

# 基于线性二叉树结构的 Voronoi 图反向膨胀生成方法

李佳田<sup>1,2,3</sup>, 陈军<sup>3</sup>, 赵仁亮<sup>3</sup>, 陈浩<sup>3,4</sup>, 马力<sup>3,4</sup>

1. 昆明理工大学 国土资源工程学院, 云南 昆明 650093; 2. 中国矿业大学北京校区 资源与安全学院, 北京 100083; 3. 国家基础地理信息中心, 北京 100044; 4. 武汉大学 遥感信息工程学院, 湖北 武汉 430079

## A Backward Inflation Generating Method for Voronoi Diagram Based on Linear Quadtree Structure

LI Jia-tian<sup>1,2,3</sup>, CHEN Jun<sup>3</sup>, ZHAO Ren-liang<sup>3</sup>, CHEN Hao<sup>3,4</sup>, MA Li<sup>3,4</sup>

1. Faculty of Land Resource Engineering, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650093, China; 2. School of Resources and Safety Engineering, CUMT, Beijing 100083, China; 3. National Geomatics Center of China, Beijing 100044, China; 4. School of Remote Sensing Information Engineering, Wuhan University, Wuhan 430079, China

**Abstract:** An integrated raster-vector method based on linear quadtree structure for generating the Voronoi Diagram is proposed. The key idea of this method is to reduce the spatial complexity in the space partition by linear quadtree structure and reduce the time complexity by changing the calculating direction of dilatation. The computing model of backward inflation based on mathematical morphology and several optimized computing characteristics of the model are proposed. The test proves the time complexity of the method is lower than that of uniform grid structure and that of common quadtree structure and the space complexity is lower than that of uniform grid structure.

**Key words:** Voronoi diagram; backward inflation; linear quadtree structure; computing model; spatial index

**摘要:** 提出一种基于线性二叉树结构并顾及矢量与栅格计算性质的 Voronoi 图生成方法, 其核心思想是利用线性二叉树结构以减小空间剖分所产生的空间复杂度, 改变膨胀模拟操作的计算方向以减小时间复杂度。讨论了基于数学形态学的反向膨胀计算模型及推理出基于该计算模型的几个优化计算性质。实验验证, 这种方法能够有效地平衡时空复杂度, 并且易于求取邻元, 其时间复杂度小于均匀网格结构与常规二叉树结构。一般情况下, 空间复杂度小于均匀网格结构。

**关键词:** Voronoi 图; 反向膨胀; 线性二叉树结构; 计算模型; 空间索引

## 1 引言

Voronoi 图可以在矢量空间和栅格空间生成。当前很多方法是矢量的方法。矢量数据的边界是不规则的, 欧氏距离度量只能用于求取离散点之间的等距点, 而在 2 维欧氏空间( $\mathbb{R}^2$ )中难以用连续的计算步骤对边界的生长过程进行刻画。因此, 矢量方法只能较好地生成点要素 Voronoi 图, 对包含线、面的全要素 Voronoi 图生成是困难的<sup>[1]</sup>。将 $\mathbb{R}^2$ 中的几何要素边界映射到栅格空间( $\mathbb{Z}^2$ )中, 边界的生长可以用像元的基本模拟操作来代替。因此, 在栅格空间中全要素 Voronoi 图的生成能够更好地实现<sup>[2-4]</sup>, 主要的模拟操作有

扫描<sup>[5]</sup>、卷积<sup>[6]</sup>、传递(膨胀)<sup>[7]</sup>等。从数据结构上分析, 栅格方法又可以分为两类, 一类是基于均匀网格结构的方法<sup>[4]</sup>, 另一类是基于常规二叉树的层次栅格结构方法<sup>[1]</sup>。然而, 栅格方法中的模拟操作却引入了两个关键问题。第一, 在栅格空间( $\mathbb{Z}^2$ )中, 可以认为边界像元是问题的已知, Voronoi 像元是问题的解。边界生长是连续的过程, 模拟操作要对除已知与解之外的所有像元进行计算来建立它们之间的联系, 这种计算是不必要的, 增加了复杂度<sup>[7]</sup>。第二, 层次栅格结构中, 邻元求取困难<sup>[8,9]</sup>, 且位于不同层次的像元之间的距离缺少有效的度量方法。针对这两个问题, 本文提出一种基于线性二叉树结构的 Voronoi 图

栅矢混合生成方法。

## 2 线性四叉树结构与反向膨胀的计算原理与模型

### 2.1 线性四叉树结构与要素边界表达

线性四叉树结构是在地理信息系统, 图像处理及计算机图形学等领域用于压缩, 表达不同分辨率空间数据的通用数据结构<sup>[10]</sup>。在栅格结构中的基本单位是像元, 采用邻近像元的局部距离来近似欧氏距离<sup>[2]</sup>。在线性四叉树结构中, 引入栅格空间中像元的概念, 称为最小计算单元 (cell), 与像元不同的是其边长的大小 ( $C_{\text{edge}}$ ) 是可变化的, 但是总是小于等于结点划分时的设定值  $m$ 。设空间范围长度为  $R_{\text{edge}}$ , 则  $C_{\text{edge}}$ , 树的层数  $n$  与  $L_{\text{edge}}$  及  $m$  的关系为

$$L_{\text{edge}}/2^n \leq m \quad (1)$$

$$n \geq \left\lceil \log \frac{L_{\text{edge}}}{m} \right\rceil \quad (2)$$

$$C_{\text{edge}} = R_{\text{edge}}/2^L \quad (3)$$

如图 1 所示, 随着树层次的增加, 在最大层次中与要素相交的叶结点就越接近要素本身即要素的边界。因此, 在线性四叉树结构中除具有栅格空间 (空间划分、最小计算单元) 的性质外, 如果采用叶结点代表几何要素的边界, 还具有几何要素的位置与形状信息。此外, 最为重要的是代表边界的叶结点完全存在于线性四叉树结构中, 可用矩形 (或正方形) 相交或包含计算快速搜索边界叶结点, 即矢量空间中的空间索引性质。利用空间索引, 可以将邻元求取过程转变为空间索引的搜索过程, 以降低邻元求取的复杂性。

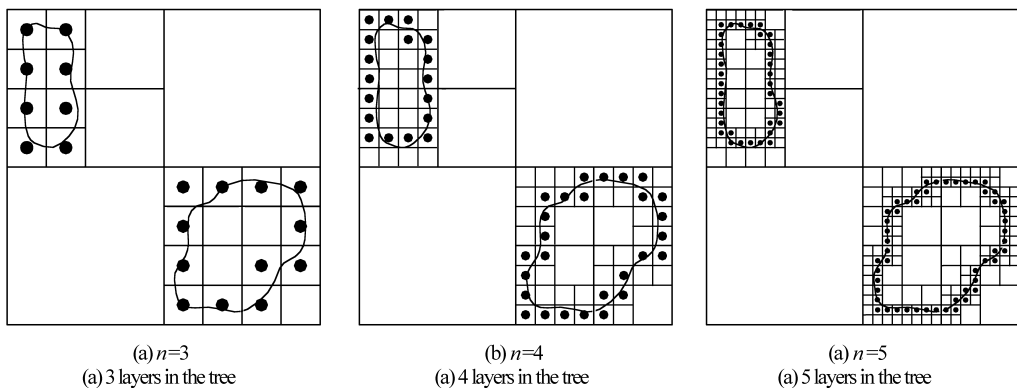


图 1 线性四叉树结构中不同层次的要素边界表达

Fig. 1 Boundary representation of the feature in different level of linear quadtree structure

### 2.2 反向膨胀的计算原理与计算模型

在数学形态学中, 膨胀算子描述为<sup>[11]</sup>: 令  $E = \mathbb{Z}^2$  为 2 维欧几里得栅格, 目标  $X$  是  $E$  的子集, 用  $B$  代表结构元素,  $B^s$  代表结构元素  $B$  关于原点  $(0,0)$  的对称集合, 即

$$B^s = \{-b; b \in B\} \quad (4)$$

$$A \oplus B^s = \bigcup_{b \in B} x_{-b} = \{z \in E; B_z \cap X \neq \emptyset\} \quad (5)$$

如图 2(a) 所示, 两个点状生成源以棋盘距离进行 10 次膨胀后得到灰色结点, 这些结点距两个生成源是等距的, 即为 Voronoi 边界结点。正向膨胀过程是由生长源向非边界结点逐渐扩展的过程, 直到满足等距条件为止, 即到达 Voronoi 边界结点, 栅格结构中也可以把膨胀过程理解为搜索

过程, 即找到与两个生长源等距的且大小相等的结点。同样条件下的线性四叉树结构如图 2(b) 所示, 从非边界结点开始, 把膨胀过程进行反向考虑, 即从非边界结点向边界结点反向膨胀, 找出与其相关的边界结点, 然后进行如下判断: ① 如果非边界结点与边界结点相同大小 (同位于树的最底层), 判断其是否为等距结点; ② 如果非边界结点的边长大于边界结点边长 (非边界结点位于树的较高层), 判断其是否可划分为等距结点。

在线性四叉树结构中, 代表几何要素形状与位置的边界结点完全存在于树结构中, 结构本身就是一个空间索引, 因此, 这一反向膨胀过程可用空间搜索来完成。反向膨胀利用了线性四叉树结构

对空间不规则层次划分这一本质,判断与排除那些不满足条件的“大块”区域树结点,使问题经过较少的步骤即能从已知到达解,减少了计算次数。为了对边界结点进入与覆盖非边界结点这一过程进行形态学描述,我们定义进入数与覆盖数这两个量值。这里用  $b$  代表边界结点或生长源,  $nb$  代表非边界结点。

**定义 2-1** 进入数 ( $E_{b \rightarrow nb}, E_{b \rightarrow nb} \in \mathbf{N}$ ) 为边界结点进入非边界结点所经过的最小膨胀次数。

**定义 2-2** 覆盖数 ( $O_{b \rightarrow nb}, O_{b \rightarrow nb} \in \mathbf{N}$ ) 为边界结点膨胀时所形成的膨胀区域包含非边界结点所需要最小膨胀次数。

以图 2(b) 中的非边界结点  $C$  为例,进行 1 次反向膨胀搜索后得到相关生长源  $A$  与  $B$ 。  $A$  生长源从进入  $C$  到覆盖  $C$  需要进行 3 到 11 次正向膨胀(即  $E_{A \rightarrow C}$  为 3,  $O_{A \rightarrow C}$  为 11), 而  $B$  生长源从进入到覆盖  $C$  需要进行 4 到 12 次正向膨胀(即  $E_{B \rightarrow C}$  为 4,  $O_{B \rightarrow C}$  为 12), 它们的进入数与覆盖数所构成的范围在数轴上有重叠, 说明  $C$  包含了与  $A, B$  生长源等距的结点, 因此可再划分为 Voronoi 边界结点, 即将  $C$  再划分为 4 个子结点, 并分别对它们进行反向膨胀计算, 直到找出 Voronoi 边界结点为止, 此过程是一个递归过程。

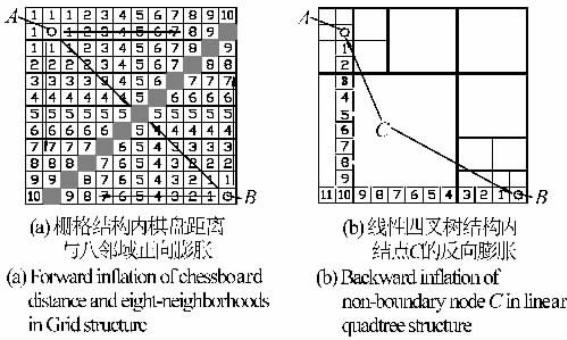


图 2 不同数据结构中的膨胀方式

Fig. 2 Inflation styles in different data structure

反向膨胀计算包括 3 个步骤: ① 非边界结点的自身膨胀, 形成膨胀区域; ② 用膨胀区域在线性四叉树结构中搜索到多个几何要素的相关边界结点, 即求邻近边界结点; ③ 计算相关边界结点进入数与覆盖数, 并进行判断。

非边界结点的四条边界线在平面上延伸可将平面划分为 9 个区域, 根据线性四叉树的性质, 要素的边界结点只能分布在非边界结点的

8-邻域内。按照与非边界结点在  $x, y$  轴上是否平行的方向关系, 可将 8-邻域分为 I, II 两类, 如图 3 所示。

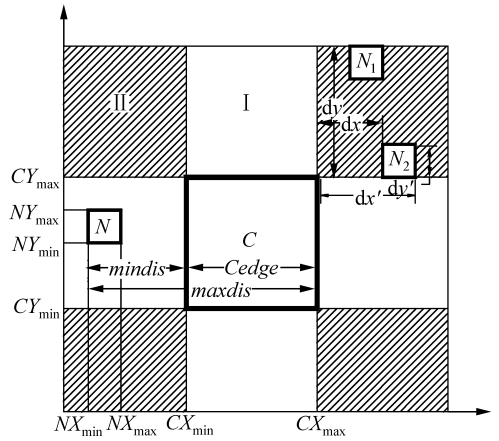


图 3 非边界结点方向关系的膨胀计算

Fig. 3 The inflation computation of direction relationship of the non-boundary nodes

在 I 类区域的边界结点与非边界结点有上、下、左、右方向关系, 因此其到非边界结点的最小距离是它们在  $x$  或  $y$  轴上的最小或最大坐标的差值。如图中边界结点  $N$ , 它在非边界结点  $C$  的左侧, 取  $N$  到  $C$  边界的最小值, 即  $mindis$ 。而值  $mindis / (NY_{max} - NY_{min})$  即为  $E_{N \rightarrow C}$ 。因在线性四叉树结构中, 所有结点均为正方形的, 所以覆盖某一非边界结点所经过的正向膨胀次数是相同的, 即为非边界结点边长与边界结点边长的比值与进入数之和, 如图 3 中  $N$  的覆盖数  $O_{N \rightarrow C}$  为  $(CX_{max} - CX_{min}) / (NX_{max} - NX_{min}) + E_{N \rightarrow C}$ 。考虑区域 II 中的边界结点, 它们与外部边界结点有东北、西北、西南、东南方向关系, 其到非边界结点的最小膨胀距离是其在  $x, y$  到非边界结点边界最小距离中的大者。如图 3 中边界结点  $N_1$ , 它到  $C$  的最小膨胀距离是  $dy$ , 而边界结点  $N_2$  到  $C$  的最小膨胀距离是  $dx'$ 。根据上述分析, 归纳出下面的边界结点膨胀进入、覆盖非边界结点的计算模型。设非边界结点为  $C, L_C$  为其边长,  $C$  相关的边界结点为  $N, L_N$  为  $N$  的边长,  $N$  进入  $C$  所经过的正向膨胀次数为  $E$ , 而覆盖  $C$  所经过的正向膨胀次数为  $O$ , 则有下面的公式

$$\left. \begin{aligned} L_C &= CX_{max} - CX_{min} \\ L_N &= NX_{max} - NX_{min} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$E = \begin{cases} (NY_{\max} - CY_{\max})/L_N & \text{上} \\ (CY_{\min} - NY_{\min})/L_N & \text{下} \\ (NX_{\min} - CX_{\min})/L_N & \text{左} \\ (NX_{\max} - CX_{\max})/L_N & \text{右} \\ (NX_{\max} - CX_{\max})/L_N \text{ 或 } (NY_{\max} - CY_{\max})/L_N & \text{东北} \\ (CX_{\min} - NX_{\min})/L_N \text{ 或 } (NY_{\max} - CY_{\max})/L_N & \text{西北} \\ (CX_{\min} - NX_{\min})/L_N \text{ 或 } (CY_{\min} - NY_{\min})/L_N & \text{西南} \\ (NX_{\max} - CX_{\max})/L_N \text{ 或 } (CY_{\min} - NY_{\min})/L_N & \text{东南} \end{cases} \quad (7)$$

$$O = L_C/L_N + E \quad (8)$$

根据式(6)、式(7)、式(8),任一个非边界结点  $C$  (其相关生长源为  $A, B$ ) 包含 Voronoi 边界结点的条件表示为

$$\begin{aligned} (E_{A \rightarrow C} \geq E_{B \rightarrow C} \wedge E_{A \rightarrow C} < O_{B \rightarrow C}) \vee \\ (E_{B \rightarrow C} \geq E_{A \rightarrow C} \wedge E_{B \rightarrow C} < O_{A \rightarrow C}) \end{aligned}$$

### 3 反向膨胀的优化计算性质

线性二叉树结构是一种层次计算结构,下面以数学形态学及集合理论为基础,以棋盘距离为基本距离度量,对反向膨胀计算作一般性的论述,并推断出几点优化计算性质。

**定理 3-1** 在线性二叉树中所表达的要素集合为  $F(F \neq \emptyset)$ , 树结构中位于  $m(m \in \mathbf{N})$  层的全部边界结点集合  $L(|L| = 1)$  以及非边界结点  $N, C \in L$ , 有  $E_{C \rightarrow N} = l$ ; 在  $n(n > m, n \in \mathbf{N})$  层, 全部边界结点集合  $P, \forall C' \in P$ , 则有

$$\min \{E_{C' \rightarrow N}\} = (l - 1) \times 2^{n-m} + 1 \quad (9)$$

$$\max \{E_{C' \rightarrow N}\} = l \times 2^{n-m} \quad (10)$$

**证明:** (数学归纳法) 初始情况, 树的第 1 层, 有  $E_{C \rightarrow N} = 1$ . 在树的第 2 层, 有  $(l - 1) \times 2^{2-1} + 1 = 1$ . 归纳假设, 假设等式(9)对  $n = k(k \in \mathbf{N} \wedge k > 2)$  层成立, 即有  $(l - 1) \times 2^{k-m} + 1$ . 在  $n = k + 1$  层, 结点四分导致膨胀所经过的结点数为  $n = k$  层的 2 倍, 即有  $\min \{E_{C' \rightarrow N}\} = (l - 1) \times 2^{k-m} \times 2 + 1 = (l - 1) \times 2^{(k+1)-m} + 1$ , 因此, 归纳可得对一切  $n(n \in \mathbf{N})$ , 等式(9)成立。

根据定义 2-2, 有  $\max \{E_{C' \rightarrow N}\} = \min \{E_{C' \rightarrow N}\} + (2^{n-m} - 1)$ ,  $\max \{E_{C' \rightarrow N}\} = (2^{n-m} - 1) + (l - 1) \times 2^{n-m} + 1 = l \times 2^{n-m}$ , 等式(10)成立。

**定义 3-2** 在线性二叉树中所表达的要素集合为  $F(F \neq \emptyset)$  以及树结构中全部边界结点的集合  $N(N \neq \emptyset)$ , 如果  $\exists n(n \in \mathbf{N})$  是表达要素  $f(f \in F)$  的边界, 则把这种关系记为  $\cup$ , 即  $n \cup f$ . 对于

$\exists M(M \subseteq N \wedge M \neq \emptyset)$ , 如果  $\forall m(m \in M)$ , 都有  $m \cup f(f \in F)$ , 则称  $M$  为单源的, 否则称  $M$  为多源的。

并非所有的非边界结点都需要经过多次反向膨胀搜索并得到多源边界结点集合才能进行其是否包含 Voronoi 边界结点的判断。

**推论 3-1** 任一个非边界结点, 经过  $v$  次反向膨胀搜索后得到单源边界结点集, 如果经过  $v + 1$  次反向膨胀搜索后得到的边界结点集仍是单源的, 则说明非边界结点不可再划分为 Voronoi 边界结点。

**证明:** 设全体边界结点的集合为  $S$ , 非边界结点  $Q$  经过  $v$  次反向膨胀后得到单源边界结点集  $V$ , 经过  $h$  次反向膨胀后得到单源边界结点集  $H$ , 构造边界条件不等式,

$v$  次后边界结点的最大覆盖数  $\leq h$  次后边界结点的最小进入数 ( $h > v, v, h \in \mathbf{N}$ ) 即  $\max \{O_{C \rightarrow Q}, C \in V\} \leq \min \{E_{P \rightarrow Q}, P \in H\}$ , 根据式(9)、(10), 有  $v \cdot 2^{n-m} + 2^{n-m} \leq (h - 1)2^{n-m} + 1$ , 不等式化简, 得  $h \geq v + 2 - 1/2^{n-m}$ .  $\therefore [2 - 1/2^{n-m}] = 1$ ,  $\therefore$  有  $h \geq v + 1$ .  $\therefore$  满足不等式成立的  $h$  的最小值为  $v + 1$ . 推论 3-1 成立。

满足推论 3-1 的非边界结点不可再划分为 Voronoi 边界结点, 可将其直接排除。如图 4 中非边界结点  $C_1$ , 在进行 2 次反向膨胀搜索后, 仍得到边界结点  $A, C_1$  不可再划分为 Voronoi 结点。在线性二叉树结构中, 在树的最深层次的结点数目是最多的, 除表达几何要素的边界结点外, 其他的结点称为共生结点, 因为这些结点只是作为边界结点的 8-邻域而存在, 如图 6 中的点状填充结点即是两个线要素边界结点的共生结点。

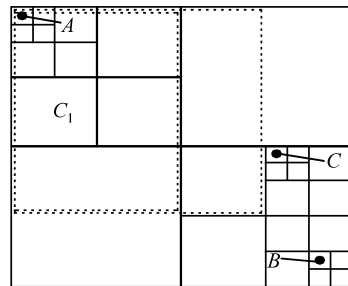


图 4 非边界结点的快速计算

Fig. 4 Quick computation of non-boundary node

**推论 3-2** 当共生结点进行 1 次反向膨胀后, 如果搜索到的边界结点集是单源的, 则该共生结

点不是 Voronoi 边界结点。

证明:设全体边界结点的集合为  $S$ ,任一个共生界结点  $C$ , $C$  经过 1 次反向膨胀搜索后得到单源边界结点集合  $N$ ,对任意  $N \in N$ ,根据式(6),式(7),式(8)可得出  $E_{N \rightarrow C} = 1, O_{N \rightarrow C} = 2$ ,而  $\forall N' (N' \in S \wedge N' \notin N)$ ,有  $E_{N \rightarrow C} \geq 2, O_{N \rightarrow C} \geq 3$ ,综上,有  $E_{N \rightarrow C} \geq O_{N \rightarrow C}$ .推论 3-2 成立。

推论 3-3 当共生结点进行 1 次反向膨胀后,如果搜索得到多源边界结点集合,这些结点经 1 次正向膨胀后均可覆盖该共生结点,即共生结点是 Voronoi 边界结点。

证明:设全体边界结点的集合为  $S$ ,任一个共生界结点  $C$ , $C$  经过 1 次反向膨胀搜索后得到多源边界结点集合  $N$ ,对  $\forall N \in N$ ,根据式(6),式(7),式(8)可得出  $E_{N \rightarrow C} = 1, O_{N \rightarrow C} = 2$ ,因  $N$  是多源边界结点集合,所以  $C$  是 Voronoi 结点,推论 3-3 成立。

推论 3-2 如图 5 中点状填充结点。推论 3-3 如图 5 中灰色结点。

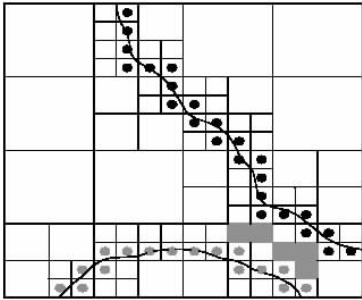


图5 边界共生结点

Fig. 5 The commensal nodes of boundary nodes

推论 3-1 是用于判断与要素较近的非边界结点的快速方法,只需要较少的反向膨胀搜索次数及 1 次比较即能够快速判断与边界结点较近的,位于树的较低层次的非边界结点,减少了反向膨胀搜索次数。对于不完全层次空间中数目最多的共生结点,利用推论 3-2 与推论 3-3,则只需 1 次反向膨胀搜索及 1 次比较即可判断,能够有效的提高计算效率。

### 4 实验分析

实验在 Window 操作系统中 Visual C++ 6.0 环境下进行。以面要素为例,对于多个随机问题大小,测试生成 Voronoi 图的情况,并与常规四叉树方法及均匀格网方法进行对比。

#### 4.1 时间复杂度分析

在长、宽为 10 000 m 的区域内,对要素数分别为 9,20,44 的实验数据进行不同层次条件下的统计,得到其边界结点数与所需计算叶结点数在不同层中的对应关系,如图 6 所示。

从图 6 中可以得出这样的结论,在线性四叉树中从  $n$  层到  $n + 1$  层叶结点的增量是  $n$  层的边界结点四分后造成的, $n$  层到  $n + 1$  层边界结点的增长率在 200% 左右,需计算叶结点的增长率也在 200% 左右,再通过横向比较可知,虽然增长率都为 200% 左右,但需计算叶结点的增长数只占边界结点增长数的 50% 左右。 $n$  层的 1 个边界结点经过四分后在  $n + 1$  层形成 2 个边界结点及 2 个非边界结点,即划分后结点类型数目的比例为 2:2。

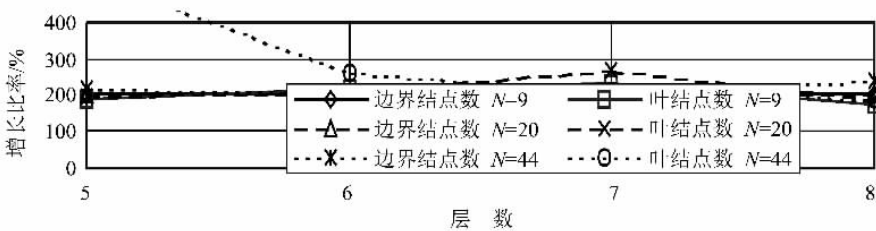


图6 边界结点与叶结点增长比率

Fig. 6 Increasing ratio of boundary node and leaf node

设  $m$  层的线性四叉树其需计算叶结点数为  $M$ ,并满足树的建立及计算条件,如果提高计算精度,则  $m + 1$  层需计算结点数为  $2M$ ,第  $n (n > m)$  层需计算结点数为  $2^{n-m+1}M$ ,因此,线性四叉树的时间复杂度为  $O(2^n)$ 。均匀格网可看作为常规四

叉树的最底层,如果对他们再次四分以提高精度时,需计算结点数增加为原来的 4 倍,因此它们的时间复杂度为  $O(4^n)$ 。综上,线性四叉树在时间复杂度上优于均匀格网与常规四叉树。

### 4.2 空间复杂度分析

在常规四叉树及均匀格网结构中,空间复杂度只与最小计算单元的边长相关。设在边长为  $N \times N$  的 2 维空间中,每个结点单元所占内存空间为 1 个单位,则常规四叉树所需空间为

$$\sum_{i=0}^{\lceil \log \frac{N}{L_{\text{cell}}} \rceil} 4^i = \Theta(4^{\lceil \log \frac{N}{L_{\text{cell}}} \rceil}) \quad (11)$$

均匀格网结构所需空间为

$$\sum_{i=1}^{\lceil \frac{N}{L_{\text{cell}}} \rceil} \sum_{j=1}^{\lceil \frac{N}{L_{\text{cell}}} \rceil} = \Theta\left(\left[\frac{N}{L_{\text{cell}}}\right]^2\right) \quad (12)$$

设  $n = \lceil N/L_{\text{cell}} \rceil$ , 则有  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[n]^2}{4^{\lceil \log n \rceil}} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\log [n]}{[\log n]}$

$= 1$ , 说明常规四叉树与均匀格网结构具有相似的关系。

空间复杂度增长关系。几何要素是随机分布的,所以线性四叉树结构的空间复杂度不仅与最小计算单元有关,还与几何要素的边界分布密度有关。Davis 提出了用于估计线密度的计算方法,其公式表示为<sup>[12]</sup>

$$\frac{(n-1)L}{nA} \quad (13)$$

这里,  $L$  为各线长度之和,  $A$  为区域面积,  $n$  为线数目。本文用式(13)计算面要素边界的分布密度,并在长,宽为 10 000 m 的区域内,以 50 m 为输入精度(实际计算边界结点长度为 40 m),改变区域内要素,使其边长逐渐增加,即线密度值逐渐增加,测试结点总数、叶结点总数与边界线密度之间的关系如图 7 所示。

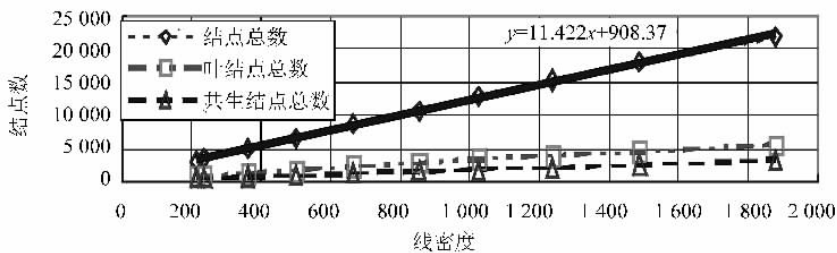


图7 结点总数与线密度关系图

Fig. 7 Relationship between the sum of nodes and the density of line

从图 7 中可得出这样的结论,结点总数、叶结点总数及共生结点总数是与区域线密度之间是保持线性增长关系的。均匀格网所需空间为 62 500 个单位空间,用图 7 中结点总数的线性拟合方程,可求得只有当线密度大于 0.005 392 时,线性四叉树大于均匀格网的所需空间,而这种情况只有在要素密集分布且要素大小非常小的情况才能出现。因此,在一般情况下 3 种方法的空间复杂度有以下关系,常规四叉树 = 均匀格网 > 线性四叉树。实验结果如图 8 所示,其中 (a) 为 44 个面要素的 Voronoi 图, (b) 为 (a) 中红色区域内的线性四叉树结构局部结点分布。

### 5 结果与讨论

本文提出一种基于线性四叉树结构及反向膨胀计算的 Voronoi 图生成方法。首先,线性四叉树对空间剖分的不均匀性使计算量减小,空间复杂度降低。其次,利用线性四叉树的栅格性质进行数学形态学中的膨胀计算,同时也利用了其矢量性质即空间索引进行邻近边界结点求取,使栅格与矢量结构的优点得到充分的发挥。第三,反向膨胀计算模型能够较好地对树结构中高层结点到低层结点的膨胀过程进行量化,且便于计算。

下一步的工作主要有以下两方面:

1. 在本文所介绍的方法基础上,引入分治的方法。分治法是著名的通用算法设计技术,它将问题的实例分为同一个问题的几个较小实例。通过引入分治的思想,可以将层数过大的树结构分解为若干层数较少的树结构,减少结点递增数。

2. 在 Voronoi 图生成的基础上,以 Oracle Spatial 为平台,进行海量数据中的动态空间关系计算<sup>[13]</sup>。

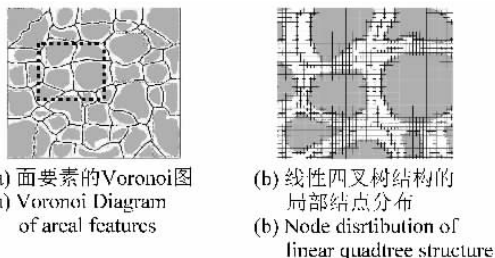


图8 部分实验结果

Fig. 8 Part of test results

## 参考文献:

- [1] ZHAO Ren-liang, LI Zhi-lin, CHEN Jun, GOLD C M, ZHANG Yong. A Hierarchical Raster Method for Computing Voronoi Diagrams Based on Quadrees [A]. Lecture Notes in Computer Science-Computational Science-ICCS[C]. Amsterdam: Springer, 2002. 1 004-1 013.
- [2] BORGEFORS G. Distance Transformations in Digital Images [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1986, 34(3):344-371.
- [3] KOTROPOULOS C, PITAS I, MAGLARA A. Voronoi Tesselation and Delaunay Triangulation Using Euclidean Disk Growing in  $Z^2$  [A]. International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing (ICASSP-93) [C]. Minneapolis: IEEE Press, 1993. 29-32.
- [4] LI C, CHEN J, LI Z L. Raster-based Methods for the Generation of Voronoi Diagrams for Spatial Entities [J]. International Journal of Geographical Information Science, 1999, 13(3): 209-225.
- [5] LEYMARIE F, LEVINE M L. Fast Raster Scan Distance Propagation on the Discrete Rectangular Lattice [J]. Computer Vision, Graphics and Image Processing: Image Understanding, 1992, 55(1): 85-94.
- [6] SHIH F Y, WU Y T. Fast Euclidean Distance Transformation in Two Scans Using a  $3 \times 3$  Neighborhood [J]. Computer Vision and Image Understanding, 2004, 93(2):195-205.
- [7] CUISENAIRE O, MACQ B. Fast Euclidean Distance Transformation by Propagation Using Multiple Neighborhoods [J]. Computer Vision and Image Understanding, 1999, 76(2):163-172.
- [8] SAMET H. Neighbor Finding Techniques for Images Represented by Quadrees [J]. Computer Graphics and Image Processing, 1982, 18(3):37-57.
- [9] RAGNEMALM I. Fast Erosion and Dilation by Contour Processing and Thresholding of Distance Maps [J]. Pattern Recognition Letters Archive, 1992, 13(3): 161-166.
- [10] SAMET H, *et al.* Recent Developments in Linear Quadtree-based Geographic Information Systems [J]. Image and Vision Computing, 1987, 5(3):187-197.
- [11] GONZALEZ R C, WOODS R E. Digital Image Processing (Second Edition) [M]. Publishing House of Electronics Industry, 2003.
- [12] DAVIS J C. Statistics and Data Analysis in Geology [M]. New York: John Wiley & Sons, 1986.
- [13] CHEN Jun, ZHAO Ren-liang. Spatial Relations in GIS: A Survey on Its Key Issues and Research Progress [J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 1999, 28(2):95-102. (陈军, 赵仁亮. GIS空间关系的基本问题与研究进展 [J]. 测绘学报, 1999, 28(2):95-102.)
- (责任编辑:丛树平)
- 
- (上接第235页)
- [24] FAUCONNIER G. Mappings in Thought and Language [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1997.
- [25] LAKOFF G, JOHNSON M. Metaphors We Live by [M]. Chicago: the University of Chicago Press, 1980.
- [26] KUHN W, FRANK A. A Formalization of Metaphors and Image-Schemata in User Interfaces [J]. Cognitive and Linguistic Aspects of Geographic Space, 1991. 419-434.
- [27] KUHN W. An Algebraic Interpretation of Semantic Networks [A]. Spatial Information Theory (COSIT'99) Lecture Notes in Computer Science 1661 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 1999. 331-347.
- [28] FRANK, A. One Step up the Abstraction Ladder; Combining Algebras-From Functional Pieces to a Whole [A]. Spatial Information Theory (COSIT'99), Lecture Notes in Computer Science 1661 [C]. Berlin: Springer-Verlag, 1999. 95-107.
- [29] TURNER M, FAUCONNIER G. Conceptual Integration Networks [J]. Cognitive Science, 1998, 22(2):133-187.
- [30] GOGUEN J. Formal Notation for Conceptual Blending [EB/OL]. <http://www.cs.ucsd.edu/users/goguen/courses/271/blend.html>. 2001.
- [31] WANG Zi-song. Aristotle's Theory about Ontology [M]. Beijing: People's Press, 1997. (汪子嵩. 亚里士多德关于本体的学说 [M]. 北京: 人民出版社, 1997.)
- [32] GRUBER T R. Toward Principles for the Design of Ontologies Used for Knowledge Sharing [J]. International Journal of Human and Computer Studies, 1995, 43(5/6): 907-928.
- [33] GUARINO N, WELTY C. Ontological Analysis of Taxonomic Relations [A]. Proceedings of ER-2000: The International Conference on Conceptual Modeling LNCS Vol. 920 [C]. Berlin: Springer Verlag, 2000.
- (责任编辑:张燕燕)