

# 基于 Huang 变换和 BP 神经网络的时间序列预测方法

陈 莺, 徐 晨, 张维强

CHEN Ying, XU Chen, ZHANG Wei-qiang

深圳大学 智能计算科学研究所, 广东 深圳 518060

Institute of Intelligent Computing Science, Shenzhen University, Shenzhen, Guangdong 518060, China

E-mail: chenying\_0612@163.com

**CHEN Ying XU Chen ZHANG Wei-qiang. Prediction of time series based on Huang transform and BP neural network. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(30): 242-244.**

**Abstract:** Huang transform is a new method for non-stationary signal analysis developed by Norden E. Huang et al in 1998. This paper studies the application of Huang transform to time series. Firstly, the time series are decomposed into a finite and often small number of Intrinsic Mode Functions (IMF) and one Remnant Function (RF). IMF components can reflect every scaling character and RF components can represent the total trend of the origin time series. Secondly, BP neural network is applied to predict IMF and RF. Experiment results illustrate that the new predicting method is better than wavelet analysis with BP neural network and it improves the forecasting accuracy.

**Key words:** Huang transform; BP neural network; time series; prediction

**摘 要:** Huang 变换是近几年发展起来处理非平稳信号的新方法。时间序列同信号一样具有非平稳的特性, 研究了 Huang 变换在时间序列预测中的应用。首先将时间序列通过 Huang 变换分解为有限个固有模态函数和一个残余函数之和, 每一个的固有模态函数反映了时间序列在各个尺度的特征, 而残余函数则很好地反映了时间序列的总体趋势, 然后应用 BP 神经网络对各个固有模态函数和残余函数进行预测, 最后将所有的预测值重构叠加, 就得到原始时间序列的预测值。实例证明, 基于 Huang 变换和 BP 神经网络的时间序列的预测方法, 优于小波变换和神经网络相结合的预测方法, 提高了预测精度。

**关键词:** Huang 变换; BP 神经网络; 时间序列; 预测

**文章编号:** 1002-8331(2007)30-0242-03 **文献标识码:** A **中图分类号:** O29

## 1 引言

非平稳的时间序列指的是均值, 相关函数等的统计量随时间而变化的时间序列。而传统对非平稳时间序列的处理方法是对时间序列假定平稳或分段平稳, 然后通过适当的分析方法, 如 Fourier 变换、小波变换等方法, 对时间序列进行多尺度分解, 较好地分离时间序列的高频和低频部分, 实现对时间序列预测。如梁强<sup>[1]</sup>等在小波分析的基础上利用余弦波拟合预测油价的长期趋势, 省略了对不具有波动规律性分量的预测, Murtagh 等<sup>[2]</sup>用小波变换的多尺度分析模型度对金融期货和股指数据进行预测, 展示了多尺度分析较单一尺度的优越性。但小波变换是一种基于傅立叶变换的时频分析方法, 而傅立叶变换理论中表征时间序列交变的基本量是与时间无关的, 基本时域波是平稳的简谐波, 这些概念是全局性的, 因而用其分析非平稳信号容易产生虚假序列等现象, 所以以傅立叶为基础的小波变换对平稳时间序列的分析更有效, 但分析非平稳时间序列具有一定的局限性。

为了突破傅立叶变换的局限性, 美籍华人 Norden E. Huang<sup>[3]</sup>

等人提出了一种新的处理非平稳数据的方法——Huang 变换, 又叫经验模态分解法 (Empirical Mode Decomposition, EMD)。Huang 变换吸取了小波变换多分辨的优势, 同时又克服了在小波变换中需要选择小波基的困难。一个复杂的时间序列通过 Huang 变换根据其本身的特征分解为有限个固有模态函数 (IMF) 和一个残余函数之和, 每一个固有模态函数反映了时间序列在各个尺度上的特征, 而残余函数则很好地反映了时间序列的总体趋势。

神经网络在函数逼近以及预测方面具有很广泛地应用。如 Tae Hyup Roh<sup>[4]</sup>借助神经网络与时间序列模型相结合的混合模型来预测股价指数, 证明了混合模型捕获非线性市场的有效性。陈一梅<sup>[5]</sup>借助神经网络, 通过对作用函数的多次复合, 实现了浅滩演变预测的高度非线性映射。本文在 Huang 变换的基础上利用三层 BP 神经网络对固有模态函数和残余函数的进行拟合逼近并预测, 实例证明, 应用 Huang 变换和神经网络相结合的预测方法, 与小波变换和神经网络相结合的预测方法相比较, 提高了预测精度。

**基金项目:** 广东省自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Guangdong Province of China under Grant No.06105776); 广东省科技计划项目 (No.2005B10201009); 深圳市科技计划项目 (No.200511)。

**作者简介:** 陈莺 (1982-), 女, 硕士研究生, 主要研究领域为金融数学; 徐晨 (1965-), 男, 教授, 主要研究领域为小波计算在信息科学中的应用; 张维强 (1977-), 男, 讲师, 博士, 主要研究领域为语音信号处理和智能计算。

## 2 基于 Huang 变换和神经网络的预测方法

### 2.1 Huang 变换<sup>[3,6]</sup>

用于 Huang 变换的时间序列是基于以下 3 个假设:(1)数据中至少有两个极值点:一个极大值和一个极小值;(2)特征时间尺度是由两个相邻极值点的时间间隔所决定;(3)如果数据没有极值点,而只有拐点,那么可以通过一次或几次微分得到极值点,最后可以把各模态分量进行积分复原。

一个复杂的时间序列分解成有限个固有模态函数的和,固有模态函数必须满足下列两个条件:(1)对整个时间序列来说,极值的个数与穿过零点的个数相同或其差值为 1;(2)在任一点极大值的包络线与极小值的包络线的均值为 0,即序列关于时间轴局部对称。

对于一个给定的时间序列  $x(t)$ ,可以根据以下步骤进行 Huang 变换:

首先确定序列  $x(t)$  上所有的极值点;然后分别用一条三次样条函数曲线循序连接所有极大值点和所有极小值点,这样便形成了  $x(t)$  的上、下两条包络线  $x_{\max}(t), x_{\min}(t)$ ;记上、下包络线的均值为  $m(t)$ ,其中  $m(t)=(x_{\max}(t)+x_{\min}(t))/2$ ,并令

$$c(t)=x(t)-m(t) \quad (1)$$

若  $c(t)$  不满足固有模态函数的两条条件,则将  $c(t)$  看作新的时间序列曲线  $x(t)$ ,重复以上步骤,直到  $c(t)$  满足固有模态函数的两个条件,则停止循环,从而得到原时间序列的第一阶固有模态函数,记  $c_1(t)=c(t)$ ;接下来将原时间序列  $x(t)$  与第一阶模态函数  $c_1(t)$  作差,得到

$$r(t)=x(t)-c_1(t) \quad (2)$$

再次将  $r(t)$  视为新的  $x(t)$ ,同样重复以上过程,依次筛选出原序列的第二阶固有模态函数  $c_2(t)$ ,第三阶固有模态函数  $c_3(t)$ ……直到分解出的固有模态函数或残余函数  $r(t)$  小于预先设定的误差  $\varepsilon$  或  $r(t)$  成为单调函数时,筛选过程终止。于是原时间序列可以看作有限个固有模态函数和一个残余函数的和,即

$$x(t)=\sum_{i=1}^n c_i(t)+r(t) \quad (3)$$

其中,固有模态函数  $c_i(t)$  反映了原时间序列在各尺度上的特征,而残差函数  $r(t)$  反映了原时间序列的总体趋势。

### 2.2 BP 神经网络预测

BP 神经网络是一种多层前馈型神经网络,它包含输入层、隐含层和输出层三层,隐含层可以一层或多层,只有单隐层的 BP 网络叫做三层 BP 网络。20 世纪 80 年代,Robert Hecht-Nielson 证明了一个三层的 BP 网络可以完成任意的  $n$  维到  $m$  维的映射,即对于任何一个在闭区间的连续函数都可以用三层 BP 网络逼近。所以在得到固有模态函数和残余函数后,选用三层 BP 网络进行函数逼近和预测。下面介绍 BP 网络的学习训练过程。

在三层 BP 网络<sup>[7]</sup>中,设选取 Sigmoid 型传递函数,即非线性光滑函数  $f(x)=\frac{1}{1+e^{-x}}$ ,第  $k$  个样本输入节点  $x_{ki}$ ,隐层节点  $y_{ij}$ ,输出节点  $z_{kl}$ ,输入节点和隐层节点间网络权值为  $w_{ji}$ ,隐层节点和输出节点间网络权值为  $v_{lj}$ ,中间层和输出层神经元的阈值分别为  $\theta_j$  和  $\theta_l$ ,那么当输出节点的期望值为  $t_{kl}$  时,模型计算公式如下:

隐层节点输出:

$$y_{ij}=f\left(\sum_i x_{ki}w_{ji}-\theta_j\right) \quad (4)$$

输出节点的计算输出:

$$z_{kl}=f\left(\sum_j y_{ij}v_{lj}-\theta_l\right) \quad (5)$$

系统总误差为:

$$E=\sum_k \sum_l (t_{kl}-z_{kl})^2 \quad (6)$$

对每一组输入输出数据,计算  $z_{kl}$  后,利用  $z_{kl}$  误差沿传递函数的负梯度方向修正网络权值和阈值,直到系统总误差小于允许误差  $\varepsilon$ ,学习过程结束。通过对  $n$  组数据反复进行以上训练、学习,得到满足所有  $n$  组输入输出关系数据的权值矩阵和阈值矩阵,记录下权值和阈值矩阵网络训练结束。

网络的训练样本和预测样本选取如下:设时间序列  $x=\{x(t)|x(t) \in R, t=1, 2, \dots, L\}$ ,用序列的前  $N$  个时刻的数据预测后  $M$  个时刻上的数据。如表 1 所示,列出了一种数据划分的方法。这样把数据分成了  $K$  个长度为  $N+M$  的,有一定重叠的数据,每个数据可看作一个样本,得到  $K=L-(N+M)+1$  个样本,每个样本的前  $N$  个值作为输入,后  $M$  个值作为期望输出。通过学习,实现从  $N$  维  $M$  维空间的映射,从而达到时间序列预测目的<sup>[8]</sup>。

表 1 样本选取方法

输入	期望输出
$x(1), x(2), \dots, x(N)$	$x(N+1), x(N+2), \dots, x(N+M-1)$
$x(2), x(3), \dots, x(N+1)$	$x(N+2), x(N+3), \dots, x(N+M+1)$
...	...
$x(K), x(K+1), \dots, x(K+N-1)$	$x(K+N), x(K+N+1), \dots, x(K+N+M-1)$

### 2.3 预测合成

在进行三层 BP 网络预测后,对固有模态函数和残余函数的预测结果进行整合,具体步骤如下:

(1)设非平稳时间序列  $x=\{x(t)|x(t) \in R, t=1, 2, \dots, L, L+1, \dots, N\}$ ,将其划分为两个部分  $\{x(t)|x(t) \in R, t=1, 2, \dots, L\}$  和  $\{x(t)|x(t) \in R, t=L+1, \dots, N\}$ ;

(2)对序列  $\{x(t)|x(t) \in R, t=1, 2, \dots, L\}$  进行 Huang 变换,得到其固有模态函数  $c_i(t), i=1, 2, \dots, n$  和残余函数  $r(t), t=1, \dots, L$ ;

(3)用三层 BP 网络对固有模态函数  $c_i(t), i=1, 2, \dots, n, t=1, \dots, L$  和残余函数  $r(t), t=1, \dots, L$  进行模拟预测,得预测值  $\hat{c}_i(t), i=1, 2, \dots, n$  和  $\hat{r}(t), t=L+1, \dots, N$ ;

(4)将预测结果合成的预测值为  $\hat{x}(t)=\sum_{i=1}^n \hat{c}_i(t)+\hat{r}(t), t=L+1, \dots, N$ 。

## 3 实例分析

原始数据来自政府储备系统管理部的编号为 GS 的 5 年期国库券到期收益率(5-Year Treasury Constant Maturity Rate),该数据为每个月公布一次。原始数据图如图 1,横坐标表示从 1954 年 1 月 1 日至 2005 年 6 月 1 日的 618 个数据,纵坐标表示收益率(百分比)。从图上看原始数据的均值,相关函数随着时间的改变而改变,是非平稳的时间序列,对原始数据采用本文所介绍的 Huang 变换和神经网络相结合的预测方法进行预测。

首先将数据分为两个部分,用 1954 年 1 月 1 日至 2003 年 12 月 1 日的前 600 个数据用来预测 2004 年 1 月 1 日到 2005 年 6 月 1 日的后 18 个数据。

然后,将前 600 个数据进行八层 Huang 变换,Huang 变换结果如图 2。

从  $c_1$  到  $c_7$  是 Huang 变换分解得到的 7 阶固有模态函数,反映了原始数据在 7 个尺度上的特征, $r$  表示分解得到的残余函数,它反映了原始数据的总体趋势。

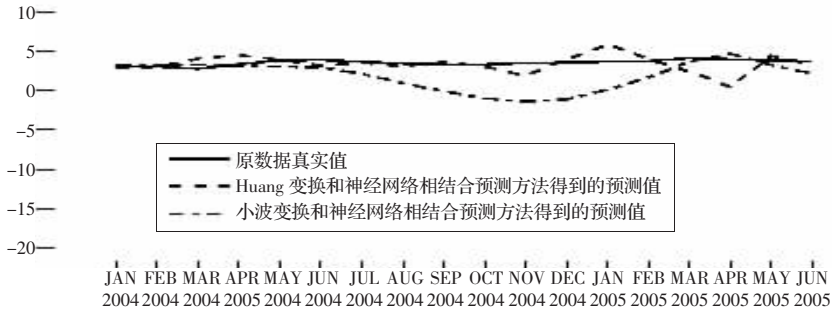


图3 两种方法预测结果比较

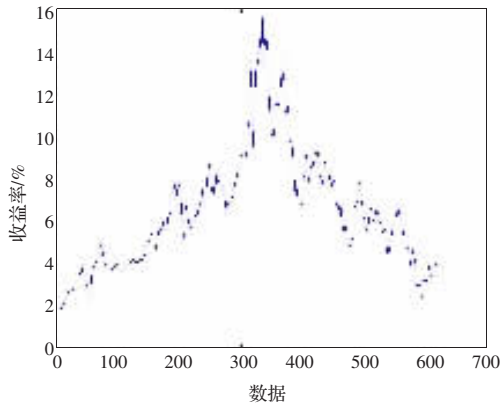


图1 5年期国库券到期收益率

(数据来源: <http://research.stlouisfed.org/fred2/series/GS5>)

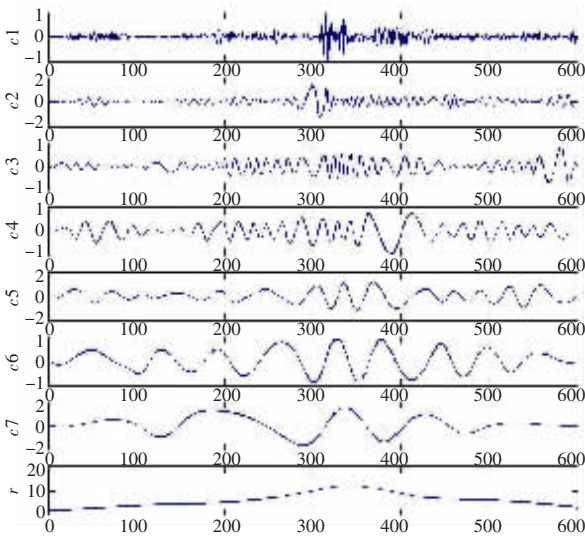


图2 八层 Huang 变换结果

接着,利用三层 BP 网络分别对固有模态函数  $c_1$  到  $c_7$  和残余函数  $r$  拟合逼近并预测。

样本选取:按照表 1,取第 1 个到第 24 个数据作为输入,第 25 个数据作为输出,作为第一个样本;再取第 2 个数据到第 25 个数据作为输入,第 27 个数据作为输出,作为第二个样本……依次类推,因为共用 600 个数据所以形成了  $K=L-(N+M)+1=576$  个样本( $N=24, M=1, L=600$ )。用这 576 个样本训练网络,再用训练好的网络预测后面的 18 个数据。

网络结构:输入层神经元  $N=24$  个,输出层神经元  $M=1$  个,隐层神经元根据 Kolmogorov 定理,设置为  $2N+1=49$  个,隐层神经元传递函数选用 tan-sigmoid 型函数  $tansig()$ ,输出层神经元传递函数选用纯线性函数  $purelin()$ 。训练函数选用  $trainlm$ 。网络学习速率为 0.05,最大训练次数为 500,训练要求精度为

0.001。

将八层 Huang 变换的预测值进行重构叠加,即得到相应时间点的预测值。又将原始的 600 个数据用小波和神经网络相结合的方法进行预测。以上两种方法预测结果如图 3 所示,预测误差如表 2 所示。

表 2 误差结果比较

	Huang 变换和神经网络预测法	小波和神经网络预测法
均方根误差(RMSE)	1.231 889 5	2.444 407
平均绝对误差(MAPE)	0.232 556 0	0.515 469

从图 3 和表 2 的比较结果可以看到采用 Huang 变换和神经网络相结合的预测方法比小波变换和神经网络相结合的预测方法要好。这是因为 Huang 变换结合神经网络的预测方法,不仅利用了 Huang 变换比小波变换能更好地分解和处理非平稳时间序列的能力,而且还利用了 BP 神经网络对非线性函数具有很强逼近能力的性质,以及组合预测的思想,所以此方法可以对原时间序列具有更好的拟合作用,减小了误差,提高了精度。

### 4 结论

对于非平稳时间序列,本文提出了 Huang 变换和神经网络相结合的预测方法。该方法先对原始数据进行 Huang 变换,将原始数据分解为有限个能反映其在各个尺度上特征的固有模态函数和反映趋势的残余函数的和,然后对分解后的函数利用三层 BP 神经网络进行预测。实例证明,在对非平稳序列预测方面,此方法比小波变换于神经网络相结合的预测方法,具有更好的预测效果。(收稿日期:2007 年 3 月)

### 参考文献:

- [1] 梁强,范英,魏一鸣.基于小波分析的石油价格长期趋势预测方法及其实证研究[J].中国管理科学,2005,13(1):30-36.
- [2] Murtagh F, Starch J L, Renaud O. On neuron-wavelet modeling[J]. Decision Support Systems, 2004, 37:475-484.
- [3] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-station time series analysis[C]//Proc R Soc. 1998, A454:903-995.
- [4] 陈一梅,徐造林.基于神经网络的河道浅滩演变预测模型[J].水利学报,2002(8):68-72.
- [5] Roh T H. Forecasting the volatility of stock price index[C]//Lecture Notes in Computer Science, 2006, 4093:424-435.
- [6] Huang N E. An adaptive data analysis method for nonlinear and nonstationary time series: the empirical mode decomposition and hilbert spectrum analysis [C]//Proceedings of the 4th International Conference on Wavelet and Its Application, Macao, Dec 2005.
- [7] 董长虹. Matlab 神经网络与应用[M].北京:国防工业出版社,2005.
- [8] 王先甲,李匡.基于小波分析的 BP 神经网络潮水位预测方法[J].水电能源科学,2006,24(2):66-69.