

辽宁四季降水量概率分布特征分析

张运福 (辽宁省气候资料室 110015)

1 引言

辽宁省地处温带季风气候区, 地形复杂多样, 降水量的时间变化和空间变化都很大。在过去几十年中, 辽宁省气象工作者曾围绕着降水量的时空变化特征问题进行了大量的研究。但大部分的研究往往只着眼于降水量的地理分布、降水变率情况、旱涝规律、降水量的长期演变特征及未来发展趋势, 相比之下, 对降水量概率分布特征则研究甚少。

分析降水量的概率分布特征, 不仅具有气候理论意义, 而且具有重要的实际应用价值。例如, 在划分旱涝等级、估算降水量各级保证率时, 就是以降水量的概率分布模式为基础的。只是实际工作中人们往往忽视这一点, 而随意或自觉不自觉地假定降水量服从某种概率分布罢了。

不同时段的降水量, 其概率分布模式可能不同。本文以季为时段, 分析全省四季降水量的概率分布特征。

2 资料来源

本文所用降水资料取自辽宁省气候中心的30年整编数据文件。资料年代为1961~1990年。选取全省分析站点52个。各季降水量定义为:

春季: 3~5月逐月降水量和; 夏季: 6~8月逐月降水量和; 秋季: 9~11月逐月降水量和; 冬季: 12~2月逐月降水量和。

3 拟合概率分布模式及参数估计

假定 $x_1, x_2 \dots x_n$ 为季降水量观测值, n 为观测年代。

3.1 正态分布

正态分布密度示意曲线见图1。

其数学表达式为:

$$f(x; \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}\right] \quad (1)$$

式中, 参数 μ 和 σ 的估计为:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2)$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (3)$$

其中, \bar{x} 为 $\{x_i\}$ 的平均值, 这里 $\bar{x} = \hat{\mu}$ 。

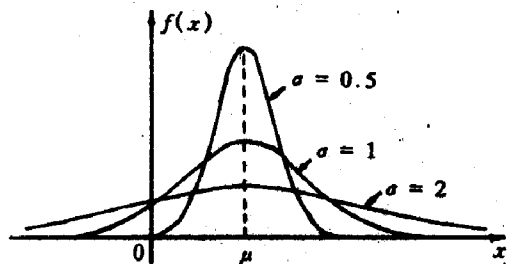


图1 正态分布密度曲线示意图

3.2 伽玛分布

伽玛分布密度示意曲线见图2。

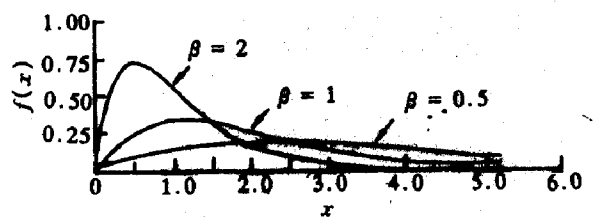


图2 伽玛分布密度曲线示意图

其数学表达式为:

$$f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{(x/\beta)^{\alpha-1} \exp(-x/\beta)}{\beta \Gamma(\alpha)} & x > 0 \\ 0 & x \leq 0 \end{cases} \quad (4)$$

式(4), $\alpha > 0, \beta > 0$, 分别为伽玛分布的形状和尺度参数; $\Gamma(\alpha)$ 是 Gamma 函数。

用极大似然法来估计 α 和 β_0 极大似然方程为:

$$\begin{cases} \bar{x}/\hat{\beta} - \hat{\alpha} = 0 & (5) \\ \ln \hat{\beta} + \psi(\hat{\alpha}) - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0 & (6) \end{cases}$$

其中, $\psi(\hat{\alpha}) = d \ln \Gamma(\hat{\alpha}) / d \hat{\alpha}$, 称为双 Γ (Digamma) 函数。

式(5)取对数, 并代入式(6), 可求得

$$\ln \hat{\alpha} - \psi(\hat{\alpha}) = \ln \bar{x} / \bar{x}_g \quad (7)$$

式(7)中, $\bar{x}_g = (\prod_{i=1}^n x_i)^{1/n}$ 。

由此可见, 求解上述似然方程的关键是 $x(\hat{\alpha})$ 的确定。

Norland 给出双 Γ 函数的一个渐近表示式:

$$\psi(\hat{\alpha}) = \ln \hat{\alpha} - \frac{1}{2\hat{\alpha}} - \sum_{i=1}^m \frac{(-1)^{i-1} B_i}{2i\hat{\alpha}^{2i}} + R_m \quad (8)$$

式(8) B_i 是贝努里数: $B_1 = \frac{1}{6}, B_2 = \frac{1}{30}, \dots$, 而 R_m 是 m 项以后的余式。

在式(8)中, 令 $m=1$, 则变为

$$\psi(\hat{\alpha}) \approx \ln \hat{\alpha} - \frac{1}{2\hat{\alpha}} - \frac{1}{12\hat{\alpha}^2} \quad (9)$$

式(9)代入式(7), 由式(7)和式(5), 得 $\hat{\alpha}$ 和 $\hat{\beta}$ 的估计式:

$$\hat{\alpha} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4A/3}}{4A} \quad (10)$$

$$\hat{\beta} = \hat{\alpha} / \bar{x} \quad (11)$$

其中, $A = \ln \bar{x} - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln x_i$

但实际应用中, 上述估计式在 α 较小时误差大。Lawless(1982)则对上述(10)式加以改进, 得到

$$\hat{\alpha} = \begin{cases} (0.5000876 + 0.1648852A - 0.0544274A^2) / A & 0 < A \leq 0.5772 \\ \frac{8.898919 + 9.0599050A + 0.9775373A^2}{A(17.79728 + 11.968447A + A^2)} & 0.5772 < A \leq 17.0 \end{cases}$$

$$\hat{\beta} = \bar{x} / \hat{\alpha} \quad (12)$$

4 四季降水量概率分布特征

拟合气象要素的理论分布, 通常必须对假定的分布模式的拟合效果进行统计检验, 以便肯定假定模式的可靠程度。本文采用 χ^2 拟合优度检验法对全部站点各季降水量假定分布与

实际样本频率分布做统计检验, 信度水平定为 $\alpha=0.05$ 。

正态分布是最常见, 最方便的一种概率分布模式。为此, 本文首先对辽宁省 52 个站点各季降水量的总体分布形式做正态分布假设检验, 然后, 再对各站不遵从正态分布的季降水量做伽玛分布统计检验。在此基础上, 分析辽宁省各季降水量概率分布的特征。

4.1 春季

全省除极个别站点(凌源、锦西、营口、宽甸)外, 其余各站的春季降水量概率分布均可用正态分布模式拟合。对上述不服从正态分布的 4 站进行伽玛分布统计检验, 发现凌源、营口、宽甸 3 站的降水量遵从伽玛分布。只有锦西的春季降水量既不服从正态分布, 也不遵从伽玛分布。

4.2 夏季

夏季降水量服从正态分布的站点也占绝大多数。但不能用正态分布模式拟合的站点较春季多, 共有 6 个(建平、锦州、黑山、抚顺、本溪、本溪小市)。在这 6 个站中, 本溪、本溪小市的夏季降水量遵从伽玛分布, 其余 4 站未通过伽玛分布假设检验。

4.3 秋季

同春、夏两季一样, 辽宁省绝大部分地区秋季降水量概率分布能用正态分布模式拟合。在非正态分布的站点中, 长海、建昌、绥中 3 站的降水量通过了伽玛分布假设检验, 而其他站(黑山、大石桥、复州城、皮口、兴城)未能通过检验。

4.4 冬季

辽宁省冬季降水量概率分布情况如图 3 所示。中部、东部、辽南大部、西北部(建平、叶柏寿、凌源), 辽西走廊的锦州、绥中 2 站服从正态分布, 辽北的彰武、康平及辽西的绝大部分地区均可用伽玛分布模式拟合其冬季降水量。只有喀左、大连 2 站的冬季降水量没能通过正态或伽玛分布假设检验。

4.5 正态化处理

从以上分析可知, 无论哪一季, 都有个别站点的降水量通不过正态或伽玛分布统计检

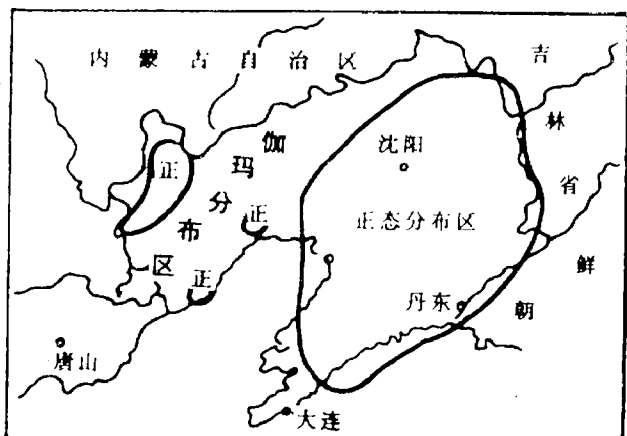


图3 冬季降水量概率分布情况

附表 季降水量正态化处理的检验结果

项目	建平 夏季	喀左 冬季	锦州 夏季	兴城 秋季	黑山 夏季	黑山 秋季	大石桥 秋季	复州城 秋季	皮口 秋季	大连 冬季	抚顺 夏季	锦西 春季
平方根	×	✓	✓	×	✓	✓	✓	✓	×	×	✓	✓
立方根	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

注：×表示通不过正态检验，✓表示通过正态检验

同一地点的不同季节，概率模式也不尽相同。

5.2 用正态和伽玛分布可模拟我省绝大多数站点的季降水量分布。

5.3 春、夏、秋季降水量遵从正态分布的站点较冬季多。

5.4 四季均通过正态分布假设检验的站点，中部和东部地区较西部地区多。

5.5 降水量是比较复杂的气候要素，本文对于不服从正态或伽玛分布的季降水量做了正态化处理，检验其变换后序列的正态性。但这些降水量本身的频数分布是否服从其他分布模

式。对于这些降水量，本文分别用平方根法和立方根法进行处理，然后检验其变换后序列的正态性。检验结果见附表。

由附表中可见，在12个降水量序列中，有8个经平方根处理后通过了正态分布假设检验，经立方根处理后，全部通过了正态检验。说明对于季降水量的正态化处理来说，立方根法优于平方根法。

5 结语

5.1 模拟季降水量的概率分布模式要因地制宜而异。不同的地点，概率模式可能有差别；

式，还有待于今后进一步的研究。

6 参考文献

- 1 么忱生. 气候统计学基础. 北京: 科学出版社, 1984
- 2 陈敦隆. 海洋科学研究中的概率统计方法. 北京: 海洋出版社. 1982
- 3 D. S. Wilks. Estimating monthly and Seasonal precipitation distributions using 30 - and 90 - day outlooks J. Clim atc, 3, 1992
- 4 D. S. Wilks. Maximom likelihood estimation for the gamma distribution using data containing zero. J. Climate, 3, 1990