

# 多输入多输出系统中多用户的最大可达速率研究

吴靖巍,王翔宇

WU Jing-wei, WANG Xiang-yu

北京理工大学 信息科学技术学院,北京 100081

School of Information Science & Technology, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China

E-mail:wujingweibit@163.com

**WU Jing-wei, WANG Xiang-yu.**Achievable rates in multiuser MIMO system non-rayleigh clutter. Computer Engineering and Applications, 2007, 43(21):147-149.

**Abstract:** It is theoretically analyzed that achievable rates in multiuser Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Systems. The achievable rate in uplink and downlink channel will be obtained. Time Division Multiple-Access (TDMA) is compared with the MIMO enable system in uplink and downlink.

**Key words:** Multiple-Input Multiple-Output (MIMO); uplink and downlink channel; Time division Multiple-Access(TDMA)

**摘要:**理论地分析计算了多输入多输出(MIMO)系统中多用户的最大可达传输速率,其中分别包括上行和下行速率。在MIMO系统中分析比较了时分多址(TDMA)的多用户实际可达的传输速率。

**关键词:**多输入多输出(MIMO);上行和下行信道;时分多址

文章编号:1002-8331(2007)21-0147-03 文献标识码:A 中图分类号:TN957

## 1 引言

在有限的系统带宽和能量的限制下,随着无线通信系统不断向高速传输率方向的发展需求,一些有效的技术也不断得到改进。例如:通过在接收和发射方使用多天线的多输入多输出(MIMO)技术,不但可以有效地增加信道容量,同时还能够较好地抑制信道衰落。MIMO系统可以给每一对发射接收天线都提供独立的传输信道。显然,MIMO系统的信道容量跟天线的相关性和统计特性有着密切关系。在文中,所有的信道将假设为非相干时不变的,且信道干扰噪声满足高斯分布,信道的信息对发射和接收方是透明的。根据香农信息理论对单用户时不变信道的容量的定义,为输入和输出的最大交互信息量<sup>[1]</sup>。对于MIMO系统中的多用户而言,信道容量即为每个单用户可能达到最大容量的总和。

## 2 MIMO 系统中多用户的最大可达传输速率的理论计算

通常在MIMO系统中的多用户可达到的最大速率受系统可提供的能量限制,在上行信道(多址信道(MAC))中,每个用户都带有自身的能量限制,而在下行信道(广播信道(BC))中,一般只提供一个对所有用户能量的总限制。下面就分别介绍上行信道和下行信道在这两种能量限制的条件下的最大可达传输速率。

### 2.1 上行信道

在通信系统中,多个独立发射端分别独立的发送消息到一个共同的接收端,这种信道模型被称之为多址信道(MAC)。在

无线通信中,也可以称为上行信道。图1所示的就是MAC的一般结构图。

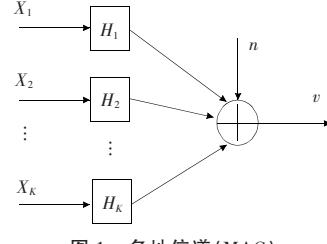


图1 多址信道(MAC)

对于单一用户,MIMO系统采用对输入能量的最优分配的方法来得到最大可达速率。通常运用“注水”的方法求得能量的最优分配。而对于多用户,最大可达速率是每个单用户速率的总和,这时就需要采用“重复注水”的方法来最优分配能量,显然,这种算法比较复杂。这里,首先介绍一下“注水”的方法。

“注水”法原理如图2所示。能量首先分配到噪声水平最低的发射天线的信道 $P_3$ 中。分配给 $P_3$ 的能量值不断增加,当与噪声水平第二低的发射天线信道 $P_1$ 的噪声值相同时,系统便开始同时向 $P_3$ 和 $P_1$ 两个信道“注入”能量,以此类推,直至将所有能量完全分配。 $\Theta$ 为最终能量分配的水平值。

在多用户MIMO系统中,最大可达速率的计算比较复杂,Wei Yu<sup>[2]</sup>等提出了“重复注水”的方法<sup>[2]</sup>。图3给出了2用户的MAC的速率区域,其中每个用户拥有4个发射天线和4个接收天线,能量限制为10 dB。其中A点为用户1可能达到的最大速率,F点为用户2可能达到的最大速率,直线CD为系统

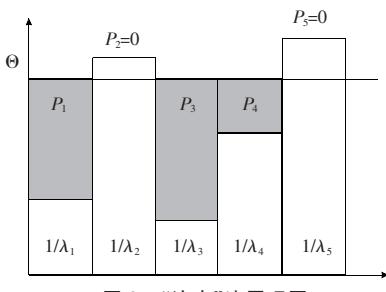


图 2 “注水”法原理图

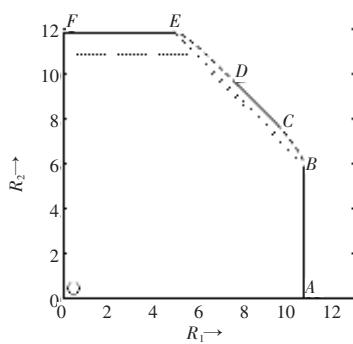


图 3 MAC 的速率域

可达到的最大速率的集合。

## 2.2 下行信道

对于下行信道中仅有单一接收天线的情况,Caire 和 Shanmai 首先提出了系统可达速率域的计算方法。而后,Yu 和 Cioffi 又利用“污纸编码(DPC)”<sup>[3]</sup>的方法,进行了多发射多接收天线情况下的计算,获得了基站与移动用户间最高传输速率的理论值。DPC 算法的主导思想就是:当已知信道的附加高斯干扰分布时,信道容量与没有附加干扰时的值相等。具体计算过程如下:

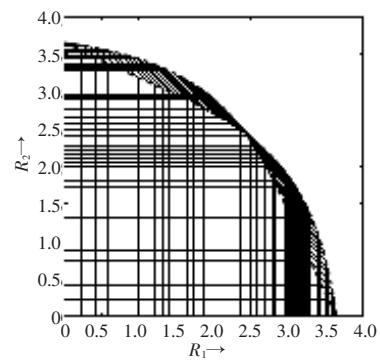
假设一个 MIMO 系统中有 2 个接收者(用户),发射端首先向用户 1 发送代码,然后再选择另一代码发给用户 2,此时的用户 2 完全已知用户 1 的代码。这样用户 2 就可以剔除这部分已知代码。显然用户 2 可以不必把系统发给用户 1 的代码当作干扰来处理。依据此方法得出  $K$  个用户下(假定每个用户都有  $M$  个发射天线和  $N$  个接收天线)的理论计算公式为:

$$R_i = \log_2 \left| \frac{I + H_i \left( \sum_{l \geq i} Q_l \right) H_i^H}{I + H_i \left( \sum_{l < i} Q_l \right) H_i^H} \right| \quad i = 1, \dots, K \quad (1)$$

其中  $Q_l$  为用户  $l$  接收到的代码的协方差矩阵。在[4],[5]中作者指出,当给上行信道和下行信道设置相同的能力限制时,可以得出下行可达的最大 DPC 速率区域。如图 4 给出了两个用户 ( $M=2, N=1$ ) 时的 DPC 速率域。在区域边缘形成的两条线代表两种不同的编码顺序。

## 3 MIMO 系统中 TDMA 用户的最大可达传输速率与 DPC 理论计算的比较

目前大多数 MIMO 系统中都应用了较为简单的 TDMA 技术,即在同一时间内只允许单一用户传输。在实际的通信系统中,上述的 DPC 方法在实现上是比较复杂的,所以在下行信道中比较 TDMA 和理论的 DPC 方法具有一定的工程意义。在这里,为了确保在同等条件下的广播信道中比较,我们利用了交

图 4 DPC 速率域,  $H_1=[1, 0.4]$ ,  $H_2=[0.4, 1]$ ,  $P=10$  dB

互信道的模型(如图 5 所示)。在这个信道模型中,广播信道拥有  $K$  个接收机,每个接收机都含有  $N$  个发射天线  $M$  个接收天线;而上行信道相应的拥有  $K$  个用户,基站含有  $N$  个发射天线  $M$  个接收天线。输入和输出的关系式为:

$$y_i = H_i x + n_i \quad (2)$$

$$v = \sum_{i=1}^K H_i^H u_i + z \quad (3)$$

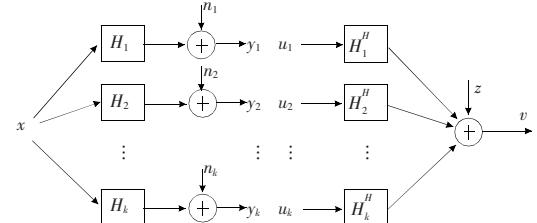


图 5 系统模型

信道的传输函数是一个  $M \times N$  矩阵,  $n_i, z$  均为复高斯噪声且其协方差矩阵为  $I$ ,假设  $S_i$  为第  $i$  个用户的输入协方差矩阵,所有用户的输入能量限制为  $P$ 。由于引入了交互信道,因此利用 DPC 方法可以计算出 MIMO 系统中广播信道的速率,它等于在相同功率限制下该系统相应的交互信道的速率  $C$ :

$$C_{BC}(H_1, \dots, H_K, P) = C_{MAC}(H_1^H, \dots, H_K^H, P) = \max_{\substack{S_i \geq 0, \\ \sum_{i=1}^K \text{tr}(S_i) \leq P}} \ln \left| I + \sum_{i=1}^K H_i^H S_i H_i \right| \quad (4)$$

这里,最大可达速率可以通过前面介绍的“重复注水”的方法得到。

TDMA 中的速率域  $C_{TDMA}$  可以定义为在各个单一用户中通过时间分配得到的一族平均速率<sup>[6]</sup>。

$$C_{TDMA}(H_1, \dots, H_K, P) = \left\{ (R_1, \dots, R_K) : \sum_{i=1}^K \frac{R_i}{(H_i, P)} \leq 1 \right\} \quad (5)$$

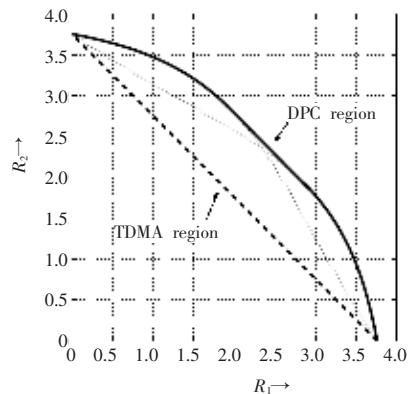
其中  $C_{TDMA}(H_i, P)$  表示第  $i$  个用户在能量  $P$  限制下的单一速率。单用户速率表示为:

$$C(H, P) = \max_{\substack{S \geq 0, \\ \sum_{i=1}^K \text{tr}(S_i) \leq P}} \ln |I + H S H^H| \quad (6)$$

其中的最大速率值可以通过单用户“注水”的方法得到。图 6 显示的是 2 个用户在广播信道中使用 DPC 和 TDMA 的速率域,条件为输入能量限制  $P=10$  dB,且每个用户均含有 2 个发射和 1 个接收天线。

显然,使用 TDMA 时, $C_{TDMA}$  即为任意时刻单用户的最大速率。因此,TDMA 的最大速率为:

$$C_{TDMA}(H_1, \dots, H_K, P) = \max_{i=1, \dots, k} C(H_i, P) \quad (7)$$

图 6  $M=1, N=2, K=2$  时,DPC 和 TDMA 的速率域

DPC 的理论速率相对于 TDMA 的最大可达速率的增益定义为:

$$G(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_K, \mathbf{P}) = \frac{C_{BC}(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_K, \mathbf{P})}{C_{TDMA}(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_K, \mathbf{P})} \quad (8)$$

图 7(a)表明在  $M=4, N=4, K=2$  时,DPC 和 TDMA 的速率增长率近似相同,然而,当  $M=1, N=2, K=2$  时,在高能量的区域内,DPC 的速率增长率近似是 TDMA 的两倍。在图 7(b)中,上面定义的  $G(\mathbf{H}_1, \dots, \mathbf{H}_K, \mathbf{P})$  随着输入能量的增加分别趋近于 1 和 2。

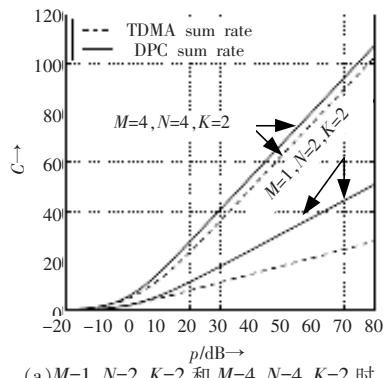
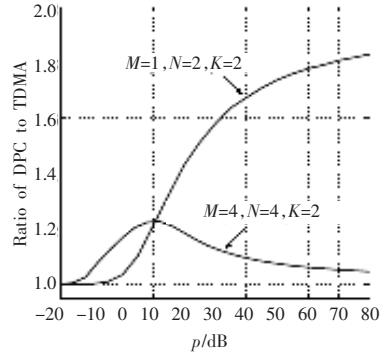
(a)  $M=1, N=2, K=2$  和  $M=4, N=4, K=2$  时,DPC 速率和 TDMA 最大可达速率

图 7 最大可达速率和速率增益

图 8 给出了含有 10 个用户的系统中,DPC 相对于 TDMA 的速度增益图。其中基站的发射天线  $N=4$ ,接收天线分别为  $M=1, 2, 4$ 。从图中可以清楚的看出,速度增益值最终近似趋于  $N/M$ ,并且在  $M=4$  时增益的收敛速度要明显高于  $M=1$  的情况。

图 9 描述了在不同输入功率限制下,DPC 相对于 TDMA 的速度增益随着用户数目变化的情况,其中每个用户都拥有 4 个发射天线,1 个接收天线。速度增益曲线随着用户数的增大均以不同的速度收敛至 4,输入功率限制越低速度增益增加得越慢。

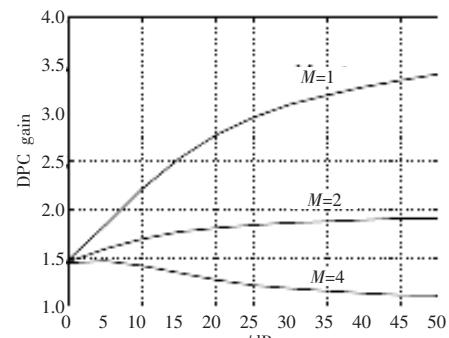
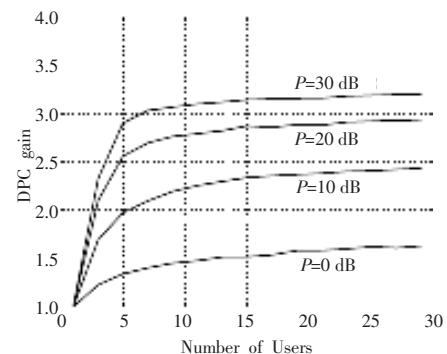
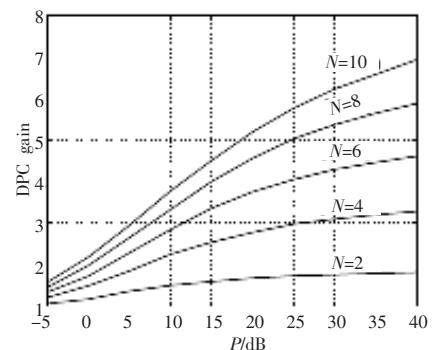
图 8  $N=4, K=10, M$  值不同时,DPC 速率相对于 TDMA 的速率增益图 9  $M=1, N=4$ , 不同输入功率限制时,DPC 速率相对于 TDMA 的速率增益

图 10 表明,在 10 个用户且每个用户都拥有 1 个接收天线的情况下,随着输入功率限制的增大,DPC 相对于 TDMA 的速度增益趋近于发射天线的个数  $N$ 。

图 10  $M=1, K=10, N$  值不同时,DPC 速率相对于 TDMA 的速率增益

## 4 结论

在 MIMO 通信系统中,采用“重复注水”的方法可以有效地解决多用户、多址信道的最大可达速率的计算问题。广播信道中传输速率地计算是很复杂的,理论上采用“污纸编码”方法来计算。但是在实际的通信系统中,这种编码方式是很难实现的。本文以 TDMA 为例,分析比较了在广播信道中采用简单的 TDMA 技术时,实际最大速率与理论最大速率之间的偏差。通过仿真曲线图可知,随着输入功率的升高,DPC 相对于 TDMA 的速度增益趋近于发射天线个数与接收天线个数的比值,即  $N/M$ 。在相同的发射和接收天线的情况下,采用 TDMA 通信方式下的传输速率与 DPC 的理论速率趋于相同。相反的,在相对较低的输入功率下,或者仅增加移动用户的接收天线个数时,

(下转 152 页)