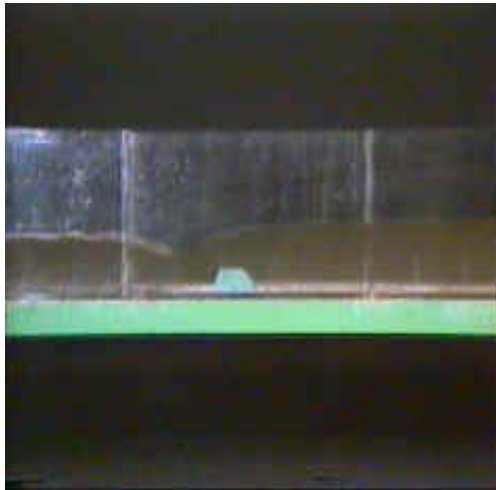


第八章 明渠非均匀流

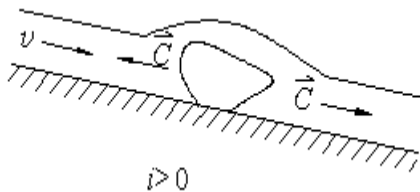
8.1 明渠水流的两种流态

缓流和急流是明渠水流特有的两种流态，也是两种常见的水流现象。

1. **缓流**: 当明渠中水流受到干扰微波后, 若干扰微波既能顺水流方向朝下游传播, 又能逆水流方向朝上游传播, 造成在障碍物前长距离的水流壅起, 这时渠中水流就称为缓流。(如下图)



2. **急流**: 当明渠中水流受到干扰后, 若干扰微波只能顺水流方向朝下游传播, 不能逆水流方向朝上游传播, 水流只在障碍物处壅起, 这种明渠水流称为急流 (如下图)。



3. **临界流**: 当明渠中水流受到干扰微波后, 若干扰微波向上游传播的速

度为零，这正是急流与缓流这两种流动状态的分界，称为临界流。

4. **波速 c** : 在渠道中，产生一个单一的水面隆起的波，交孤立波。在矩形断面明渠静水中，根据连续性方程和能量方程，可导出静水中的波速 c :

$$c = \pm\sqrt{gh}$$

这就是拉格朗日波速方程。

对于非矩形断面的棱柱体渠道，上式可写为:

$$c = \pm\sqrt{g\bar{h}}$$

其中， $\bar{h} = A/B$ 为断面平均水深。

5. **佛汝德数 Fr** : 流速和波速的比值，是一个无量纲数。

$$Fr = \frac{v}{c} = \frac{v}{\sqrt{\frac{gA}{B}}} = \frac{v}{\sqrt{g\bar{h}}} = \sqrt{\frac{Q^2 B}{gA^3}}$$

8.2 断面单位能量、临界水深、临界底坡

一. 断面单位能量

断面单位能量 E_s 是以通过明渠断面最低点的水平面为基准的单位重量水体所具有的总机械能，可表示为：

$$E_s = h + \frac{\alpha v^2}{2g} = h + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2}$$

当断面的形状、尺寸和流量一定的时候， E_s 只是水深 h 的函数。取 $\alpha = 1$ ，可导出：

$$\frac{dE_s}{dh} = 1 - \frac{Q^2 B}{gA^3} = 1 - Fr^2$$

二. 临界水深 h_c

1. 临界水深 h_c 是指断面单位能量 E_s 为最小值时的水深。它是讨论明渠水流运动和水面线的重要参数，其计算公式为：

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_k^3}{B_k}$$

2. 临界水深 h_c 的计算方法为试算—图解法、迭代计算和查图法。要求能记住矩形断面明渠临界水深的计算公式：

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{\alpha Q^2}{gb^2}} = \sqrt[3]{\frac{\alpha q^2}{g}}$$

三. 急流和缓流的判别方法

1. 通过平均流速 v 和波速 c 的比较来判别
 - (1) 当 $v < c$ 时，水流是缓流。
 - (2) 当 $v > c$ 时，水流是急流。
 - (3) 当 $v = c$ 时，是临界流。
2. 根据弗劳德数 Fr 来判别
 - (1) 当 $Fr < 1$ 时，水流是缓流。
 - (2) 当 $Fr > 1$ 时，水流是急流。
 - (3) 当 $Fr = 1$ 时，是临界流。这时 E_s 取极小值，对应的水深是临界

水深 h_c 。

3. 通过实际水深 h 和临界水深 h_c 的比较来判别

(1) 当 $h > h_c$ 时，水流为急流。

(2) 当 $h < h_c$ 时，水流为缓流。

(3) 当 $h = h_c$ 时，水流为临界流。

四. 临界底坡、缓坡和陡坡

1. **临界底坡**：在棱柱形渠道中，断面形状尺寸、流量一定时，在渠中形成均匀流，若均匀流的正常水深恰好等于该流量的临界水深，则这个渠道的底坡就称为临界底坡。

根据明渠均匀流的基本方程式和临界水深的条件式：

$$Q = A_c C_c \sqrt{R_c i_c}$$
$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c}$$

解得临界底坡的计算式为： $i_c = \frac{g}{\alpha C_c^2}$

2. **底坡的分类**：缓坡、陡坡、临界坡

缓坡 ($i < i_c$)：即实际的明渠底坡小于某一流量的临界坡度，此时的渠底坡度称为缓坡。

陡坡 ($i > i_c$)：即实际的明渠底坡大于某一流量的临界坡度，此时的渠底坡度称为陡坡。

临界坡 ($i = i_c$)：即实际的明渠底坡等于某一流量的临界坡度，此时的渠底坡度称为临界坡。

3. **临界水深的一些实例**

在分析明渠水流问题时，了解那些场合会出现临界水深，具有重要的意义。因为只要测得一个断面上的临界水深并量取了该断面的尺寸，其流量即能简便而精确地估算出来，如在明渠中，若知道发生临界水深断面的位置，就相当于取得一个已知条件（水深为临界水深），把该断面作为控制断面，据此来推求上下游水面曲线。

8.3 明渠水流两种流态转换

一. 水跃现象

1. **水跃**是明渠水流从急流过渡到缓流时发生的一种水面突然跃起的局部水力现象。是明渠急变流。工程实际中常利用水跃消除泄水建筑物下泄水流的巨大余能。
2. **水跃的特点**: 水深在很短的时间内由小于临界水深增加到大于临界水深, 水面连续, 并有反向旋滚, 致使水流剧烈波动。
3. **跃前水深**: 水跃开始处的水深。
跃后水深: 水跃末端处的水深。
4. 水跃的形式与跃前断面的弗劳德数的关系:

$1 < F_{r1} < 1.7$ 波状水跃, 动能小, 效能率小。

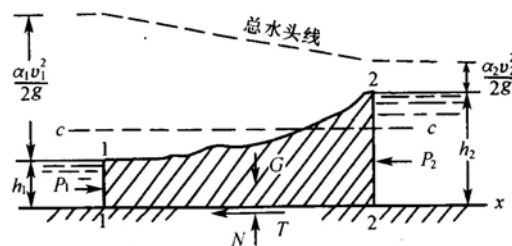
$1.7 < F_{r1} < 2.5$ 弱水跃, 产生小漩涡。

$2.5 < F_{r1} < 4.5$ 不稳定水跃。 $1.5 < F_{r1} < 9.0$ 稳定水跃。

$F_{r1} > 9.0$ 强水跃。

二. 棱柱体平底明渠的水跃方程——共轭水深方程

水跃是一种急变水力现象, 水跃段内具有较大的能量损失, 不能忽略, 又不易确定, 所以利用能量方程具有一定的困难, 用动量方程推导。



如上图, 为一自由水跃 (不采取工程措施而产生的水跃)

取 1-1, 2-2 断面间水体为控制体积。

1. 为简化计算, 作以下假定:

(1) 水流与槽身之间的摩擦阻力与水跃的动水压力相比可以忽略不计。

(2) 跃前跃后断面水流均为渐变流，其动水压强近似按静水压强计算：

$$P_1 = r h_{c1}' A_1, \quad P_2 = r h_{c2}'' A_2$$

(3) 跃前跃后断面上的动量校正系数相等：

$$\beta_1 = \beta_2 = 1.0$$

2. 由以上假定建立水跃方程：

X 向：

$$P_1 - P_2 = \frac{rQ}{g}(v_2 - v_1)$$

$$G_x = 0$$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1}$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2}$$

代入动量方程有：

$$r h_{c1}' A_1 - r h_{c2}'' A_2 = \frac{r Q^2}{g A_2} - \frac{r Q^2}{g A_1}$$

$$r h_{c1}' A_1 + \frac{r Q^2}{g A_1} = r h_{c2}'' A_2 + \frac{r Q^2}{g A_2}$$

两边同时除以 r 得：

$$h_{c1}' A_1 + \frac{Q^2}{g A_1} = h_{c2}'' A_2 + \frac{Q^2}{g A_2}$$

其中， h_{c1}', h_{c2}'' 为，此即为平底棱柱体明渠的水跃基本方程。

方程表明：单位时间内由跃前断面流入的水流动量和该断面上的动水压力之和，等于单位时间内由跃后断面流出的动量和跃后断面的动水压力之和。

三. 水跃系数

从水跃方程中可知方程左边和右边均为 h 的函数。（均为一样的表示形式）

$$J(h) = \frac{Q^2}{gA} + h_c A$$

$$J(h') = J(h'')$$

由此可得水跃系数

知道 $h' \neq h''$ 但 $J(h') = J(h'')$

所以 h', h'' 为共轭水深。

由 $J(h) = \frac{Q^2}{gA} + h_c A$ 建立 $h \sim J(h')$ 曲线

可看出：

1. $h \sim J(h)$ 上有最小值 J_{\min} ，且 J_{\min} 对应的水深为 h_k 。
2. 上支 $h > h_k$ ，缓流。
下支 $h < h_k$ ，急流。
3. 除 J_{\min} 外，每一个 $J(h)$ 对应有两个 $h (h', h'')$ ，且 h' 小，
 h'' 大。

五. 共轭水深的计算（矩形棱柱体平底明渠水跃）

利用 $h \sim J(h)$ 可以求，已知 h' 求 h''

设一系列 h' 计算一系列 $J(h)$ 给 $h \sim J(h)$ ，由 $h' \rightarrow h''$ 也可建立计算时。

矩形时：

$$A = b \cdot h, \quad q = \frac{Q}{b}, \quad h_c = \frac{h}{2}$$

$$\frac{(bq)^2}{g(bh')} + \frac{h'}{2} b h' = \frac{(bq)^2}{g(bh'')} + \frac{h''}{2} b h''$$

$$\frac{q^2}{g h'} + \frac{b}{2} h'^2 = \frac{q^2}{g h''} + \frac{b}{2} h''^2$$

经推导：

$$h' = \frac{h''}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{g q^2}{g h''^3}} - 1 \right)$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{g q^2}{g h'^3}} - 1 \right)$$

可写成：

$$h' = \frac{h''}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{g h_k^2}{g h''^3}} - 1 \right)$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{g h_k^2}{g h'^3}} - 1 \right)$$

$$h' = \frac{h''}{2} \left(\sqrt{1 + 8 F_{12}^2} - 1 \right)$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \left(\sqrt{1 + 8 F_{11}^2} - 1 \right)$$

$$h' = \frac{h''}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8 v_2^2}{g h''}} - 1 \right)$$

$$h'' = \frac{h'}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8 v_1^2}{g h'}} - 1 \right)$$

六 . 水跃长度计算

均为经验公式

欧拉佛托基公式
$$L_j = 6.9(h'' - h')$$

切尔托乌索夫公式
$$L_j = 10.3 h' (F_{r1} - 1)^{0.81}$$

陈椿庭公式
$$L_j = 9.4 (F_{r1} - 1) h'$$

吴持恭公式
$$L_j = 10 (h'' - h') F_{r1}^{-0.32}$$

七. 水跃段的消能量。

水跃段的总消能量包括水跃段 L_j 和跃后流段 L_{jj} 的消能量, 工程一般只计算水跃段消除的能量。

$$\Delta H_j = H_1 - H_2$$

ΔH_j —— 消能量

H_1 —— 跃前

H_2 —— 跃后

水跃消能量与跃前断面的总能量的比值——消能率。

$$k_j = \frac{\Delta H_j}{H_1}$$

$k_j = f(F_{r1})$ 的函数, F_{r1} 越大, k_j 高, F_{r1} 不同, k_j 不同.

8.4 棱柱体明渠水面曲线微分方程

可根据能量方程建立棱柱体明渠水深 h 对流动距离 s 的微分方程。

1. 如图：以 0-0 为基准面，列断面 1-1 和 2-2 的能量方程：

$$z+h+\frac{\alpha v^2}{2g}=(z+dz)+(h+dh)+\frac{\alpha(v+dv)^2}{2g}+dh_w$$

2. 展开并略去高阶项 $(dv)^2$ 有：

$$\frac{dz}{ds}+\frac{dh}{ds}+\frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right)+\frac{dh_w}{ds}=0$$

3. 忽略局部水头损失：

$$dh_w = dh_f = J ds$$

4. 对于棱柱形明渠：

$$A = f(h) \quad \frac{dA}{ds} = \frac{dA}{dh} \cdot \frac{dh}{ds} = B \cdot \frac{dh}{ds}$$

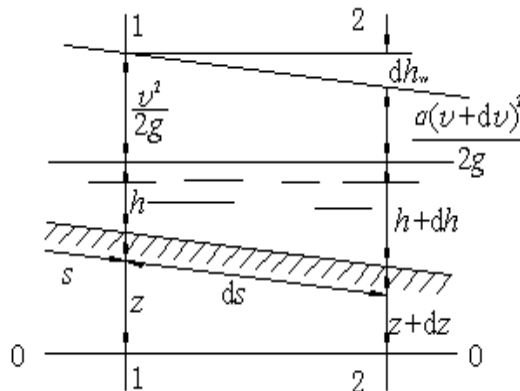
5. 底坡：

$$\frac{dz}{ds} = -i$$

$$\frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha v^2}{2g}\right) = \frac{d}{ds}\left(\frac{\alpha Q^2}{2gA^3}\right) = -\frac{\alpha Q^2}{gA^3} \left(\frac{dA}{ds}\right) = -\frac{\alpha Q^2 B}{gA^3} \left(\frac{dh}{ds}\right)$$

6. 则得棱柱形渠道中水深沿程变化规律的基本微分方程：

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - J}{1 - \frac{\alpha Q^2 B}{gA^3}} = \frac{i - \frac{Q^2}{K^2}}{1 - Fr^2}$$



8.5 棱柱体明渠水面曲线形状分析

一. 棱柱体明渠渐变流水面曲线分析的基本方程

$$\frac{dh}{ds} = \frac{i - Q^2 / K^2}{1 - Fr^2}$$

二. 明渠按底坡性质分为三种情况

正坡 ($i > 0$), 平坡 ($i = 0$), 逆坡 ($i < 0$).

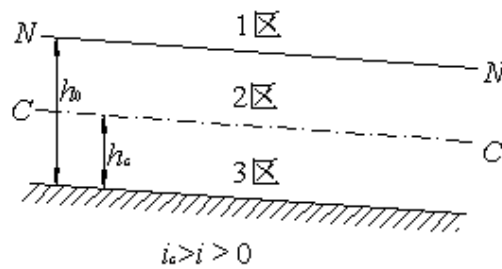
三. 明渠水流的分区:

均匀流的正常水深线 $N-N$ 线, 距渠底 h_c 的临界水深线 $C-C$ 线, 可把渠道划分成三个不同的区域, 如图:

a 区 (1 区): $h > h_0$ 且 $h > h_c$

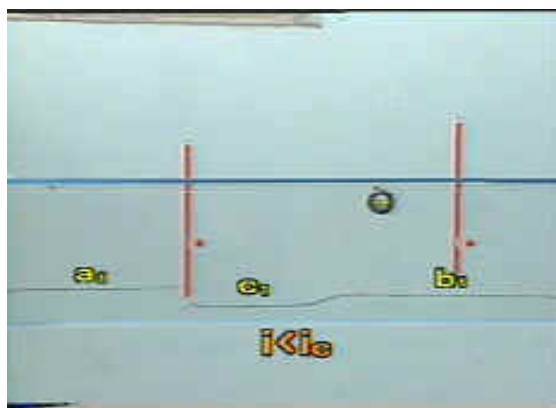
b 区 (2 区): $h_0 > h > h_c$ 或 $h_0 < h < h_c$

c 区 (3 区): $h < h_0$ 且 $h < h_c$



1. 正坡渠道

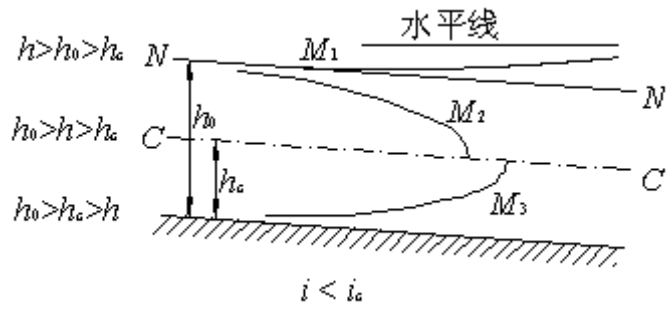
(1) 缓坡渠道 ($i_c > i > 0$)



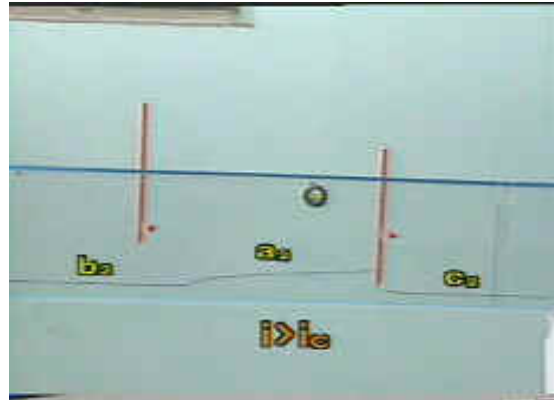
a、在 1 区内的水面曲线, 为 $M1$ 型壅水曲线。($h > h_0 > h_c$)

b、在 2 区内的水面曲线, 为 $M2$ 型降水曲线。($h_0 > h > h_c$)

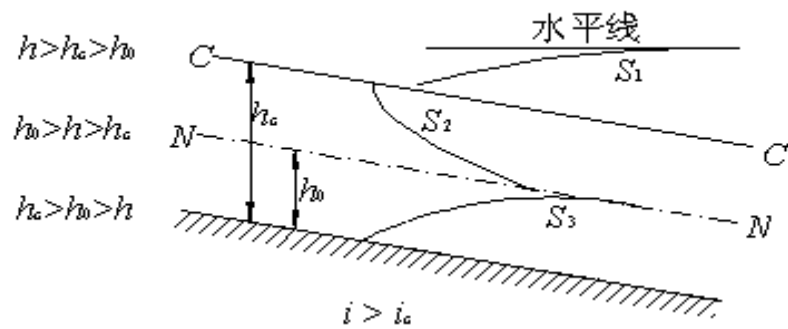
c、在 3 区内的水面曲线, 为 $M3$ 型壅水曲线。($h_0 > h_c > h$)



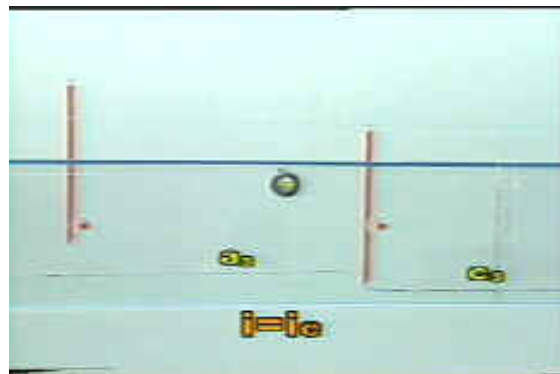
(2) 陡坡渠道 ($i > i_c > 0$)



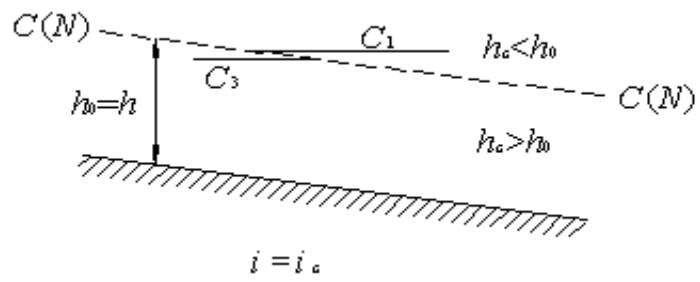
- a、在 1 区内的水面曲线，为 S_1 型壅水曲线。($h > h_c > h_0$)
- b、在 2 区内的水面曲线，为 S_2 型降水曲线。($h_0 > h > h_c$)
- c、在 3 区内的水面曲线，为 S_3 型壅水曲线。($h_c > h_0 > h$)



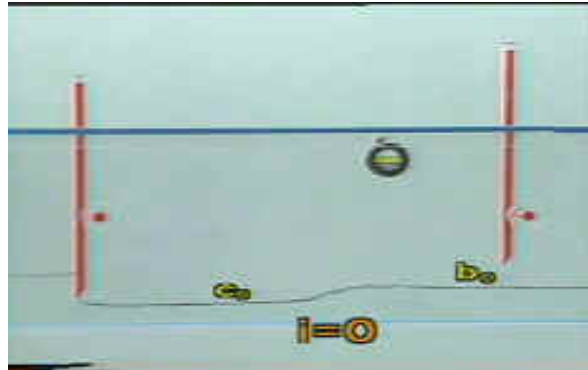
(3) 临界渠道 ($i = i_c$)



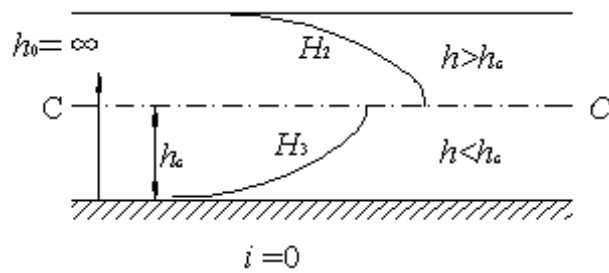
流动只有在 1 区和 3 区，只存在 C_1 型壅水曲线和 C_3 型壅水曲线。



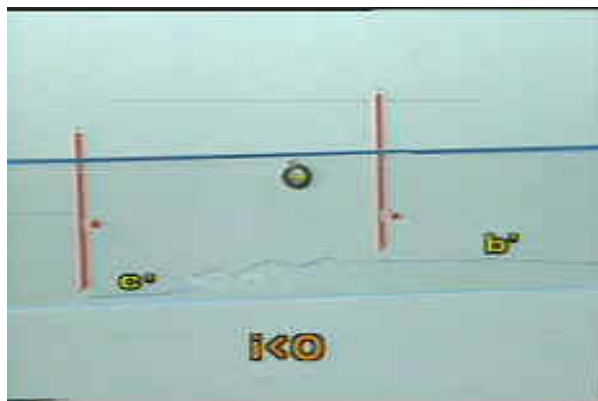
2. 平坡渠道 ($i=0$)



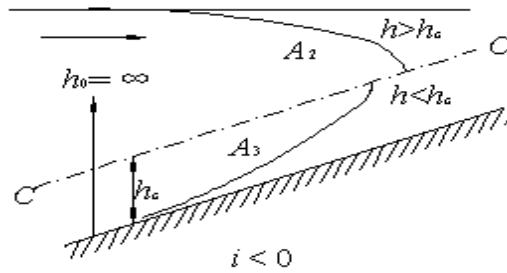
临界水深线 C-C，将流动分为 2 区和 3 区，分别为： H_2 型降水曲线和 H_3 型壅水曲线



3. 逆坡渠道 ($i < 0$)



临界水深线 C-C，将流动分为 2 区和 3 区，水面线分为： A_2 型降水曲线和 A_3 型壅水曲线。



四、水面曲线的特点

1. 所有位于 1 区和 3 区的水面线都是水深沿程增加的壅水曲线，所有位于 2 区的水面曲线都是水深沿程减少的降水曲线。
2. 除了临界坡渠道中的两种水面曲线 C1 及 C2 外的其它水面曲线，当水深 h 趋近于 h_0 时，水面曲线以 N-N 为渐近线；当水深 h 趋近于 h_c 时，水面曲线趋向于与 C-C 线正交。

五、水面曲线的定性绘制步骤

1. 求出渠道正常水深 h_0 和临界水深，然后将渠道流动空间分区。需要注意：只有在正坡渠道中才存在 h_0 ，而且底坡 i 增大， h_0 减小；临界水深 h_c 与底被 i 无关。
2. 选择已知水深的断面作为控制断面。
3. 由控制断面处的已知水深确定所在流区的水面线形式，根据水面线变化规律，从控制断面分别向上游或下游确定水面线的变化趋势。