

瑞利衰落信道下 FSK 信号的调制分类

鲍丹, 杨绍全, 崔艳鹏

(西安电子科技大学 电子工程学院, 陕西 西安 710071)

摘要: 针对在瑞利慢衰落信道下的 FSK 信号的调制分类问题, 提出一种新的基于统计假设检验理论的调制分类算法, 分别在同步和非同步条件下, 由被高斯白噪声污染的 FSK 信号复包络导出似然函数, 由此得到最优分类器. 理论分析和数值仿真实验结果表明, 在同步、非同步以及存在频偏条件下, 此分类器可有效地解决衰落信道下的 FSK 信号调制分类问题.

关键词: 调制分类; 信道衰落; 解调

中图分类号: TN911.72 文献标识码: A 文章编号: 1001-2400(2006)01-0098-05

Classification of the FSK signal over a rayleigh fading channel

BAO Dan, YANG Shao-quan, CUI Yan-peng

(School of Electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

Abstract: We propose a modulation classifier for M-ary frequency-shift keying (MFSK) signals traveling over a frequency nonselective Rayleigh slow fading channel. This optimal classifier is developed for both synchronous and asynchronous waveforms and is based on likelihood functions which are derived from the complex envelop of the received FSK signals contaminated by the additive white Gaussian noise (AWGN). Simulation experiments under the synchronous, asynchronous and frequency offset conditions are illustrated to validate the theoretical analysis.

Key Words: modulation classification; fading; demodulation

调制类型的自动分类广泛地应用于频谱监督和管理、干扰辨识、军事威胁评估、电子对抗、源辨识等多种领域. 在调制分类的问题中, 其方法分为统计模式识别方法^[1,2], 它首先提取有用的参数, 再进行模式识别; 判决理论方法^[3,4], 主要运用统计假设检验理论.

以往的工作通常不考虑信道衰落, 但实际情况往往是信道存在由于多径引起的衰落, 对于这类信号的调制分类问题就要复杂得多. 这里讨论在频率非选择性瑞利慢衰落信道下的 FSK 信号调制分类问题. 在已有的文献中, Ahmed^[3]提出了一种瑞利衰落信道下的分类器, 但仅在 $SNR \ll 1$ 的条件下近似地给出了似然函数. 笔者首先从理论上完备地给出了瑞利衰落信道下 FSK 信号的似然函数, 在此基础上提出了一种基于统计假设检验的衰落信道 FSK 信号的最优调制分类器, 最后把这一同步分类器推广成异步分类器.

1 问题描述

定义 1 对于给定的接收信号 $r(t)$ $0 \leq t \leq T$, 调制分类器是指能从 C 个可能的调制类型中辨识出 $r(t)$ 的调制类型的系统.

这里主要针对 FSK 信号的调制分类问题. 通常, FSK 信号为

$$\tilde{s}(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \tilde{s}_n(t) p(t - nT_s) \exp(j2\pi f_c t) \right\} \quad (1)$$

其中 $\tilde{s}_n(t) = E^{1/2} \exp(j2\pi f_n t + \theta_n)$ E 是信号能量 f_n 是一系列在 $\{\pm \Delta f/2, \pm 3\Delta f/2, \dots, \pm (M-1)\Delta f/2\}$ 上均匀分布的独立同分布(i. i. d.) 离散随机变量, 其中 $\Delta f = 1/(2T_s)$, M 对应于 MFSK 是符号集大小, θ_n 是在 $[0, 2\pi)$ 上均匀分布的一系列 i. i. d. 连续随机变量. 观测周期 $T = NT_s$, T_s 是符号周期, N 是观测符号个数. $p(t)$ 是脉冲形状函数, 通常是宽度为 T_s 的单位脉冲. 带宽定义为 $B = M \Delta f$.

在频率非选择性慢衰落信道下, 接收机接收信号的复包络可表示为

$$\tilde{r}(t) = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\tau_n) \tilde{s}_n(t) p(t - nT_s - \varepsilon T_s) + \tilde{u}(t) \quad (2)$$

其中 $\tilde{u}(t)$ 是双边功率谱为 $N_0/2$ 的复高斯白噪声, ε 是归一化初相参数, 由于定时偏差引起, 它是在域 $(0, 1)$ 上的连续随机变量. A_n 和 τ_n 是表示衰落现象, 假定衰落足够慢使得衰落参数 $A_n \exp(j\tau_n)$ 在一个符号周期内恒定. A_n 服从瑞利分布, 其概率密度函数为

$$P_A(x) = (2x/\Omega) \exp(-x^2/\Omega) \quad , \quad x, \Omega > 0 \quad (3)$$

其中 $\Omega = E(x^2)$ 是变量 x 的均方值. 参数 τ_n 服从均匀分布:

$$P_\tau = 1/(2\pi) \quad , \quad 0 \leq \tau < 2\pi \quad (4)$$

调制分类可表示成统计假设检验问题, 这里只考虑两个假设的情况, 但其结果能很容易推广到多假设情况. 调制分类问题可表示如下假设:

$$\tilde{r}(t) = \begin{cases} \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\tau_n) \tilde{s}_n^{(0)}(t) p(t - nT_s^{(0)} - \varepsilon T_s^{(0)}) + \tilde{u}(t) & (H_0) \\ \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\tau_n) \tilde{s}_n^{(1)}(t) p(t - nT_s^{(1)} - \varepsilon T_s^{(1)}) + \tilde{u}(t) & (H_1) \end{cases} \quad (5)$$

因为在这里只讨论 FSK 信号, 所以信号 $\tilde{s}_n^{(l)}$ 假定为 M_l FSK 调制方式 $l = 0, 1$. 当超过某个阈值时 H_1 (M_1 FSK) 为真, 否则 H_0 (M_0 FSK) 为真. 不失一般性, 假定这两个假设有相同的可能性, 并且 $M_0 < M_1$.

2 分类器数学表示

首先推导同步情况下的分类器, 也就是假定 MFSK 信号进行了很好的符号定时估计即 $\varepsilon = 0$. 根据以上的描述, 考虑到随机变量 $\theta_n, \tau_n, A_n, f_n$, 似然函数(LF)可表示为

$$\begin{aligned} \Lambda[\tilde{r}(t); \theta_n, \tau_n, A_n, f_n] = & \exp \left\{ -\frac{1}{N_0} \left[\int_0^{NT_s} \left| \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\tau_n) \tilde{s}_n(t) p(t - nT_s) \right|^2 dt - \right. \right. \\ & \left. \left. 2 \operatorname{Re} \left[\int_0^{NT_s} \tilde{r}(t) \left(\sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp(j\tau_n) \tilde{s}_n(t) p(t - nT_s) \right)^* dt \right] \right] \right\} \quad (6) \end{aligned}$$

然后把 $\tilde{s}_n(t) = E^{1/2} \exp(j2\pi f_n t + \theta_n)$ 代入式(6)并进行简化得到

$$\begin{aligned} \Lambda[\tilde{r}(t); \theta_n, \tau_n, A_n, f_n] = & \exp \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \left[-\frac{1}{N_0} A_n^2 E T_s + \frac{2}{N_0} \operatorname{Re} \left(A_n E^{1/2} \exp(-j\theta_n) \exp(-j\tau_n) \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \tilde{r}(t) \exp(-j2\pi f_n t) dt \right) \right] \right\} = \\ & \exp \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} \left[-\frac{1}{N_0} A_n^2 E T_s + 2 A_n \left(\frac{E T_s}{N_0} \right)^{1/2} |F(f_n)| \cos(\phi_n - \theta_n - \tau_n) \right] \right\} \quad (7) \end{aligned}$$

其中 $F(f_n) = (N_0 T_s)^{-1/2} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \tilde{r}(t) \exp(-j2\pi f_n t) dt = |F(f_n)| \exp(j\phi_n)$ 是接收信号 $\tilde{r}(t)$ 在第 n 个符号周期上的归一化傅里叶变换, ϕ_n 是其相位. 对式(7)中相位 τ 求期望, 根据文[6]得

$$\Lambda[\tilde{r}(t); \theta_n, A_n, f_n] = \prod_{n=0}^{N-1} \exp \left(-\frac{E T_s A_n^2}{N_0} \right) \int_0^{2\pi} \frac{1}{2\pi} \exp \left\{ 2 A \left(\frac{E T_s}{N_0} \right)^{1/2} |F(f_n)| \cos(\phi - \tau - \theta) \right\} d\tau =$$

$$\prod_{n=0}^{N-1} \exp\left(-\frac{ET_s A_n^2}{N_0}\right) I_0\left(2A\left(\frac{ET_s}{N_0}\right)^{1/2} |F(f_n)|\right),$$

其中 $I_0(\cdot)$ 是第一类零阶虚自变量贝塞尔函数, 注意到所得的结果与 θ_n, ϕ_n 无关, 故

$$\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); A_n, f_n] = \mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); \theta_n, A_n, f_n].$$

然后对幅度 A 求期望, 由于 A 呈 Rayleigh 分布, 得

$$\begin{aligned} \mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); f_n] &= \prod_{n=0}^{N-1} \int_0^{+\infty} \frac{2x}{\Omega} \exp\left(-\frac{x^2}{\Omega}\right) \exp\left(-\frac{ET_s x^2}{N_0}\right) I_0\left(2x\left(\frac{ET_s}{N_0}\right)^{1/2} |F(f_n)|\right) dx = \\ &= \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{ET_s \Omega / N_0 + 1} \exp\left\{\frac{ET_s \Omega / N_0}{ET_s \Omega / N_0 + 1} |F(f_n)|^2\right\} = \\ &= \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\gamma + 1} \exp\left\{\frac{\gamma}{\gamma + 1} |F(f_n)|^2\right\}, \end{aligned}$$

其中 $\gamma = ET_s \Omega / N_0$ 是平均符号信噪比, 接下来对离散随机变量 f_n 求期望:

$$\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t)] = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\gamma + 1} \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \frac{1}{M} \exp\left\{\frac{\gamma}{\gamma + 1} |F_{n,m}|^2\right\}, \quad (8)$$

其中 $F_{n,m} = (N_0 T_s)^{-1/2} \int_{nT_s}^{(n+1)T_s} \tilde{\chi}(t) \exp(-j2\pi((2m-1)/(4T_s)t)) dt$ 是接收信号 $\tilde{\chi}(n)$ 在第 n 个符号周期第 m 个频率点上的归一化傅里叶变换, 由此得到瑞利衰落信道的 FSK 信号的 LF.

最后得到对数似然函数(LLF)为

$$\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t)] = -N \ln(\gamma + 1) + \sum_{n=0}^{N-1} \ln \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \frac{1}{M} \exp\left\{\frac{\gamma}{\gamma + 1} |F_{n,m}|^2\right\}. \quad (9)$$

两假设检验理论提出最优分类器可由 H_1 和 H_0 假设下的似然函数的比值得到^[4], 由以上假设和 LLF 可导出统计假设检验的判决规则, 从而得到一个最优的 MFSK 同步分类器为

$$\begin{aligned} &-N \ln(\gamma^{(1)} + 1) + \sum_{n=0}^{N-1} \ln \sum_{m=-M^{(1)}/2+1}^{M^{(1)}/2} \frac{1}{M^{(1)}} \exp\left[\frac{\gamma^{(1)}}{\gamma^{(1)} + 1} |F_{n,m}^{(1)}|^2\right] - \\ &\left\{-N \ln(\gamma^{(0)} + 1) + \sum_{n=0}^{N-1} \ln \sum_{m=-M^{(0)}/2+1}^{M^{(0)}/2} \frac{1}{M^{(0)}} \exp\left[\frac{\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)} + 1} |F_{n,m}^{(0)}|^2\right]\right\}_{H_0}^{H_1} \geq \eta, \quad (10) \end{aligned}$$

其中 $F_{n,m}^{(l)} = (N_0 T_s^{(l)})^{-1/2} \int_{nT_s^{(l)}}^{(n+1)T_s^{(l)}} \tilde{\chi}(t) \exp(-j2\pi((2m-1)/(4T_s^{(l)})t)) dt$, $l=0, 1$, $T_s^{(l)}$ 是假设 l 下的符号周期, $\gamma^{(l)} = ET_s^{(l)} \Omega / N_0$ 是在假设 l 下的平均符号信噪比, η 是一个阈值, 通常可取为 0. 于是同步分类器详细分类步骤为: 1) 假设接收信号 $\tilde{\chi}(t)$ 是 M_1 FSK; 2) 在同步的符号周期内, 在 M_1 FSK 预定的频率上对 $\tilde{\chi}(t)$ 进行傅里叶变换; 3) 按照式(9)计算假设接收信号 $\tilde{\chi}(t)$ 为 M_1 FSK 时的 LLF; 4) 再假设接收信号 $\tilde{\chi}(t)$ 是 M_0 FSK, 同样进行 LLF 的计算; 5) 由式(10)当 η 超过阈值则 $\tilde{\chi}(t)$ 是 M_1 FSK, 否则为 M_0 FSK.

上面讨论了同步情况下的 MSFK 分类器, 这是建立在符号同步时间已知的假设下, 下面将把同步分类推广到异步的情况, 也就是符号同步未知的条件下, 导出 MFSK 异步分类器. 这时 ε 成为一个随机变量, 它存在的情况下, LF 变成:

$$\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); \varepsilon] = \prod_{n=0}^{N-1} \frac{1}{\gamma + 1} \sum_{m=-M/2+1}^{M/2} \frac{1}{M} \exp\left\{\frac{\gamma}{\gamma + 1} |F_{n,m}(\varepsilon)|^2\right\}, \quad (11)$$

其中 $F_{n,m}(\varepsilon) = (N_0 T_s)^{-1/2} \int_{(n+\varepsilon)T_s}^{(n+1+\varepsilon)T_s} \tilde{\chi}(t) \exp(-j2\pi((2m-1)/(4T_s)t)) dt$, 把 $\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); \varepsilon]$ 对 ε 在 $[0, 1)$ 上求期望, 得到似然函数 $\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t)] = \int_0^1 \mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); \varepsilon] d\varepsilon$, 由于这个积分不能得到封闭解, 可把它变成一个有限和, 由此得到

$$\mathcal{A}[\tilde{\chi}(t)] \approx \sum_{k=0}^{K-1} \mathcal{A}[\tilde{\chi}(t); \varepsilon_k], \quad (12)$$

其中 $\varepsilon_k = k/K$, $k=0, \dots, K-1$, K 对初相变化范围的量化数, 于是得到 MFSK 异步分类器:

$$\ln \left\{ \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \exp \left\{ -N \ln(\gamma^{(1)} + 1) + \sum_{n=0}^{N-1} \ln \sum_{m=-M^{(1)}/2+1}^{M^{(1)}/2} \frac{1}{M^{(1)}} \exp \left[|F_{n,m}^{(1)}(\varepsilon_k)|^2 \frac{\gamma^{(1)}}{\gamma^{(1)} + 1} \right] \right\} \right\} - \ln \left\{ \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} \exp \left\{ -N \ln(\gamma^{(0)} + 1) + \sum_{n=0}^{N-1} \ln \sum_{m=-M^{(0)}/2+1}^{M^{(0)}/2} \frac{1}{M^{(0)}} \exp \left[|F_{n,m}^{(0)}(\varepsilon_k)|^2 \frac{\gamma^{(0)}}{\gamma^{(0)} + 1} \right] \right\} \right\} \stackrel{H_1}{\underset{H_0}{\geq}} \eta \quad (13)$$

对 K 的选取直接关系到分类器的计算负荷. 异步分类器详细分类步骤与同步时相似, 所不同的是由于无符号同步, 初始时刻 $t = 0$ 并不一定是符号起始时刻, 于是需要取 $t = 0, 1/(KT_s), \dots, (K-1)/(KT_s)$ 为初始时刻分别进行 LLF 计算, 然后取其平均值, 如式 (12) 所示, 最后才能得到判决结果(中间步骤与同步时相同).

3 仿真结果

通过 Monte Carlo 仿真实验来分析所提出算法的性能. 定义待分类信号集合为 $M_0 = 4$ (QFSK), $T_{s0} = 0.02 \text{ ms}$, $\Delta f_0 = 25 \text{ kHz}$, $B_0 = 100 \text{ kHz}$, $M_1 = 2$ (BFSK), $T_{s1} = 0.02 \text{ ms}$, $\Delta f_1 = 25 \text{ kHz}$, $B_1 = 50 \text{ kHz}$, $f_c = 250 \text{ kHz}$. 分类器的性能通过正确分类概率 P_c 来表达,

$$P_c = (P[H_0 | H_0] + P[H_1 | H_1]) / 2 \quad (14)$$

其中 $P[H_l | H_l], l = 0, 1$ 是当发送信号为 H_l (M_lFSK) 时分类结果为 H_l 的概率.

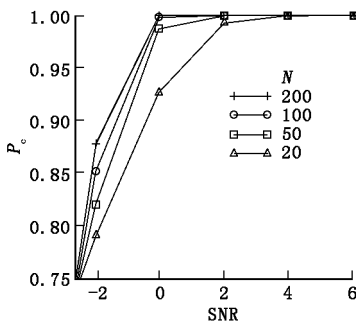


图 1 不同 N 下分类正确率

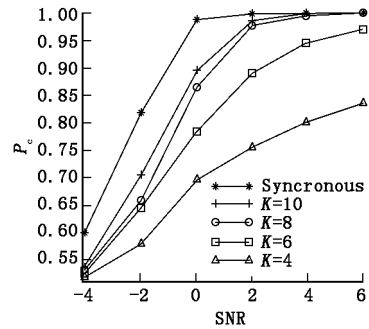


图 2 不同 K 下分类正确率

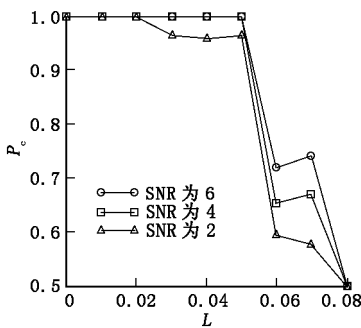


图 3 存在频率偏差下分类正确率

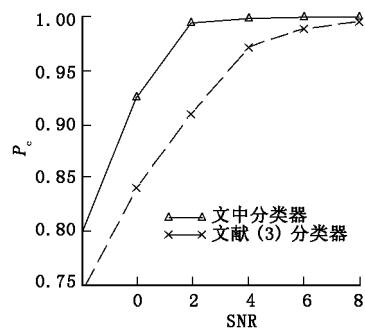


图 4 与已有算法比较

图中 $SNR = EQ/N_0$ 定义为平均信噪比. 在同步情况下, 也就是假设准确地知道符号同步时间, 对于不同的观测符号个数 N , 不同信噪比下分类正确率实验结果如图 1 所示. 可看到随着 N 的增大, 分类正确率提高, 但当 N 足够大 ($N > 50$) 时性能提升逐渐变得不明显, 所以在实际中考虑到计算负荷应选取适当的 N .

图 2 是在异步即未对符号同步进行估计情况下的分类性能图, 同时为了比较, 同步时的分类性能也画在图上, 此时 $N = 50$. 由图 2 可看出, 随着量化数 K 的增大, 分类正确率也随之提高, 并且同步和异步的差距也慢慢减小. 可看到同步分类器性能是异步分类器性能的上界, 因为此时同步分类器完全知道符号同步时间. 当 K 大于某个值 ($K > 8$) 时异步分类器性能的提高变得不明显, 因为 K 的大小影响计算负荷, 所以要在性能和计算复杂度之间折中地选取 K 值.

图 3 是存在频率偏差时, 异步分类器的性能仿真, 其中 $L = (f'_c - f_c) / B_l, l = 0, 1, f'_c$ 是对载频的估计. 可

看到在一定的载频估计偏差存在时,异步分类器仍然有着比较好的性能,但随着载频偏差的进一步增大,其性能下降很快。

图4是文中同步分类器与文[3]中同步分类器式(14)在不同信噪比下分类性能的仿真结果比较,此时 $N=20$ 。需要说明的是文[3]中分类器阈值 η 依赖于实验结果,不能随便选取为0,而其作者并未作进一步讨论。

4 结束语

针对瑞利衰落信道下的MFSK信号分类问题,基于统计假设检验,首先在理论上导出了完备的对数似然函数,并由此给出了衰落信道MFSK信号的最优同步和异步分类器,仿真实验表明在没有符号同步先验知识的情况下,合适的量化数 K 使得分类器对衰落信道MFSK信号的分类有很好的性能,同时当存在一定的频偏的情况下,也能给出很高的分类正确率,数值实验验证了从理论上得出的最优分类器。

参考文献:

- [1] Swami A, Sadler B M. Hierarchical Digital Modulation Classification Using Cumulants[J]. IEEE Trans on Communications, 2000, 48(3):416-429.
- [2] Chen Weidong, Yang Shaoquan. Classification of MPSK Signals Using Cumulant Invariants[J]. Journal of Xidian University, 2002, 29(2):229-232.
- [3] El-Mahdy A E, Namazi N M. Classification of Multiple M-ary Frequency-Shift Keying Signals Over a Rayleigh Fading Channel [J]. IEEE Trans on Communications, 2002, 50(6):967-974.
- [4] Beidas B F, Weber C L. Asynchronous Classification of MFSK Signals Using the Higher Order Correlation Domain[J]. IEEE Trans on Communications, 1998, 46(4):480-493.
- [5] Wei W, Mendel J M. Maximum-Likelihood Classification for Digital Amplitude-Phase Modulations[J]. IEEE Trans on Communications, 2000, 48(2):189-193.
- [6] Gradshteyn I S, Ryzhik I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. New York: Academic Press, 1980.

(编辑:齐淑娟)

(上接第88页)

- [6] Prechelt L, Typke R. An Interface for Melody Input[J]. ACM Trans on Computer-Human Interaction, 2001, 8(2):133-149.
- [7] Blackburn S G. Content Based Retrieval and Navigation of Music Using Melodic Pitch Contours[D]. Southampton: University of Southampton, 2000.
- [8] Birmingham W P, Dannenberg R B, Wakefield G H, et al. MUSART: Music Retrieval Via Aural Queries[A]. Proc ISMIR2001[C]. Bloomington: ISMIR, 2001. 73-81.
- [9] Dannenberg R B, Birmingham W P, Tzanetakis G, et al. The MUSART Testbed for Query-by-Humming Evaluation[J]. Computer Music Journal, 2004, 28(2):34-48.
- [10] Chai Wei. Melody Retrieval on the Web[D]. Cambridge: MIT, 2001.
- [11] 李重光. 音乐理论基础[M]. 北京:人民音乐出版社, 1963.
- [12] Sonoda T, Muraoka Y. A WWW-Based Melody Retrieval System—an Indexing Method for a Large Database[A]. Proc ICMC2000[C]. Berlin: ICMA, 2000. 170-173.
- [13] Kim Y, Chai W, Garcia R, et al. Analysis of a Contour-based Representation for Melody[EB/OL]. www.media.mit/~chaiwei/papers/kim.pdf, 2005-03-12.
- [14] Kosugi N, Nishihara Y, Sakata T, et al. A Practical Query-By-Humming System for a Large Music Database[A]. Proc of the 8th ACM International Conference on Multimedia[C]. Marina del Rey: ACM Press, 2000. 333-342.
- [15] 汪培庄, 韩立岩. 应用模糊数学[M]. 北京:北京经济学院出版社, 1989.
- [16] Shi Jun, Chang Yilin. Overview of Image Retrieval[J]. Journal of Xidian University, 2003, 30(4):486-491.

(编辑:郭华)

