

# 应用蒙特卡洛法确定节理岩体的 连通率和综合抗剪强度指标\*

汪小刚 陈祖煜

(水利水电科学研究院 北京 100036)

刘文松

(能源部水利部昆明勘测设计院 昆明 650033)

**摘要** 本文提出了一种确定节理岩体连通率和岩体综合抗剪强度指标的新方法。该方法对传统的连通率的概念作了扩充,将连通率的确定归结为在岩体结构面网络图中寻找节理面和岩桥组合破坏路径的问题。在连通率的确定过程中,考虑了节理和岩桥的组合破坏机制,并应用动态规划原理,基本解决了岩体中存在多组节理面情况下的连通率确定问题,所得成果在漫湾电站左岸边坡稳定分析研究中获得了成功的应用。

**关键词:** 节理岩体, 岩桥, 节理连通率, 蒙特卡洛法, 综合抗剪强度。

## 1 前言

存在于自然界中的岩体,通常都包含有大量呈随机分布的节理面。当岩体受剪破坏时,滑裂面一部分通过这些节理面,一部分通过这些节理面之间的完整岩石——通称“岩桥”。确定由节理和岩桥共同提供的岩体综合抗剪强度,始终是工程界广泛关注的问题。与这个问题密切相关的,就是确定节理岩体连通率的问题。

由于岩体中节理面的分布情况极为复杂,早期的研究认为确定连通率几乎是不可能的,因此 Hock 和 Bray<sup>[1]</sup> 曾建议简单地将连通率取为 100%。近年来,随着计算机科学的发展,在岩石力学领域内,逐渐形成了一个应用蒙特卡洛法产生节理岩体的模拟网络,进而在此模拟网络上研究其力学特性的学科。Einstein 等<sup>[2]</sup>、黄建安<sup>[3]</sup>、Zhang<sup>[4]</sup>、和姚家健<sup>[5]</sup> 等人先后就连通率的确定问题作了有益的探讨。但是,这些工作大部分只是从节理组合的几何关系方面来认识连通率,并未深入考虑岩桥和节理组合破坏的内在机制。

本文阐述的方法继承了 Einstein 等在确定连通率方面提出的基本思想,在下述两个方面作出了重要的改进:

(1)对连通率的概念作了扩充,将连通率定义为岩体沿某一剪切方向发生剪切破坏所形

成的破坏路径中节理面所占比例, 即:

$$k = \frac{\sum JL}{\sum JL + \sum RBR} \quad (1)$$

式中  $JL$  和  $RBR$  分别代表在剪切破坏路径上节理面和岩桥的投影长度. 根据这一定义, 连通率  $k$  不仅与节理和岩桥的组合破坏机制有关, 而且是一个随剪切方向变化的各向异性的量.

(2)应用动态规划原理, 在岩体节理网络图中自动搜索出一条沿某一剪切方向提供最小抗剪强度的由节理-岩桥组合所形成的破坏路径. 对这条路径, 按式(1)计算沿该剪切方向的连通率. 这样的分析方法, 不再受 Einstein 方法仅能分析一至二组平行节理面的限制, 更加符合实际情况.

一旦获得了节理岩体沿各剪切方向的连通率, 也就得到了岩体各向异性的综合抗剪强度. 在具体分析岩体节理面分布特征的基础上, 获得这样一个综合抗剪强度指标, 并将其纳入各种传统的岩石力学分析方法中去, 显然可以得到较为合理的成果.

## 2 基本原理的简单回顾

### 2.1 岩桥的破坏机理

在关于岩桥破坏机理的众多研究成果中, Lajtai<sup>[6]</sup>理论受到较为广泛的重视. Lajtai 认为, 随着与剪切方向垂直的法向应力  $\sigma_n$  的大小不同, 岩桥可以发生以下三种破坏形式:

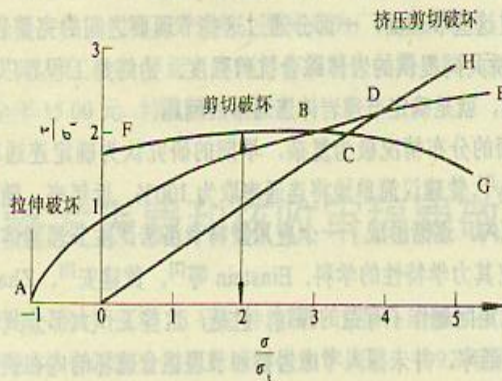


图 1 岩桥破坏的组合抗剪强度包线(Lajtai<sup>[6]</sup>)  
Fig. 1 The compound shear strength envelope of a rock bridge (Lajtai<sup>[6]</sup>)

(1)受拉破坏 当  $\sigma_n$  较小时, 小主应力首先达到岩石的抗拉强度而发生拉伸破坏, 此时:

$$\tau = [\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_n)]^{1/2} \quad (2)$$

式中的  $\sigma_t$  为完整的岩石的抗拉强度 (正值),  $\tau$  为沿着剪切方向的抗剪强度, 发生拉伸破坏的平面与产生强迫剪切的平面之间的夹角  $\theta$  为:

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan(2\tau / \sigma_n) \quad (3)$$

式(2)所代表的  $\sigma_n \sim \tau$  关系如图 1 中的曲线 ABDE 所示.

(2) 剪切破坏 当  $\sigma_n$  相对较大时, 岩体将发生剪切破坏, 此时:

$$\tau = \frac{1}{2} \left[ \frac{(2c_r + \sigma_n \tan \varphi_r)^2}{1 + \tan^2 \varphi_r} - \sigma_n^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4)$$

式中  $c_r$  和  $\varphi_r$  分别为完整岩石的凝聚力和内摩擦角. 式(4)代表的  $\sigma_n \sim \tau$  关系如图 1 中的 FBCG 段所示.

(3) 挤压剪切破坏 当  $\sigma_n$  很大时, 按式 (4) 确定的  $\tau$  比将岩体看作散粒体(堆石料)时发挥的强度还低, 此时:

$$\tau = \sigma_n \tan \varphi_n \quad (5)$$

式中  $\varphi_n$  为堆石料的强度参数. 式 (5) 所代表的  $\tau_n \sim \sigma$  关系如图 1 中的 OCH 段所示.

岩桥抗剪强度曲线取式 (2)、(4) 和 (5) 计算值的组合强度线, 即图 1 中的 ABCDH.

Lajtai<sup>[6]</sup> 在分析大量实际资料的基础上发现: 由受拉破坏过渡到剪切破坏, 相应的  $\sigma_n$  大约在 (2~4)  $\sigma_t$  范围内; 也就是说, 在大多数边坡稳定分析研究中, 可以认为岩桥总是发生受拉破坏.

Einstein 等<sup>[2]</sup> 总结了 Lajtai 的成果, 应用 Griffith 理论中  $\sigma_t = c_r / 2$  的关系<sup>[7]</sup>, 提出了当剪切方向为  $\alpha$ 、岩桥倾角为  $\beta$  (如图 2 所示) 时确定岩桥抗剪能力  $R$  的计算方法.

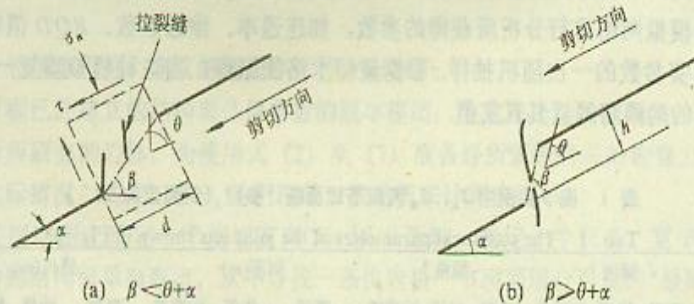


图 2 不同情况下岩桥的抗剪能力 (Einstein, et al.<sup>[2]</sup>)

Fig. 2 The shear strength of a rock bridge under different conditions (Einstein, et al.<sup>[2]</sup>)

(1)当  $\beta < \theta + \alpha$  时(图 2a),

$$R = \tau d \tag{6}$$

$$\tau = \frac{c_r}{2} \sqrt{2(C+1)} \tag{7}$$

式中

$$C = \sigma_n / c_r$$

$d$  为岩桥在剪切方向的投影长度,  $\theta$  按式 (3) 确定或近似地取为  $45^\circ$ ,  $c_r$  为完整岩石抗剪强度中的凝聚力分量. 式 (7) 实际上是式 (2) 的另一种表达形式.

(2) 当  $\beta > \theta + \alpha$  时, 在岩桥处发生直接拉伸破坏, 此时 (图 2b):

$$R = \sigma_t h \tag{8}$$

式中的  $h$  为岩桥垂直于剪切方向的投影长度.

## 2.2 应用蒙特卡洛法建立节理岩体模拟网络的原理

70 年代末至 80 年代初, Hudson 和 Priest<sup>[8-11]</sup> 等人对岩体节理面几何参数的统计特征进行了详细的分析研究, 建立了野外统计节理面几何参数的测线法, 应用该法可以确定某组节理面倾向、倾角、间距、迹长和隙宽的概率密度分布形式和相应的统计参数 (均值和方差). 大量的实际工作经验表明, 节理面的倾向和倾角大多符合均匀或正态分布规律, 而迹长和间距则大多符合负指数或对数正态分布规律.

根据实测资料建立节理面几何参数的概率模型, 应用蒙特卡洛法, 可以在计算机中生成岩体节理面的模拟网络, 这个模拟网络中各组节理面的几何参数与现场节理面分布具有相同的分布概型和统计参数, 因此可以看作是岩体实际节理网络的仿真图象. 生成此模拟网络的具体方法可参见 Priest 和 Samaniego 的著作<sup>[12]</sup>. 图 3 为具有两组节理面的岩体结构面网络图示例, 节理面几何参数的概型和统计参数如表 1 所示.

对这个模拟网络进行分析所获得的参数, 如连通率、渗透系数、 $RQD$  值等, 可以看作是了解真实参数的一次随机抽样. 根据蒙特卡洛法原理, 当这种模拟重复一定数量后, 随机抽样值的均值将逼近其真实值.

表 1 图 3 实例中  $J_A$ 、 $J_B$  两组节理面统计参数 (剖面走向  $90^\circ$ )

Tab. 1 The statistical parameters of the joint sets shown in Fig. 3

节理	倾向 $^\circ$		倾角 $^\circ$			间距(m)			迹长(m)			
	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差
$J_A$	正态	90.0	5.0	均匀	30	6.0	对数正态	1.5	0.7	对数正态	2.0	0.5
$J_B$	均匀	90.0	5.0	正态	60.0	8.0	负指数	1.0	1.0	对数正态	3.25	0.87

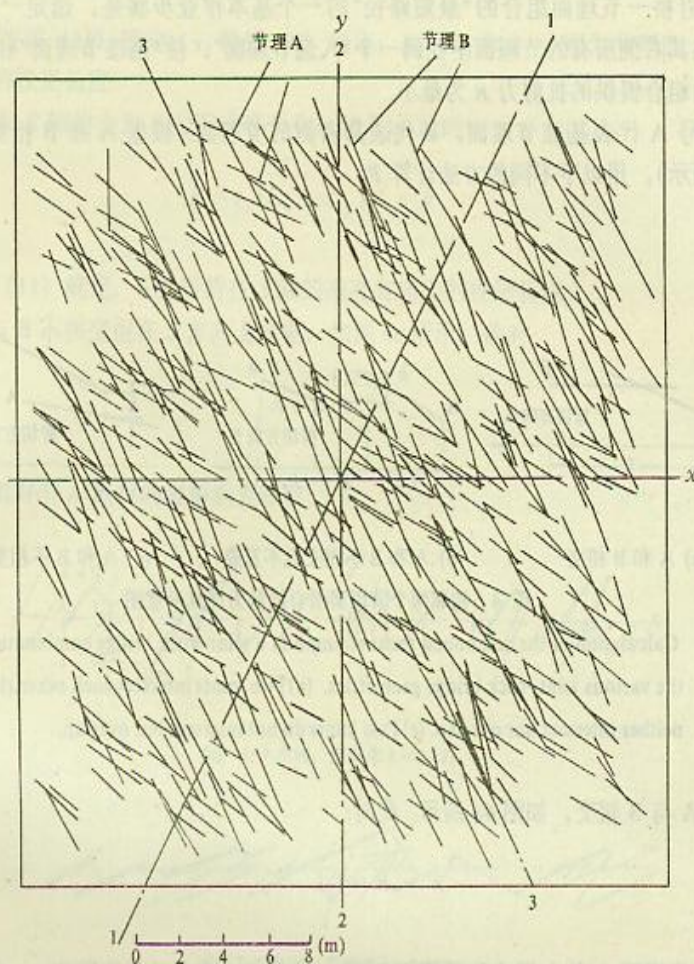


图 3 具有两组节理面的岩体结构面网络图

Fig. 3 A simulated joint network. The geostatistical parameters are presented in Tab. 1

### 3 在模拟网络上计算连通率的方法

基于上述基本理论, 建议的连通率计算方法如下:

- (1) 根据已经建立的结构面几何参数的概率模型, 生成一个结构面网络, 如图 3 所示.
- (2) 对所研究的岩体, 为使用式 (2) 至 (7) 准备好所需的有关的物理力学参数. 同时, 根据实际情况, 确定一个  $\sigma_n$  的平均值, 按此值来计算连通率.
- (3) 在网络图上选定一个剪切方向  $S$ ; 以  $S$  为轴, 确定一个长  $L$ 、宽  $B$  的剪切带, 将这个带中的结构面单独取出, 从中寻找一条由岩桥—节理面组合形成的“最短路径”, 即在相应的  $\sigma_n$  条件下, 提供最小抗剪力  $R$  的那个组合. 宽度  $B$  可取为节理面平均间距的 2~4 倍, 与  $L$  相比  $B$  值很小, 这样, 不同的  $B$  值不致对计算结果产生很大的影响.

寻找岩桥—节理面组合的“最短路径”的一个基本作业步骤是，选定一个“基准节理面”，并在其右侧所有的节理面中找到一个“入选节理面”，使“基准节理面”和此“入选节理面”形成的组合提供的抗剪力  $R$  为最小。

用符号  $A$  代表基准节理面， $B$  代表其右侧的节理面。根据  $A$  和  $B$  相对位置的不同(如图 4 所示)，用以下不同的方法计算  $R$ 。

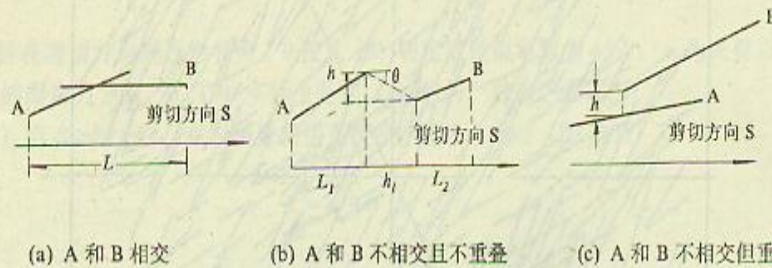


图 4 相邻两个节理面组合抗剪力计算示意图

Fig. 4 Calculation of the compound shear strength of a joint-rock bridge combination based on the various joint-rock bridge geometries. (a)Two joints intersect each other.(b)Two joints neither intersect nor overlap. (c)Two joints do not intersect but overlap.

(1)  $A$  与  $B$  相交，如图 4a 所示。此时：

$$R = \tau_j L \tag{9}$$

式中  $L$  为节理面  $A$  的左端点和节理面  $B$  的右端点在  $S$  轴上的投影距离， $\tau_j$  为节理面的抗剪强度，由现场或室内试验确定：

$$\tau_j = c_j + \sigma_n \tan \varphi_j \tag{10}$$

式中  $c_j$  和  $\varphi_j$  为节理面的抗剪强度参数。若缺乏试验资料时，也可按下述 Barton 公式确定：

$$\tau_j = \sigma_n \tan \left( \varphi_b + JRC \log \frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) \tag{11}$$

式中  $\varphi_b$  为基本摩擦角， $JRC$  为节理面的粗糙度系数， $\sigma_c$  为节理岩体的抗压强度。

(2)  $A$  与  $B$  不相交且不在  $S$  方向上重叠，如图 4b 所示。此时又分成两种情况：

a. 岩桥与  $S$  轴的夹角  $\beta$  小于  $\theta$  ( $\approx 45^\circ$ )，此时：

$$R = \tau_1 (L_1 + L_2) + \tau_2 h_1 \tag{12}$$

式中  $\tau_1$  按式 (11) 确定,  $\tau_2$  按式 (6) 确定,  $L_1$ 、 $L_2$  和  $h_1$  分别为节理面 A、B 和岩桥在  $S$  轴上的投影长度。

b. 岩桥和  $S$  轴的夹角  $\beta$  大于或等于  $\theta(\approx 45^\circ)$ , 此时:

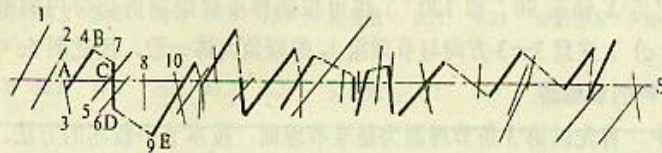
$$R = \tau_i (L_1 + L_2) + \sigma_i h \quad (13)$$

式中  $\tau_i$  按式 (11) 确定,  $h$  为岩桥在  $S$  轴的垂直方向上的投影长度。

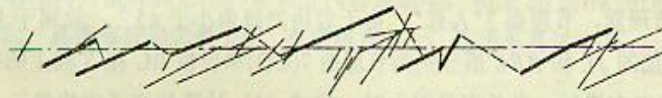
(3) A 与 B 不相交但在  $S$  方向上重叠, 如图 4c 所示, 此时:

$$R = \sigma_i h \quad (14)$$

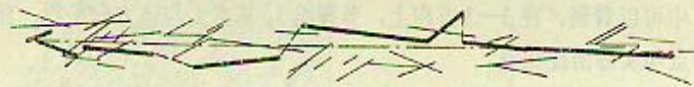
式中  $h$  为 B 相对于 A 最短的岩桥垂直距离。



(a) 1-1 方向, 连通率  $k=0.433$



(b) 2-2 方向, 连通率  $k=0.683$



(c) 3-3 方向, 连通率  $k=0.841$

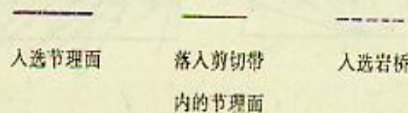


图 5 计算图 3 所示节理网络分别沿三个方向剪切的连通率

Fig 5 Calculating the joint prrsistence ratio along the direction of shear:

(a) 1-1,  $k=0.433$ ; (b) 2-2,  $k=0.68$  (c) 3-3,  $k=0.841$ , as marked in Fig. 3

寻找节理—岩桥组合“最短路径”的具体步骤如下:

(1) 从“剪切带”最左边的一个节理面出发，以该节理面为“基准面”，令该节理面与其右侧的所有节理面逐一组合，计算所形成的  $R$  值，从中找到  $R$  为最小的那个节理面，作为“入选节理面”。

(2) 以该“入选节理面”为基准节理面，在其右侧寻找下一个“入选节理面”，不断重复上述步骤，直至最后一个“入选节理面”的中点坐标超出所定义的剪切带范围为止。

按此步骤获得的节理和它们之间的岩桥所形成的路径，可仍按式(1)计算连通率，此时  $JL$  和  $RBR$  分别为式 (8) 至 (9) 中的  $L$  (或  $L_1+L_2$ ) 和  $h$  (或  $h_1$ )。根据蒙特卡洛原理，还需要不断地形成新的结构面模拟网络，并重复上述步骤，以  $k$  的平均值作为最终值。

现以图 3 的结构面网络为例来说明上述确定连通率的步骤。

如果研究网络图中与  $X$  轴夹角  $60^\circ$  方向 (1-1) 上的连通率，那么，首先以 1-1 为  $S$  轴，定义一个宽度为 1m 的剪切带，将中点位于此剪切带内的结构面单独绘出，如图 5a 所示。并将这些节理面以其左端点的  $S$  座标值为序自小而大编号。对图 3 中的方向 2-2 和 3-3 (分别与  $X$  轴夹  $90^\circ$  和  $120^\circ$ ) 也可按同样步骤绘制剪切带内的节理面网络图 (参见图 5b 和 c)。注意 3-3 方向与节理组  $J_b$  的倾角大体一致，因此图 5c 中有一组基本上与  $S$  方向平行的节理面。

在图 5a 中，首先以第 3 条节理面为基准节理面，按本节中叙述的方法，计算其右侧每一个节理面与 3 组合时所形成的抗剪能力  $R$ 。由于节理面 4 与 3 相交，显然 3 与 4 组合所形成的  $R$  最小，因此 4 入选，此时， $JL$  值为 4 的右端点和 3 的左端点  $S$  轴座标值之差，因 3 与 4 相交，故  $RBR$  为零。下一步，以 4 为基准面，在其右侧寻找与 4 组合构成最小  $R$  值的节理面，节理面 7“入选”，由于岩桥的倾角小于  $45^\circ$ ，故属于上面提到的情况 (2)-a，增加的  $JL$  和  $RBR$  值分别为节理面 7(CD)和岩桥 BC 在  $S$  轴上的投影值。按这样的原则从左向右进行，当长度足够大时，按式 (1) 计算的连通率将趋于一稳定值。由于 1-1 方向与节理组  $J_a$  近于垂直，故此方向连通率很低，仅为 0.433。按同样的方法找到的 2-2 和 3-3 方向上节理与岩桥的组合情况如图 5b 和 c，连通率分别为 0.683 和 0.841。从图 3 中可以看到，在 3-3 方向上，节理组  $J_b$  基本上与该方向平行，所得的连通率最高，这一点与实际情况相符。

对于具有一定连通率的节理岩体，当法向应力远小于完整岩石的抗拉强度时，滑裂面上的综合抗剪强度可按下式计算<sup>[6]</sup>：

$$\tau = [1 - k \sigma_i (\sigma_i + \sigma_n)]^{\frac{1}{2}} + C_k k (c_i \sigma_n \tan \phi_i) \tag{15}$$

或表示为：

$$\tau = (1 - k) [\sigma_i (\sigma_i + \sigma_n)]^{\frac{1}{2}} + C_k k \sigma_n \tan \left( \phi_b + JRC \log \frac{\sigma_c}{\sigma_n} \right) \tag{16}$$

式中  $k$  为沿滑裂面方向的连通率， $C_k$  为节理面强度的发挥系数，其值在区间 (0,1) 内。



### 4 应用实例

本研究工作的成果在漫湾水电站左岸边坡稳定分析中获得了直接应用。该电站左岸因开挖重力坝坝肩的需要, 形成了一个约为 1: 1.1 坡度的边坡。该边坡由中三迭统流纹岩组成。在开挖方向 (NE 75°) 上, 恰好存在一组倾向与之一致的节理面  $J_A$ 。因而, 在 1989 年 1 月 7 日发生了沿该组节理面的滑坡。在滑坡区, 同时还存在另一组反坡向的节理面  $J_B$ 。通过对左岸近 2000 条节理面测线资料的统计分析, 获得了各组节理面几何参数的分布概型和统计参数。表 2 列出了左岸强风化地段内上述两组节理面的相应数据。

表 2 漫湾水电站左岸边坡  $J_A$ 、 $J_B$  两组节理面统计参数

Tab. 2 The statistical parameters of the joint sets of the Manwan Project shown in Fig.6

节理	倾向(°)			倾角(°)			间距(m)			迹长(m)		
	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差	概型	均值	标准差
$J_A$	均匀	251.2	24.0	均匀	54.8	13.9	负指数	0.21	0.21	对数正态	3.36	0.59
$J_B$	均匀	56.6	11.5	正态	65.2	8.3	负指数	0.7	0.7	对数正态	3.40	0.77

依据蒙特卡洛法原理, 产生一个与主滑面走向一致的岩体节理面网络图, 如图 6a 所示。该网络图中的两组节理面具有与表 2 所示的实际节理面相同的统计特征。

按第 3 节叙述的方法计算沿不同剪切方向的连通率, 如图 6b 所示。可以看到, 沿这两组节理面方向, 连通率获局部最大值。在顺坡方向上, 连通率高达 95%。

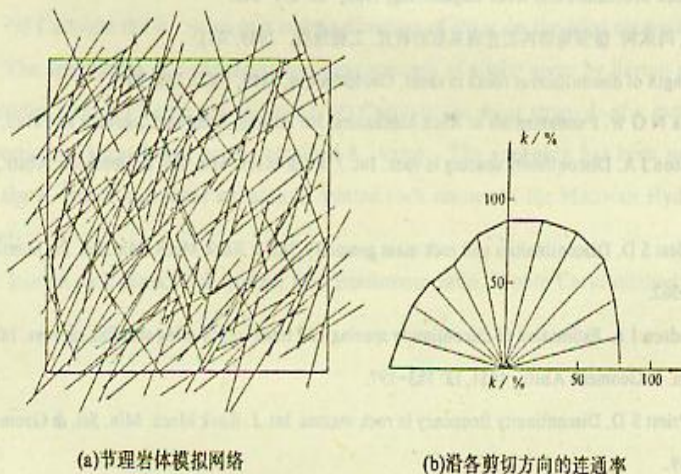


图 6 漫湾水电站左岸强风化岩体结构面网络及其沿各剪切方向的连通率  
 Fig. 6 The joint persistence ratio of the left abutment of the Manwan Project. (a) the simulated joint network; (b) the calculated  $k$  in different shear directions.

表 3 漫湾水电站左岸边坡节理岩体抗剪强度参数研究成果  
Tab. 3 The shear strength parameters obtained by different approaches

岩体 类型	for the left abutment of the Manwan Project									
	设计采用指标		反演分析成果		按一定连通率和节理面强度推算成果			按 Hoek-Brown 经验方法估算结果		
	c(MPa)	$f = \tan\phi$	c(MPa)	$f$	k	c(MPa)	$f$	c(MPa)	$f$	
强风化	0.04	0.40	0.05	0.63	95%	0.07	0.65	0.08	0.61	
弱风化	0.04-0.06	0.40-0.60	0.05	0.76	90%	0.13	0.74	0.10	0.81	

表 3 列出了按式(15)分析获得的左岸岩体的综合抗剪强度指标以及该指标与滑坡反演分析成果和 Hoek-Brown<sup>[12]</sup> 经验方法估算结果的对比情况。可以看到, 有关成果是基本一致的, 并说明在加固设计中采用的抗剪强度指标留有一定的余地, 是可行的。

致谢: 水电科学院吴铭江、汪炜平、周定山和贾志欣以及昆明勘测设计院汤献良、吕亚平等参加了结构面参数的现场测量和统计工作。

### 5 参考文献

- 1 Hoek E, Bray J. Rock Slope Engineering. The Institute of Mining and Metallurgy, London, 1977.
- 2 Einstein H H, Veneziano D, Baecher G B, O'Reilly K J. The effect of discontinuity persistence on rock slope stability. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1983, 20: 227-236.
- 3 黄建安, 王思敬. 断续结构岩体失稳破坏的分离面. 水文工程地质, 1984年第3期.
- 4 Zhang X. A two dimensional model of en-echelon jointed rock masses with multi-discontinuity geometry parameters. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1989, 22: 231-242.
- 5 姚家建, 王秋明, 冯承树. 缓倾角结构面连通系数的研究. 工程地质, 1989, 3(1).
- 6 Lajtai E Z. Strength of discontinuous rocks in shear. Geotechnique, 1969, 19(2): 218-233.
- 7 Jaeger J C, Cook N G W. Fundamentals of Rock Mechanics, 3rd Edition, London: Chapman and Hall, 1979.
- 8 Priest S D, Hudson J A. Discontinuity spacing in rock. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1976, 13: 335-348.
- 9 Hudson J A, Priest S D. Discontinuities and rock mass geometry. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1979, 16: 339-362.
- 10 Priest S D, Hudson J A. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1981, 18: 183-197.
- 11 Hudson J A, Priest S D. Discontinuity frequency in rock masses. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., 1983, 20: 73-89.
- 12 Priest S D, Samaniego J A. A model for the analysis of discontinuity characteristics in two dimensions. Proc. 5th ISRM Congress, Melbourne, Australia, 1983: 199-207.
- 13 Hoek E, Brown E T. The Hoek-Brown failure criterion- 1988 updating. Proc. 15th Canadian Rock Mechanics Symposium, 1988.

## DETERMINATION OF JOINT PERSISTENCE AND SHEAR STRENGTH PARAMETERS OF ROCK MASSES BY MONTE CARLO METHOD

Wang Xiaogang

Chen Zuyu

( *Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power Research, Beijing 100036* )

Liu Wensong

( *Kunming Institute for Exploration and Design, Kunming 650033* )

### Abstract

Rock masses usually contain a number of joint sets. The shear strength of a jointed rock mass therefore depends not only on the discontinuity, but also on the rock bridge which is defined as the intact rock between two joints. An approach for evaluating the shear strength based on a rational determination of the joint persistence ratio  $k$  is presented in this paper. It includes four steps. (1) Find the probability distribution functions and associated statistical parameters of the joints geometry, including the dip, dip angle, spacing and trace length, based on the geological data collected in the field scanline survey. (2) Create a simulated rock joint network by the Monte Carlo method based on the above-mentioned statistical characteristics. (3) Calculate the  $k$  value in a certain direction of shear on the joint network by dynamic programming. The approaches of determining the shear strength of a joint given by Barton and shear strength of a rock bridge given by Lajtai are employed. (4) Calculate the shear strength of a rock mass along that specific direction of shear based on the obtained  $k$  value. The approach has been successfully used in evaluating the  $k$  value and shear strength of jointed rock masses of the Manwan Hydropower development project.

**Key words:** jointed rock mass, rock bridge, joint persistence ratio, Monte Carlo method, compound shear strength.