开,金属表面采用的是将电流展开,而电流与电通量之间的关系如式(5)所示,所以源点位于介质体内形成的阻抗矩阵 \mathbf{Z}_{VV} , \mathbf{Z}_{SV} 和源点位于金属表面上所形成的阻抗矩阵 \mathbf{Z}_{SV} , \mathbf{Z}_{SS} 相比,多了系数 $j\omega$ 。通常电磁波的频率都比较高,从而造成阻抗元素之间的量级差别较大,致使收敛性变差,甚至不收敛,为了解决这一问题,可将介质体上的基函数展开为如下形式:

$$\tilde{f}_n^v = (-jc)f_n^v, \quad (14)$$

式中 c 为待定系数,可根据实际情况适当选取。这样,阻抗矩阵的性态变好,有助于收敛。当然,由于此处的基函数做了变化,所求得的系数矩阵也需做对应的变化。下面将通过具体例子说明这一操作的有效性,需要注意的是,介质体上的权函数仍取原函数。这里,给出一种较简单的可获得良好收敛效果的确定系数 c 的方法。

$$c = \left| \frac{\sum_{n=1}^M Z_{nn}}{\sum_{m=1}^M Z_{mm}} \right|, \quad m \in [1, N_v], \quad (15)$$

$$n \in [N_v + 1, N_v + 2, \dots, N_v + N_s], \quad M \text{ 为一常数}$$

式中 Z_{mm} 为介质体的自阻抗元素, Z_{nn} 为金属体的自阻抗元素。 $M \geq 10$ 为一常数,表示从阻抗矩阵中任意选取一部分对角元素以确定待定系数 c 。

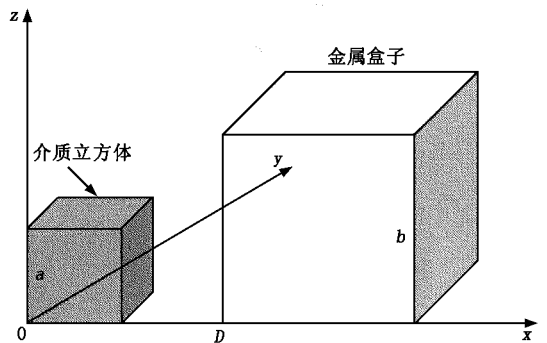


图 3 沿 x 轴并排放置的介质立方体和金属盒子

3 数值结果

例 1 分析一个介质立方体和金属盒子同时存在时的电磁散射特性。设介质立方体边长 $a = 0.5 \text{ m}$, 其介

电常数为 4, 磁导率为 1. 金属立方体边长 $b = 1\text{ m}$, 两者的位置如图 3 所示, D 点坐标为 $(1\text{ m } 0\text{ } 0)$. 分别用面积分方程^[7]和文中的混合积分方程计算了 $f = 300\text{ MHz}$ 的平面波沿 $\theta = 0^\circ$ $\varphi = 0^\circ$ 垂直入射时 $\varphi = 0^\circ$ 面的归一化双站雷达散射截面(RCS)方向图, 结果如图 4 和图 5 所示.

若直接用迭代法广义共轭残量法(GCR)求解阻抗矩阵方程(13), 则收敛很慢, 迭代到 500 次时相对误差仍在 0.01 以上, 而在采用了式(14)所述的处理后, 在迭代到 139 次误差变化就小于 0.001 了. 可见, 文中所述的方法是十分有效的.

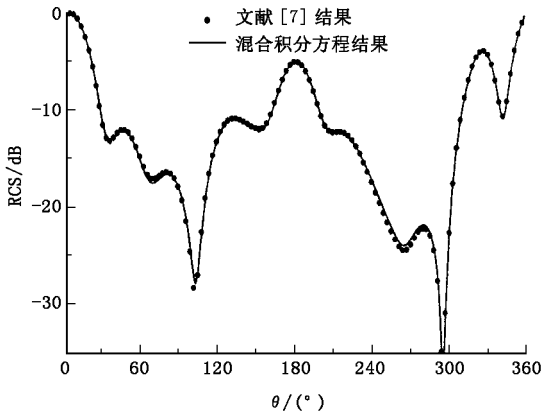


图 4 VV 极化的双站 RCS

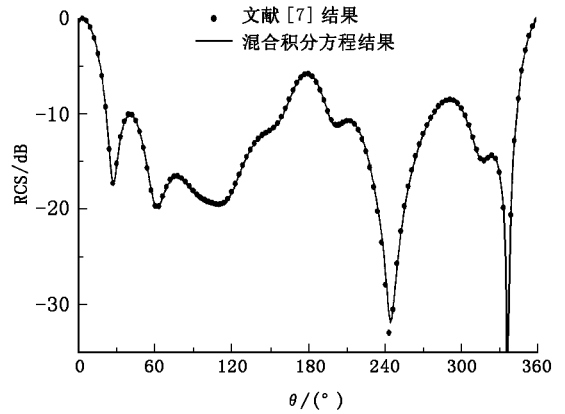


图 5 HH 极化的双站 RCS

例 2 分析一个介质特性变化的立方体和金属平板, 为了更好地说明文中方法对任意结构复杂材料的介电体, 把立方体分成了 5 层, 如图 6 所示, 介质立方体边长为 0.5 m, 沿 z 轴自下而上各层的介电常数分别为 2 3 2 3 2, 磁导率为 1. 金属平板边长为 1 m, 位于 $D(1\text{ m } 0\text{ } 0)$ 处.

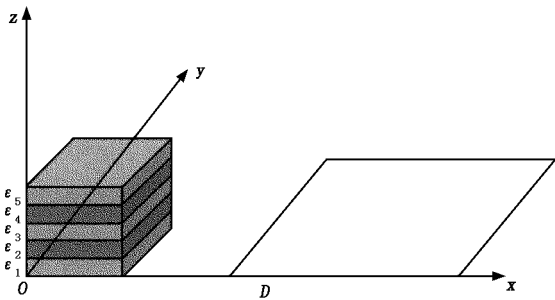


图 6 沿 x 轴并排放置的介质立方体和金属平板

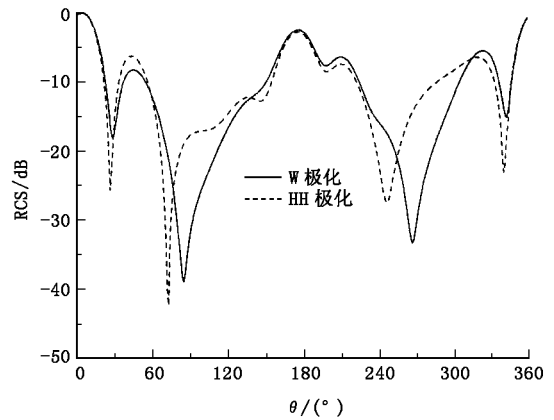


图 7 归一化双站 RCS 方向图

计算了 $f = 300\text{ MHz}$ 的平面波沿 $\theta = 0^\circ$ $\varphi = 0^\circ$ 垂直入射时 $\varphi = 0^\circ$ 面的归一化双站 RCS 方向图, 结果如图 7 所示. 同样, 在此例中, 直接求解阻抗矩阵方程也出现了收敛很慢的情况, 迭代 500 次, 误差仍在 0.04 以上. 而采用了式(14)的处理后, 收敛速度明显提高, 在迭代到 82 次, 误差就已经小于 0.001 了, 从而大大提高了计算的效率.

4 结束语

利用体面混合积分方程对金属介质混合目标的电磁散射特性进行矩量法分析. 对介质部分采用四面体剖分, 金属部分采用三角形面元剖分, 并用矩量法精确分析金属目标和介质目标同时存在时的电磁散射特性. 针对体面混合积分生成的阻抗矩阵的特殊性, 提出了一种有效的方法来改善并加快迭代法求解阻抗矩阵方程时的收敛性. 另外, 该方法可进一步与自适应积分方法、快速多极子等快速算法相结合来分析电尺寸较大的目标.

