

# 二维近似空间上基于粒计算的数据识别

闫林, 党留群, 魏雁天, 张学栋

YAN Lin, DANG Liu-qun, WEI Yan-tian, ZHANG Xue-dong

河南师范大学 计算机与信息技术学院 智能信息处理重点实验室, 河南 新乡 453007

Key Laboratory for Intelligent Information Processing, College of Computer and Information Technology, Henan Normal University, Xinxiang, Henan 453007, China

E-mail: hnsdyL@163.com

YAN Lin, DANG Liu-qun, WEI Yan-tian, et al. Data recognition based on granular computing in binary-dimensional approximate space. Computer Engineering and Applications, 2008, 44(1): 75-78.

**Abstract:** Based on the achievements in scientific researches on combining logical reasoning with granular computing, logical formulas and granules corresponding to the formulas are defined in a binary-dimensional approximate space obtained by expanding an approximate space. To make the needs of data recognition, an important binary-dimensional approximate space, rectangular approximate space, are specially constructed. Through granular computing on the granules corresponding to the formulas in the rectangular approximate space, a concept, rough description of a formula is proposed, so the information hidden in a formula can be recognized via using the formula's rough description, and this method can effectively realize the purpose of maintaining secrecy when information is transferred. This data recognition by means of granular computing not only indicates the importance, but also shows the practical value about of the theoretical researches in earlier stage.

**Key words:** rectangular partition; rectangular approximate space; granular computing; rough description

**摘要:** 利用逻辑推理和粒计算相互融合的研究成果, 通过扩展近似空间, 在形成的二维近似空间上定义了逻辑公式和公式确定的粒。为数据识别的需要, 特别构造了一类重要的二维近似空间——矩形近似空间。经对矩形近似空间上公式确定的粒进行粒计算, 得到矩形近似空间上公式粗糙描述的概念, 由此可有效地实现对公式中隐含信息的识别, 以达到数据保密传送的目的。这种基于粒计算的数据识别不仅表明前期理论研究的重要性, 也表明理论结果的应用价值。

**关键词:** 矩形划分; 矩形近似空间; 粒计算; 粗糙描述

**文章编号:** 1002-8331(2008)01-0075-04 **文献标识码:** A **中图分类号:** TP18

## 1 引言

文献[1]中, 作者利用逻辑的方法, 在粗糙集理论的近似空间( $U, R$ )中定义了一类公式。对于任意这样的公式 $\phi$ , 采用符号 $|\phi|$ 表示 $U^n (=U \times U \times \dots \times U)$ 中满足 $\phi$ 的元素构成的集合, 并将 $|\phi|$ 称为公式 $\phi$ 的语义集。进而通过公式语义集之间的某些组合(如:  $\cap, \cup, \sim$ )以及针对语义集实施上近似和下近似的运算研究了公式之间的粗糙逻辑推理。由于[2]中将公式 $\phi$ 的语义集 $|\phi|$ 作为粒的形式化定义, 且语义集的上近似和下近似运算, 以及语义集之间通过 $\cap, \cup, \sim$ 进行的组合等都属于[2]中定义的粒计算。因此[1]中的粗糙逻辑推理实际上就是基于粒计算的推理研究。与之类似, [3-9]中的研究也都将粒计算与逻辑推理紧密相联。这种把粒计算与逻辑方法相互融合的讨论, 为粒计算的理论探讨提供了有效的方法。

另一方面, 寻求粒计算理论成果的应用也是粒计算研究的重要方面, 许多学者都在努力从事这方面的研究和探讨。本文就是在粒计算和数理逻辑相互融合, 并取得理论研究成果的基

础上, 展开粒计算应用方面的讨论。由于[1][2][5][6]中的粒计算研究都与 $n$ 维论域 $U^n (=U \times U \times \dots \times U)$ 有关, 所以这为在二维近似空间中以粒计算方法对数据进行识别做了前提准备。

## 2 一维划分与 $n$ 维划分

**定义 1** 设 $U$ 是一个集合, 若 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ 是 $U$ 的划分, 则称 $S$ 是 $U$ 的一维划分; 若 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$ 是 $n(n \geq 2)$ 个 $U$ 的笛卡儿积 $U^n (=U \times U \times \dots \times U)$ 的划分, 则称 $T$ 是 $U$ 的 $n$ 维划分。

集合 $U$ 的一维划分就是 $U$ 的划分, 加入“一维”的目的是为了引出“ $n$ 维”划分。当 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$ 是 $U$ 的一维或 $n$ 维划分时, 用 $\cup T$ 表示 $T$ 中所有划分块的并, 即 $\cup T = T_1 \cup T_2 \cup \dots \cup T_m$ 。

**命题 1** 设 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ 和 $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_l\}$ 都是 $U$ 的一维划分, 令 $S \times Q = \{S_i \times Q_j | S_i \in S, Q_j \in Q\}$ , 则 $S \times Q$ 是 $U$ 的二维划分。

**证明** 首先, 对任 $S_i \times Q_j \in S \times Q$ , 有 $S_i \times Q_j \neq \Phi$ 。

其次, 对于 $S_i \times Q_j \in S \times Q$ 和 $S_m \times Q_n \in S \times Q$ , 若 $S_i \times Q_j \neq S_m \times Q_n$ , 则

基金项目: 河南省自然科学基金 (the Natural Science Foundation of Henan Province of China under Grant No.0611055200)。

作者简介: 闫林(1957-), 男, 教授, 主要从事数理逻辑、非经典逻辑和粒计算的研究; 党留群(1965-), 男, 讲师, 主要从事粗糙集理论, 粒计算的研究; 魏雁天(1983-), 女, 硕士研究生, 主要从事粗糙集理论, 粒计算的研究。

必有  $(S_i \times Q_j) \cap (S_m \times Q_n) = \emptyset$ 。

最后,对于任意的  $\langle x, y \rangle \in U \times U$ , 由于  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  和  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_l\}$  都是  $U$  的划分, 所以一定有  $S_i \in S$  和  $Q_j \in Q$ , 使得  $x \in S_i$  且  $y \in Q_j$ , 因此  $\langle x, y \rangle \in S_i \times Q_j$ 。所以  $\cup(S \times Q) = U \times U$ 。

以上说明  $S \times Q$  是  $U$  的二维划分。 证毕

由命题 1 立刻得到如下结论:

**命题 2** 设  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  是  $U$  的一维划分, 则

- ①若令  $S^2 = \{S_i \times S_j | S_i, S_j \in S\}$ , 则  $S^2$  是  $U$  的二维划分;
- ②若令  $S^n = \{S_{i_1} \times S_{i_2} \times \dots \times S_{i_m} | S_{i_1}, S_{i_2}, \dots, S_{i_m} \in S\}$ , 则  $S^n$  是  $U$  的  $n$  ( $n \geq 2$ ) 维划分。

设  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$  和  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_l\}$  都是  $U$  的一维或  $n$  维划分, 若对任意的  $S_i \in S$ , 存在  $Q_j \in Q$ , 使得  $S_i \subseteq Q_j$ , 则称  $S$  是  $Q$  的细分。

**命题 3** 设  $S = \{S_1, S_2, \dots, S_k\}$ ,  $Q = \{Q_1, Q_2, \dots, Q_l\}$ ,  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_n\}$  和  $W = \{W_1, W_2, \dots, W_m\}$  都是  $U$  的一维划分, 若  $S$  是  $V$  的细分,  $Q$  是  $W$  的细分, 则作为  $U$  的二维划分,  $S \times Q$  是  $V \times W$  的细分。

### 3 二维近似空间上的公式及公式确定的粒

文献[1][2][5][6]中已经定义了公式和公式确定的粒, 这些概念包含下面在二维近似空间中所做的同样定义。但由于二维近似空间的特殊性, 以及本文内容的整体性, 所以给出二维近似空间上公式及公式确定粒的定义仍是必要的。如下就是这方面的工作。

设  $U$  是任意一个集合。若  $R$  是  $U$  上的等价关系, 则粗糙集理论将  $(U, R)$  称为近似空间, 并用  $U/R = \{[a] | a \in U\}$  表示  $R$  对  $U$  产生的划分。令  $(U/R)^2 = \{[a] \times [b] | [a], [b] \in U/R\}$ , 由命题 2 知  $(U/R)^2$  是  $U$  的二维划分。

**定义 2** 设  $(U, R)$  是近似空间, 称  $(U, U/R)$  为一维近似空间, 称  $(U, (U/R)^2)$  为二维近似空间。

实际上, 近似空间  $(U, R)$  与一维近似空间  $(U, U/R)$  并无本质区别, 但由于表示形式的差异, 故将其名称也稍加改动。不过引入“一维”的主要目的是为了更自然地引出“二维”近似空间。

由于[2]中的粒是通过逻辑公式引出的, 因此下面通过逻辑方法给出二维近似空间中公式的定义。

**定义 3** 设  $(U, (U/R)^2)$  是二维近似空间, 引入两个符号:  $u$  和  $v$ , 称为  $(U, (U/R)^2)$  上的变元。对于  $U$  上的任一二元关系  $H \subseteq U \times U$ , 称  $H(u, v)$  为二维近似空间  $(U, (U/R)^2)$  上的原子公式。

**定义 4** 设  $(U, (U/R)^2)$  是二维近似空间, 该空间上的公式归纳定义如下:

- ①  $(U, (U/R)^2)$  上的原子公式是该空间上的公式;
- ② 如果  $\phi$  是  $(U, (U/R)^2)$  上的公式, 则  $\neg \phi$  是  $(U, (U/R)^2)$  上的公式;
- ③ 如果  $\phi, \psi$  是  $(U, (U/R)^2)$  上的公式, 则  $\phi \wedge \psi, \phi \vee \psi, \phi \rightarrow \psi$  是  $(U, (U/R)^2)$  上的公式;
- ④ 只有有限步使用①, ②或③得到的表达式是  $(U, (U/R)^2)$  上的公式。

由于任一原子公式  $H(u, v)$  中都出现两个变元, 所以  $(U, (U/R)^2)$  上的任一公式  $\phi$  中也必然出现两个变元, 因此这里的公式是[1][2][5][6]中公式的一部分。有时为了强调这两个变元, 将  $\phi$  记作  $\phi(u, v)$ 。

对于二维近似空间  $(U, (U/R)^2)$  上的原子公式  $H(u, v)$ , 以

及序偶  $\langle x, y \rangle \in U \times U$ , 如果  $\langle x, y \rangle \in H$ , 则称序偶  $\langle x, y \rangle$  满足原子公式  $H(u, v)$ 。

**定义 5** 设  $(U, (U/R)^2)$  是二维近似空间,  $\phi$  是  $(U, (U/R)^2)$  上的任一公式,  $\phi$  的语义集记作  $|\phi|$ , 其含义递归定义如下:

- ① 若  $\phi$  是原子公式, 即  $\phi = H(u, v)$ , 则  $|H(u, v)| = \{\langle x, y \rangle | \langle x, y \rangle \in U \times U \text{ 且 } \langle x, y \rangle \text{ 满足 } H(u, v)\}$ ;
- ② 若  $\phi = \neg \psi$ , 则  $|\neg \psi| = \sim |\psi| (= U \times U - |\psi|)$ ;
- ③ 若  $\phi = \phi_1 \wedge \phi_2$ , 则  $|\phi_1 \wedge \phi_2| = |\phi_1| \cap |\phi_2|$ ;
- ④ 若  $\phi = \phi_1 \vee \phi_2$ , 则  $|\phi_1 \vee \phi_2| = |\phi_1| \cup |\phi_2|$ ;
- ⑤ 若  $\phi = \phi_1 \rightarrow \phi_2$ , 则  $|\phi_1 \rightarrow \phi_2| = |\neg \phi_1| \cup |\phi_2|$ 。

**命题 4** 对于  $(U, (U/R)^2)$  上的公式  $\phi$ , 有:

- ① 若  $\phi$  是原子公式  $H(u, v)$ , 则  $|H(u, v)| = H$ ;
- ②  $|\phi| \subseteq U \times U$ 。

**定义 6** 对于二维近似空间  $(U, (U/R)^2)$  上的任一公式  $\phi$ , 将  $\phi$  的语义集  $|\phi|$  称为  $\phi$  确定的粒。

若把  $U \times U$  看作整体, 由于  $|\phi| \subseteq U \times U$ , 那么公式  $\phi$  确定的粒  $|\phi|$  实际上就是通过公式  $\phi$  从整体  $U \times U$  中分离出的部分, 这正是学者们对粒的直观理解。文献[2]中也给出了粒计算的定义, 粒之间的交 ( $\cap$ ) 并 ( $\cup$ ) 补 ( $\sim$ ) 运算被蕴涵其中。所以定义 5 中的②~⑤属于粒计算的某些形式。

### 4 矩形近似空间上的信息识别

如果能通过粒计算的方法实现对某些信息的识别, 这对识别技术来说将是一种新的研究思路。现构建特殊的二维近似空间以对此进行研究。

#### 4.1 矩形近似空间

设集合  $U = [0, 1)$ , 在区间  $U = [0, 1)$  中插入  $n-1$  个点:  $1/n, 2/n, \dots, (n-1)/n$ , 这  $n-1$  个点可以将区间  $U = [0, 1)$  划分为  $n$  个子区间:  $[0, 1/n), [1/n, 2/n), \dots, [(n-1)/n, 1)$ 。显然这些子区间的集合  $\{[0, 1/n), [1/n, 2/n), \dots, [(n-1)/n, 1)\}$  是  $U = [0, 1)$  的划分。令该划分所确定  $U$  上的等价关系为  $R_n$ , 即  $R_n \subseteq U \times U$  且  $\langle x, y \rangle \in R_n$  当且仅当  $x$  和  $y$  属于  $\{[0, 1/n), [1/n, 2/n), \dots, [(n-1)/n, 1)\}$  中的同一个子区间  $[i/n, (i+1)/n)$ ,  $0 \leq i < n$ 。此时  $U/R_n = \{[0, 1/n), [1/n, 2/n), \dots, [(n-1)/n, 1)\}$ 。由命题 2 知  $(U/R_n)^2$  是  $U = [0, 1)$  的二维划分, 且  $(U/R_n)^2 = \{[i/n, (i+1)/n) \times [j/n, (j+1)/n) | [i/n, (i+1)/n), [j/n, (j+1)/n) \in U/R_n, 0 \leq i, j < n\}$ 。于是可以分别得到一维和二维近似空间  $(U, U/R_n)$  和  $(U, (U/R_n)^2)$ 。因为  $U/R_n$  是对  $[0, 1)$  所表示线段的划分, 所以  $(U/R_n)^2$  是对  $[0, 1) \times [0, 1)$  所表示矩形的划分。由于下面完全在  $(U/R_n)^2$  和  $(U, (U/R_n)^2)$  中展开讨论。为了强调特殊性, 将  $(U/R_n)^2$  称为矩形划分,  $(U, (U/R_n)^2)$  称为矩形近似空间。

图 1 是矩形划分  $(U/R_n)^2$  的几何表示, 此时  $U = [0, 1)$  且  $n = 20$ 。由于矩形划分与划分块密切相关, 而划分块的各种组合可构成表示信息的图案。所以若把划分块看作矩形近似空间中的粒, 组合看作粒计算, 那么这便是通过粒计算的方法在矩形近似空间中对数据信息的处理。此直观思想可以在矩形近似空间  $(U, (U/R_n)^2)$  中进行数学描述, 请看如下的讨论。

#### 4.2 基于粗糙描述的信息识别

以下均设  $U = [0, 1)$ , 并将矩形划分  $(U/R_n)^2$  中的划分块记作  $S_i \times S_j$ , 即  $(U/R_n)^2 = \{S_i \times S_j | S_i, S_j \in U/R_n\}$ , 其中  $S_i = [i/n, (i+1)/n)$  且  $S_j = [j/n, (j+1)/n)$  ( $0 \leq i, j < n$ )。

在 Pawlak 近似空间  $(U, R)$  中, 通过等价关系  $R$  进行上近

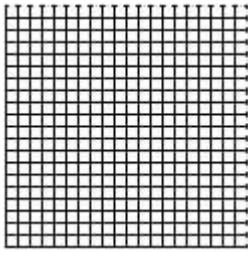


图1 矩形划分 $(U/R_n)^2$

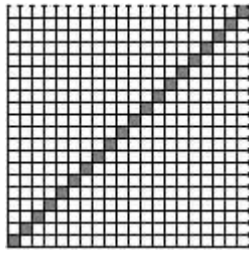


图2  $H(u,v)$ 的粗糙描述

似和下近似的讨论是粗糙集理论研究的重要方面。下面将上近似用于信息的识别,但这里的上近似不是在通常近似空间 $(U, R)$ 中定义,而是在矩形近似空间 $(U, (U/R_n)^2)$ 中产生。对于 $(U, (U/R_n)^2)$ 上的公式 $\phi$ ,由于 $|\phi| \subseteq U \times U$ ,以及与等价关系 $R_n$ 有关的矩形划分 $(U/R_n)^2$ 是对 $U \times U$ 的划分,因此粒 $|\phi|$ 在 $(U, (U/R_n)^2)$ 中的上近似记作 $R_n * |\phi|$ ,其定义为:

$$R_n * |\phi| = \cup \{S_i \times S_j | S_i \times S_j \in (U/R_n)^2 \text{ 且 } (S_i \times S_j) \cap |\phi| \neq \emptyset\}.$$

**定义7** 设 $(U, (U/R_n)^2)$ 是矩形近似空间, $\phi$ 是该空间上的公式, $|\phi|$ 是 $\phi$ 确定的粒。称 $R_n * |\phi|$ 为公式 $\phi$ 在 $(U, (U/R_n)^2)$ 中的粗糙描述。

文献[2]对粒计算定义时,已把上近似包含在内,所以在 $(U, (U/R_n)^2)$ 中从 $|\phi|$ 到粗糙描述 $R_n * |\phi|$ 的对应属于粒计算的一种情况。

设 $(U, (U/R_n)^2)$ 是矩形近似空间,可以通过构造 $(U, (U/R_n)^2)$ 上的公式 $\phi(u,v)$ ,得到满足一定要求的粗糙描述,从而实现和数据信息的识别。具体讨论如下:

令 $n=20$ ,矩形划分 $(U/R_n)^2$ 如图1所示,于是有矩形近似空间 $(U, (U/R_n)^2)$ 。构造 $U$ 上的二元关系 $H \subseteq U \times U$ ,且 $H = \{ \langle x, x \rangle | x = 0.05n + 0.03, n=0, 1, 2, \dots, 19 \}$ 。实际上 $H$ 中的序偶分别位于图1自左下角至右上角的划分块中。比如当 $n=0$ 时,  $\langle x, x \rangle = \langle 0.03, 0.03 \rangle$ , 该序偶位于图1左下角的划分块中,当 $n=19$ 时,  $\langle x, x \rangle = \langle 0.98, 0.98 \rangle$ , 该序偶位于图1右上角的划分块中,当 $n=9$ 时,  $\langle x, x \rangle = \langle 0.48, 0.48 \rangle$ , 该序偶位于图1中自左下角至右上角中间的划分块中等等。令 $\phi(u,v) = H(u,v)$ ,则由命题4,  $|\phi(u,v)| = |H(u,v)| = H$ 。根据上近似的定义,公式 $\phi(u,v)$ 在 $(U, (U/R_n)^2)$ 中的粗糙描述 $R_n * |\phi(u,v)|$ 等于图1自左下角至右上角所有划分块的并,其几何表示见图2的阴影部分。

这种通过对公式 $\phi(u,v)$ 确定粒实施上近似形式的粒计算,得到粗糙描述 $R_n * |\phi(u,v)|$ 的过程就是对公式 $\phi(u,v)$ 中隐含数据信息的识别。因此图2所示的信息是粒计算的结果,并可进一步展开如下应用的讨论。

### 4.3 基于粗糙描述的密码识别

设 $(U, (U/R_n)^2)$ 是矩形近似空间,有目的构造公式 $\phi(u,v)$ ,并利用 $\phi(u,v)$ 的粗糙描述就可识别 $\phi(u,v)$ 中隐含的信息,此方法可用于密码的传送。比如,考虑图3中由阴影划分块构成的图案,其中“口令”在军事上是重要的信息,并常常需要传送。但应保证在传送过程中的安全,而公式的粗糙描述可以在保密方面发挥效能。只要在组成“口令”每一阴影划分块中选取一个点 $\langle x, y \rangle$ ,令这些点构成的二元关系为 $H \subseteq U \times U$ ,通过 $H$ 可以构造公式 $\phi(u,v) = H(u,v)$ 。如果元素较多使得 $H$ 过于庞大,可将 $H$ 细化:令 $H_1$ 为“口”阴影划分块中所选点的集合, $H_2$ 为“令”阴影划分块中所选点的集合,并令 $H = H_1 \cup H_2$ ,则 $H$ 仍是 $U$ 上的二元关系。通过 $H_1$ 和 $H_2$ 可以构造公式 $\phi(u,v) = H_1(u,v) \vee H_2(u,v)$ 。传送时,只要将公式 $\phi(u,v)$ 和 $H$ (或 $H_1$ 和 $H_2$ )中的所

有数据(即由 $\langle x, y \rangle$ 所表示的点)进行传送,接收者利用定义5中的规则求出公式 $\phi(u,v)$ 的粒,并将 $\phi(u,v)$ 的粗糙描述在矩形划分 $(U/R_n)^2$ 中进行几何表示,便可以识别所接收的信息。此方法具有很强的保密性,这可以通过下面的讨论予以说明。

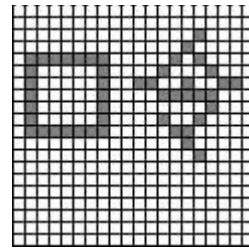


图3 信息

### 4.4 公式和矩形划分的构造技巧

(1)公式构造的多样性:图3中的信息“口令”是由阴影划分块构成的汉字。由于汉字的大小可以变化且显示的位置也比较随意,所以构成“口令”阴影划分块的多少和位置均不固定。于是取自这些划分块中点所确定的二元关系 $H$ (或 $H_1$ 和 $H_2$ )自然变化繁多,这将导致 $H$ (或 $H_1$ 和 $H_2$ )所决定的公式 $\phi(u,v)$ 具有不同的内涵。因此 $\phi(u,v)$ 确定粒的大小和内容也将发生变化。但无论怎样,公式 $\phi(u,v)$ 的粗糙描述所识别的信息“口令”在矩形近似空间中的几何表示均固定不变。这种变化的公式必然给破译者造成传送数据发生变化的错觉,于是将增强信息传送的保密性。

(2)细分所导致的显示变化:随着 $n$ 的变化,矩形划分 $(U/R_n)^2$ 中的划分块也将随之改变。如果把 $n$ 也作为数据传送和识别的一部分,那么 $n$ 的正确取值对于公式 $\phi(u,v)$ 粗糙描述在矩形划分中的几何表示将起重要作用。例如,当 $n=10$ 时,在矩形近似空间 $(U, (U/R_{10})^2)$ 上构造公式 $\phi(u,v)$ ,使得 $\phi(u,v)$ 在 $(U, (U/R_{10})^2)$ 中粗糙描述 $R_{10} * |\phi(u,v)|$ 的几何表示如图4阴影部分所示。事实上,可以这样构造 $U = [0, 1)$ 上的二元关系 $P$ :在图4阴影部分每一划分块中选取一点 $\langle x, y \rangle (\in [0, 1) \times [0, 1))$ , $P$ 由所有这些点构成。令 $\phi(u,v) = P(u,v)$ ,则 $\phi(u,v)$ 在 $(U, (U/R_{10})^2)$ 中粗糙描述的几何表示便是图4中的阴影部分。

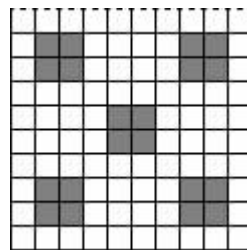


图4  $n=10$ 时的信息

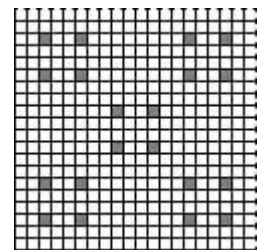


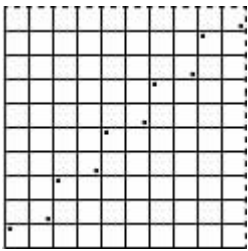
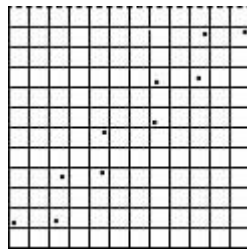
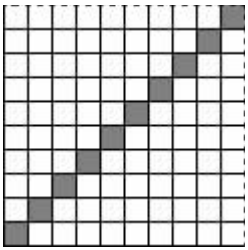
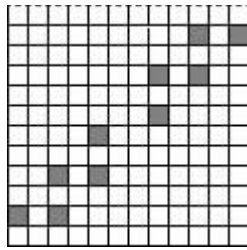
图5  $n=20$ 时的信息

如果让 $n$ 变化,令 $n=20$ ,得到矩形近似空间 $(U, (U/R_{20})^2)$ 。由命题3知 $(U/R_{20})^2$ 是 $(U/R_{10})^2$ 的细分,此时只要二元关系 $P$ 中的点选择适当,则 $\phi(u,v)$ 在矩形近似空间 $(U, (U/R_{20})^2)$ 中粗糙描述的几何表示便是图5中的阴影部分。如果图4或者图5表示了一些重要的信息,那么同一公式 $\phi(u,v)$ 在不同矩形近似空间中粗糙描述几何显示的变化必定会进一步增加数据传送的保密性,因为同一公式中隐含信息的不同显示会给破译者带来疑惑和误解。

(3)非细分所导致的显示变化:在(2)的讨论中,由于 $(U/R_{20})^2$ 是 $(U/R_{10})^2$ 的细分,所以尽管图4和图5两者不同,但阴

影部分划分块除大小差异外,所显示的区域都限定在某一范围内。如果矩形划分之间没有细分关系,那么图形显示的区域可能发生变化。例如,令  $U(=[0, 1])$  上二元关系  $P=\{<0.01, 0.09>, <0.19, 0.11>, <0.21, 0.29>, <0.39, 0.31>, <0.41, 0.49>, <0.59, 0.51>, <0.61, 0.69>, <0.79, 0.71>, <0.81, 0.89>, <0.99, 0.91>\}$ , 则当  $n=10$  时,  $P$  中点在矩形划分  $(U/R_{10})^2$  各划分块中的分布如图 6 所示; 当  $n=12$  时,  $P$  中点在矩形划分  $(U/R_{12})^2$  各划分块中的分布如图 7 所示。

令  $\phi(u, v)=P(u, v)$  为矩形近似空间  $(U, (U/R_n)^2)$  上的公式, 当  $n=10$  时,  $\phi(u, v)$  在  $(U, (U/R_{10})^2)$  中粗糙描述的几何表示如图 8 所示; 当  $n=12$  时,  $\phi(u, v)$  在  $(U, (U/R_{12})^2)$  中粗糙描述的几何表示如图 9 所示。显然两者阴影部分显示的区域发生了变化。同一公式粗糙描述在不同矩形近似空间中相异几何表示的性质对于数据隐藏、保密都具有重要意义。

图 6  $n=10$  时的点分布图 7  $n=12$  时的点分布图 8  $n=10$  时的信息图 9  $n=12$  时的信息

(4)  $n$  之值所导致的变化: 矩形划分  $(U/R_n)^2$  中的  $n$  并不一定取自然数, 可以将  $n$  取为小数 (此时可让矩形划分中最右边那一列和最上边那一行中每一划分块小于其它划分块)。这样只要  $n$  不被知晓, 那么在  $(U/R_n)^2$  的哪一个划分块中选取了点  $\langle x, y \rangle$  是难以破解的。如果不能正确选择  $n$  的值, 那么由 (2) 和 (3) 的讨论可知公式粗糙描述在相应矩形划分中的几何表示与所希望的图形便具有较大差异。这样即便知晓粗糙描述这种方法, 信息也难以识别。

## 5 结束语

利用矩形近似空间  $(U, (U/R_{20})^2)$  上公式确定的粒以及对粒实施上近似形式的粒计算, 进而利用所得到的粗糙描述对数据进行识别的方法是本文对粒计算理论研究成果在实际应用方面所进行的探索。通过粗糙描述对数据予以识别的理论基础来源于粒计算与逻辑推理相互融合的理论成果, 这说明 [1]~[9] 中基于逻辑方法的粒计算研究以及以粒计算描述逻辑推理的结论不仅具有理论意义, 而且也具有应用价值。

本文基于粗糙描述的数据识别是对粒计算与逻辑方法相互融合之理论研究成果的初步应用, 当然仍具有进一步开发、扩展和研究的空间。特别是在上述 (2) 和 (3) 的讨论中, 只是介绍了公式的粗糙描述在矩形近似空间中几何表示的某些技巧, 能否据此有目的的设计出完整的数据处理系统, 以应对特殊问题的需要自然是今后要进一步探索的问题。

(收稿日期: 2007 年 7 月)

## 参考文献:

- [1] 闫林, 王全蕊, 刘延. Rough 逻辑公式的语义分析及基于语义分析推理的研究[J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(4): 433-438.
- [2] Yan L, Liu Q. Formalization for granular computing based on logical formulas[C]//Proc of International Forum on Theory of GrC from Rough Set Perspective, Nanchang, China, 2006: 60-65.
- [3] 刘清, 黄兆华. G-逻辑及其归结推理[J]. 计算机学报, 2004, 27(7): 865-873.
- [4] Nakamura A, Gao M J. A rough logic based on incomplete information and its application[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 1996, 15(4): 367-378.
- [5] Yan L, Wang S H, Zhang X D. Semantic reasoning study for rough logic about  $n$ -ary formulas[C]//Proc of 2006 IEEE International Conference on Granular Computing, Atlanta, Georgia, USA, 2006: 381-384.
- [6] 闫林, 张聪品. 模态逻辑公理的粗糙真语义分析[J]. 计算机研究与发展, 2006, 43(11): 1999-2004.
- [7] Liu Q, Wang J Y. Semantic analysis of rough logical formulas based on granular computing[C]//Proc of 2006 IEEE International Conference on Granular Computing, Atlanta, Georgia, USA, 2006: 393-396.
- [8] 闫林, 刘延, 王全蕊. 信息系统中逻辑公式的粗糙真研究及应用[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42(29): 71-74.
- [9] 闫林. 粗糙逻辑在近似空间一类特殊公式下的语义研究及应用[J]. 计算机工程与应用, 2004, 40(25): 84-87.

(上接 71 页)

- [2] Peyre G, Mallat S. Surface compression with geometric bandelets[J]. ACM Transactions on Graphics (SIGGRAPH '05), 2005, 14(3).
- [3] Candès E J. Ridgelets: theory and applications[D]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1998.
- [4] Candès E J, Donoho D L. Curvelets[R]. USA: Department of Statistics, Stanford University, 1999.
- [5] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41: 613-627.
- [6] 李伟, 杨晓慧. 基于几何多尺度方向窗的小波图像去噪[J]. 西安电子

科技大学学报: 自然科学版, 2006, 33(5): 682-686.

- [7] Donoho D L. Wedgelets: nearly-minimax estimation of edges[J]. Annals of Stat, 1999, 27: 859-897.
- [8] 查宇飞, 毕笃彦. 基于小波变换的自适应多阈值图像去噪[J]. 中国图像图形学报, 2005, 10(5): 567-570.
- [9] Chang S G, Yu B, Martin V. Adaptive wavelet thresholding for image denoising and compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [10] Donoho D L. De-noising by soft2thresholding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41: 613-627.