

文章编号:1001-1595(2008)02-0196-04

中图分类号:P208

文献标识码:A

基于栅格局部细分的带约束条件的不规则三角网生成算法

崔雪森¹, 杨胜龙², 樊伟²

1. 东海水产研究所 农业部海洋与河口渔业重点开放实验室, 上海 200090; 2. 中国水产科学研究院渔业资源遥感信息技术重点开放实验室, 上海 200090

Grid Based Local Subdivision Algorithms for Constructing Triangulated Irregular Network under Restriction Conditions

CUI Xue-sen¹, YANG Sheng-long², FAN Wei²

1. Key laboratory of marine & estuarine fisheries, Ministry of Agriculture, Shanghai, 200090, China; 2. Key laboratory of fishery resources remote sensing and information technology, Chinese Academy of Fishery Sciences, Shanghai 200090, China

Abstract: Based on the grid, mathematical morphology and local subdivision methods are used to generate Triangulated Irregular Network (TIN) with non-convex hull. Then the searching and iterating process are carried out to obtain triangles gradually on the edge of the TIN in order to convert it into a Delaunay triangulation network with convex hull. Under the restriction conditions, the process of creating a Delaunay triangulation network with complex border is also introduced.

Key words: Delaunay triangulation; mathematical morphology; restriction conditions

摘要: 采用数学形态学和局部细分的方法生成非凸壳三角网, 再通过边界搜索和迭代处理, 逐步添补三角网边缘三角形, 最终得到具凸壳的 Delaunay 三角网。在此基础上, 加入内部和外部的边界条件, 生成具有复杂边界的带约束条件的 Delaunay 三角网。

关键词: Delaunay 三角网; 数学形态学; 约束条件

三角网是最基本的一种网络, 可以用在曲面插值、有限元分析、立体影像内插、地形模拟以及对文档图像中的文字区域进行提取等方面^[1~4]。与方格网数据模型相比, 不规则三角网 (Triangulated Irregular Network, TIN) 通过不规则分布的数据点生成连续三角面, 在某一特定分辨率下能用更少的空间和时间, 更精确地表示更加复杂的面。在所有的三角网中, Delaunay 三角网在地形拟合等方面表现最佳, 因此常用于 TIN 的生成^[5]。

建立 TIN 有很多种方法, 较常用的三角网的生成算法有分割归类法、逐点插入法^[6]、径向扫描法^[7]等。同样, 也可以利用栅格化的方法来生成三角网。由于 Delaunay 三角网和邻近多边形 (Proximal polygon, 即泰森多边形) 是对偶关系, 即三角网中相邻三角形的外接圆圆心相连则生成邻近多边形, 相邻的邻近多边形中的离散点相连构

成 Delaunay 三角网^[8]。本文利用数学形态学的原理, 采用图像栅格化的方法, 首先生成近似泰森多边形, 然后再根据泰森多边形顶点位置, 生成 Delaunay 三角网。

1 数学形态学的原理

数学形态学 (Mathematical Morphology) 是建立在集合代数的基础上, 用集合论方法定量描述几何结构的科学, 被大量用于聚类分析、图像滤波、边缘检测^[9~13]等领域。它的基本思想是用具有一定形态的结构元素如圆形、正方形等去度量和提取图像中的对应形状以达到对图像分析和识别的目的。最基本的形态学运算符有: 腐蚀、膨胀、开启和闭包等。

2 无约束条件不规则三角网的生成

设 X 为采样点的集合, 将所有采样点 $X_i (i =$

收稿日期: 2007-05-30; 修回日期: 2007-11-05

基金项目: 国家高技术 863 计划项目 (2003AA637030); 国家科技支撑计划项目 (2006BAD09A05)

作者简介: 崔雪森 (1973-), 男, 河北唐山人, 助理研究员, 现从事渔场海洋学研究。E-mail: dhyqzh@public4.net.cn

1, 2, ..., n) 离散至一个 2 维栅格点矩阵, 对所有 X_i 进行条件序贯膨胀, 并在膨胀所得到的新栅格内以 i 作标记, 直至填充完整个 2 维栅格点矩阵为止。

结构元素为

$$B = \left\{ \begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{matrix} \right\} \quad (1)$$

各个采样点的范围经膨胀后为

$$X'_i = X_i \cup ((X_i \oplus B) \cap M^c) \quad (2)$$

其中, \oplus 为膨胀运算符号, $M = \cup X_i$, M^c 为 M 的余集。

迭代的终止条件为

$$\cup (X'_i \cap X'_i) = \Phi \quad (3)$$

2.1 生成非凸壳三角网

通过上述方法, 可以得到由采样点索引值构成的矩阵

$$A = \begin{pmatrix} a_{0,0} & a_{0,1} & \cdots & a_{0,n} \\ a_{1,0} & a_{1,1} & \cdots & a_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{m,0} & a_{m,1} & \cdots & a_{m,n} \end{pmatrix} \quad (m, n \text{ 为整数}) \quad (4)$$

由于经膨胀处理后, 2 个不同索引值相交处为泰森多边形的邻接边, 3 个不同索引值相交处为泰森多边形的顶点^[14], 根据泰森多边形与 Delaunay 三角网的对偶关系, 检验所有相邻 4 个栅格中索引值组合 $\{a_{i,j}, a_{i,j+1}, a_{i+1,j}, a_{i+1,j+1}\}$ ($0 \leq i < m, 0 \leq j < n, a$ 为采样点的索引值), 如果其中含有 3 个不同的值, 则这 3 个不同的索引值为一个三角形的所有顶点。

但是, 由于网格化会使采样点损失一定的精度, 所以在网格矩阵中会出现一些特殊的情况。比如孤立点(即上、下、左、右位置的点上的值都与此点不同)等, 这些情况可通过对索引值分布关系的判断, 对其位置进行适当地调整, 较容易解决。在实际应用当中, 较难发现的错误是: 即使相邻的 4 个栅格内存在 3 个不同索引值, 也不一定是实际的三角形的 3 个顶点。为了消除这一情况, 可以在栅格化过程中加大插入线的密度, 但这样做会使整个三角网的构建速度大大降低。较有效的方法是, 当搜索到四单元格及其邻近区域有 3 个或 3 个以上不同索引值时, 将其进行局部放大细分, 从而找出构成三角网的实际的三

角形。

具体来说, 对于某相邻四栅格 C 的范围 S_C , 首先进行膨胀运算(一般进行 4 或 5 次), 取膨胀后所覆盖的范围 S'_C 内的所有采样点索引号集合 I_C 。再将 C 内部进行细分, 使其覆盖范围由 4 个栅格扩展至 $(n+2)^2$ ($n > 0$, 为横向和纵向插入点数)个。然后根据其新产生的各个单元格上的实际坐标位置, 从 I_C 中找出与之相距最近采样点的索引值进行填充。全部填充完毕后, 在此细分后的范围内搜索三角形的顶点。

如图 1, 在未经局部细分处理时, 所得到的三角形的 3 个顶点的索引号有两组, 分别为 (759, 563, 693) 和 (242, 759, 563), 取含有其中第一组的四单元格为例, 设细分的插入点数 $n = 15$, 进行局部细分后相邻的 3 个索引值变为 (759, 242, 693), 与从而避免了错误三角形顶点的组合。

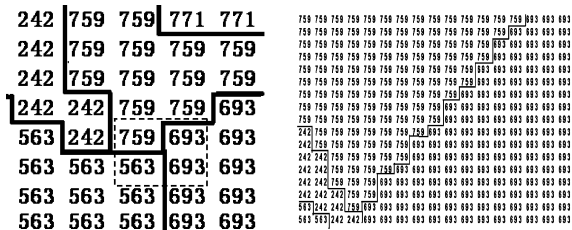


图 1 相信索引值局部细化过程

Fig. 1 The local subdivision process of adjacent indexes

通过这种方法生成的三角网如图 2 所示。但是由于边缘效应, 这样得到的三角网的外边界并不一定是一个凸壳多边形。

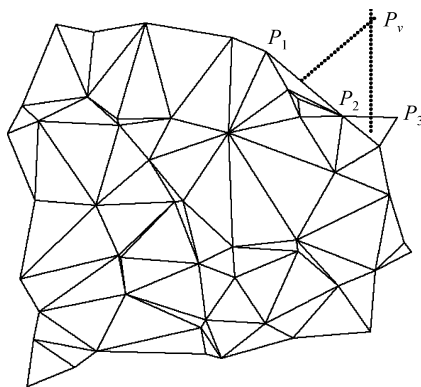


图 2 由 51 个随机点所生成的非凸壳三角网

Fig. 2 The TIN with non-convex hull generated from 51 random points

2.2 凸壳三角网的生成

由非凸壳三角网生成凸壳边界三角网可以通

过两种途径实现:① 容纳采样点索引值 2 维栅格外缘的拓展;② 边界三角形搜索重建。

在边界扩展到足够宽时,第一种方法简单易行,可以得到近似凸三角网,但边界宽度难以确定。第二种方法虽然在实现时稍显复杂,但所得的三角网是真正意义上的凸壳三角网。其具体实现步骤如下:

1. 沿顺时针方向搜索上述矩阵 A 的边界,将所有非重复索引值保存到变量数组 P 中。

2. 判断数组 P 中所有相邻的 3 个点(P_1, P_2, P_3)所组成的三角形,如果该三角形位于已存在的三角网外部,则计算其位于三角网边界上两条边的中垂线的交点 P_v 与 P_2 的直线距离 d_{v2} ,然后保存在距离集合 D 中。

3. 遍历 P 中所有相邻 3 个采样点索引值,直到位于已存在三角网外部的三角形都找到。

4. 如果没找到任何位于三角网外部的三角形,则结束,得到凸壳三角网(如图 3)。

5. 找到含 d_{v2} 值最小的三角形,将其添加到已存在的三角网,删除数组 P 中的索引值 P_2 ,重复步骤 2。

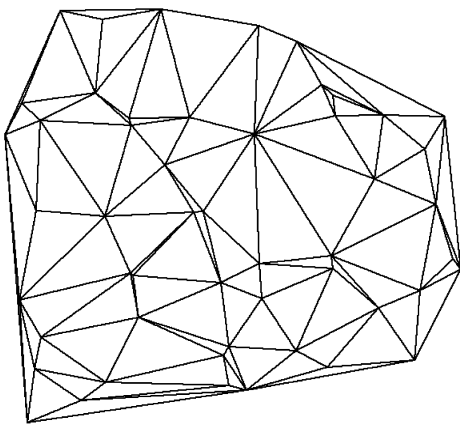


图3 由非凸壳三角网生成的凸壳三角网

Fig. 3 The TIN with convex hull generated from that with non-convex hull

3 带约束条件的 Delaunay 三角网

在大多数实际应用中,有很多领域都要考虑约束条件的问题。比如:要利用东海中海温的采样点建立三角网,由于台湾东西两侧的海温条件有很大不同,如果不考虑东西海岸的约束条件,则所建的三角网中很可能存在横跨台湾岛东西海岸线的三角形,这对于海洋环境的插值或模拟都是不合理的。

约束条件可以保证构建的三角网不穿越约束边界,使约束边界强制性地成为三角形的一条边^[14]。约束条件可分为外部边界(如东海中大陆边界)和内部边界(如东海中台湾岛海岸线)两类。不论是外部边界数据点还是内部边界的数据点,首先需调整其连接顺序,以便于后面新生成三角形位置的判断。如果按其走向左侧(或右侧)未在所要建立三角网的内部,则需将其排列顺序反向。然后将所有的约束条件的点也同样视为采样数据点,按凸壳三角网的生成的方法,建立三角网。再按以下步骤对其进行调整(如图 4)。

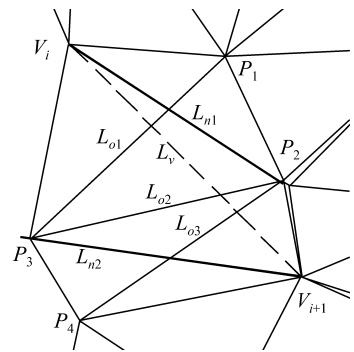


图4 一条约束边添加过程

Fig. 4 The adding process of a constraint edge

1. 依次连接相邻的约束条件的一组点 V_i, V_{i+1} , 得到一个约束边 L_v , 找到与其相交的所有已存在的三角形的边 $\{L_o\}$ 的端点。如果没有相交的边,则重复执行此步骤,寻找下一组约束点。

2. 将得到的边 $\{L_o\}$ 的所有端点按分布在约束线段的两侧的位置分为左点集和右点集,分别保存。删除线段 L_o 以及以 L_o 所在的三角形。

3. 将约束条件点 V_i, V_{i+1} 加入左点集与右点集中,生成以 L_v 为公共边的两个多边形。

4. 用类似于凸壳三角网生成的方法,分别搜索左点集和右点集中所有相邻的三个点(P_1, P_2, P_3)所组成的三角形。如果位于要生成的三角网轮廓线的内部,则计算其在多边形上的两条边的中垂线的交点 P_v 与 P_2 的距离 d_{v2} , 保存距离集合 D 中。

5. 找到 D 中 d_{v2} 最小的三角形,将其添加到已存在的三角网。

6. 从左点集或右点集中删除索引值 P_2 。如果左点集和右点集中都只剩下 2 个点,则执行步

骤7,否则重复执行步骤1。

7. 删除所有位于约束边界外部的三角形。

4 应用实例

由于通过三角网插值所获得结果是唯一的,利用其结果所手工绘制等值线极为相近。对于海洋环境数据来说,除了通过遥感技术所获取的规则网格数据以外,还有一部分是通过实际观测或投放浮标所得的不规则网格数据。对于其未能获取到数据的区域,可通过已知点建立不规则三角网再进行插值。由于东海区及附近海域所投放的浮标数量有限,为了验证这种方法建立三角网的可行性,利用产生的随机采样点(共计1 954个点)来加大采样点的密度。同时为了验证其对复杂边界的处理能力,将实验区域向东有所拓展来获得更为复杂的陆地边界。将大陆边界作为外部约束条件,将台湾等岛屿作为内部约束条件,建立了不规则三角网(如图5)。实验表明,由此方法建立复杂边界约束条件的 Delaunay 三角网是可行的。



图5 东海和日本海含约束条件的 Delaunay 三角网生成结果

Fig. 5 The result of Delaunay triangulation map based on constraint in East China Sea and Japan Sea

5 讨论

利用数学形态学生成三角网是一种简单易行的方法,没有矢量方法的复杂操作,而且可以用并行处理的方法使计算效率大大提高^[13]。但是,一个不可回避的问题就是栅格点的膨胀的非各向同性的问题。关于这一点,李德仁等提出标准样本

同伦减薄的方法来加以改进^[14]。本研究采取了限制膨胀半径的方法,即对需要膨胀处理的点,只膨胀至其与最近点距离一半,等到将全部点处理完毕后,再用最邻近采样点的索引值将空白栅格处填充。这样做既兼顾了计算的效率,也提高了 Delaunay 三角网的生成的精度。

参考文献:

- [1] YI Xiao, HONG Yan. Text Region Extraction in a Document Image Based on the Delaunay Tessellation[J]. Pattern Recognition, 2003, 36(3):799-809.
- [2] CHU Chun-lei, WANG Xiu-tian. Seismic Modeling with a Finite Difference Method on Irregular Triangular Grids[J]. Periodical of Ocean University of China, 2005, 35(1):43-48. (褚春雷,王修田.非规则三角网格有限差分法地震正演模拟[J].中国海洋大学学报,2005,35(1):43-48.)
- [3] JOON H P, HYUN W P. Fast View Interpolation of Stereo Images Using Image Gradient and Disparity Triangulation[J]. Signal Processing: Image Communication, 2003, 18:401-406.
- [4] GAO Qiang, YUN Qing-xia, CHEN Yong-feng. Application of Emulational Terrain Technology in the Calculation of Dump Site for Open-pit Mine[J]. China Molybdenum Industry, 2006, 30(1):12-14. (高强,云庆夏,陈永锋.地形仿真技术在露天矿排土场计算中的应用[J].中国铝业,2006,30(1):12-14.)
- [5] LI Zhi-lin, ZHU Qing. Digital Elevation Model[M]. Wuhan: Wuhan University Press. 2003. 64. (李志林,朱庆.数字高程建模[M].武汉:武汉大学出版社.2003.64.)
- [6] LEE D T. Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation[J]. International Journal of Computer and Information Science, 1980, 9(3):219-242.
- [7] LAWSON C L. Generation of a Triangular Grid with Applications to Contour Plotting[R]. Pasadena: Jet Pollution Laboratory, 1972.
- [8] MAO Zheng-yuan, LI Lin. Measurement of Spatial Patterns and Its Application[M]. Beijing: Science Press. 2004. 23. (毛政元,李霖.空间模式的测度及其应用[M].北京:科学出版社.2004.23.)
- [9] LUO Hui-lan, KONG Fan-sheng, YANG Xiao-bing, et al. Cluster Analysis Based on Mathematical Morphology[J]. Pattern Recognition and Artificial Intelligence. 2006, 19(6):727-733. (罗会兰,孔繁胜,杨小兵,等.基于数学形态学的聚类分析[J].模式识别与人工智能,2006,19(6):727-733.)
- [10] ZHANG Yan-ling, LIU Gui-xiong, CAO Dong, et al. Basic Operators of Mathematical Morphology and Application in Image Preprocessing[J]. Science Technology and Engineering, 2007, 7(3):356-359. (张艳玲,刘桂雄,曹东,等.数学形态学的基本算法及在图像预处理中应用[J].科学技术与工程,2007,7(3):356-359.)