

桁架形状优化的一种改进模拟退火算法研究

刘齐茂^{1,2}, 燕柳斌², 邓朗妮²

LIU Qi-mao^{1,2}, YAN Liu-bin², DENG Lang-ni²

1.广西工学院 土木建筑系, 广西 柳州 545006

2.广西大学 土木建筑学院, 南宁 530004

1.Department of Civil Engineering, Guangxi Institute of Technology, Liuzhou, Guangxi 545006, China

2.College of Civil Engineering and Architecture, Guangxi University, Nanning 530004, China

E-mail: liuqimao@sohu.com

LIU Qi-mao, YAN Liu-bin, DENG Lang-ni. Improved simulated annealing algorithm study on truss shape optimal design. *Computer Engineering and Applications*, 2007, 43(23): 218-221.

Abstract: A state producer that can produce feasible state is designed. The new state that produced by the state producer can satisfy all the constraints, so the constraints are handled efficiently. And an improved simulated annealing algorithm to solve the truss shape optimal design problem is introduced. The example indicates the method can achieved the better solution, at the same time, the whole optimum of the truss shape optimal problem can't be obtained by the improved simulated annealing algorithm is pointed out.

Key words: simulated annealing algorithm; shape optimization; truss

摘要: 通过设计一种产生可行解的状态发生器, 由该状态发生器产生的新状态均满足所有的约束条件, 从而方便地处理约束条件, 并提出一种求解桁架形状优化设计问题的改进的模拟退火算法。算例表明该方法能获得较高质量的解, 具有现实的工程意义, 同时指出改进的 SA 算法用于桁架形状优化问题得不到全局最优解。

关键词: 模拟退火算法; 形状优化; 桁架

文章编号: 1002-8331(2007)23-0218-04 文献标识码: A 中图分类号: TU535; TU323.4

1 引言

模拟退火算法(简称 SA 算法)是基于 Monte Carlo 迭代求解策略的一种随机寻优算法, 其出发点是基于物理中固体物质的退火过程与一般组合优化问题之间的相似性。SA 算法是在某一初温下, 伴随温度参数的不断下降, 结合概率的突跳特性在设计空间中随机寻找全局最优解^[1]。SA 算法是一种通用的优化算法, 不仅适用于求解组合优化问题, 同样适用于求解函数优化问题, 并且在数学上已经严格证明了 SA 算法可以获得全局最优解。目前, SA 算法已在工程中得到广泛的应用, 如控制工程、生产调度、机器学习、图像处理等。由于 SA 算法具有寻找全局最优解的能力, 并且可以避免棘手的灵敏度分析, 故许多学者开展了 SA 算法在结构优化中的应用研究^[2-4]。

桁架结构的优化设计可分为尺寸、形状、拓扑、布局、类型五个层次的优化^[5], 姜绍飞等^[6]将模拟退火算法应用于桁架的截面尺寸优化设计, 通过算例验证了 SA 算法的有效性与准确性, 蔡文学等^[7]将模拟退火算法应用于桁架结构的拓扑优化设计, 通过算例得到很有意义的结果, 但将模拟退火算法应用于桁架形状优化设计的研究未见报道, 桁架的形状优化是指杆件的截面尺寸和节点空间位置的优化, 桁架形状优化的难度比尺

寸优化大。

本文通过设计一种产生可行解的状态发生器, 由该状态发生器产生的新状态均满足所有的约束条件, 从而方便地处理约束条件, 并提出一种求解桁架形状优化设计问题的改进的模拟退火算法。算例表明该方法能获得较高质量的解, 具有现实的工程意义, 同时指出改进的 SA 算法用于桁架形状优化问题得不到全局最优解。

2 桁架形状优化设计的数学模型

在桁架的形状优化设计中, 含两类设计变量: 一是各个杆件横截面面积; 二是各个节点的空间位置坐标。杆件横截面面积变量用 A 表示, 各个节点的空间位置坐标用 x 和 y 表示。

$$A=[A_1 \ A_2 \ \cdots \ A_n] \quad (1)$$

$$x=[x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_n] \quad (2)$$

$$y=[y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_n] \quad (3)$$

设计变量可表示为:

$$\eta=[x \ y \ A] \quad (4)$$

在桁架的形状优化设计中, 以桁架的重量最小化作为优化的目标, 则目标函数为:

基金项目: 广西省自然科学基金(the Natural Science Foundation of Guangxi Province of China under Grant No.桂科自 0481007); 广西工学院青年科学基金(No.500204)。

作者简介: 刘齐茂(1972-), 男, 博士研究生, 副教授, 从事结构优化设计的研究。

$$W(\boldsymbol{\eta}) = \sum_{i=1}^k \rho_i A_i L_i \quad (5)$$

其中 A_i 是第 i 号杆件的横截面积, L_i 是第 i 号杆件的长度, ρ_i 是第 i 号杆件的质量密度, k 是桁架结构杆件的总数目。

约束条件:

(1) 应力约束条件

若规定杆件的受压应力为负, 受拉应力为正, 则应力约束条件可表示为:

$$\sigma_{ic} \leq \sigma_i(\boldsymbol{\eta}) \leq \sigma_{it} \quad (i=1, 2, \dots, k) \quad (6)$$

其中 $\sigma_i(\boldsymbol{\eta})$ 为第 i 号杆件的应力; σ_{ic} 是第 i 号杆件许可压应力; σ_{it} 是第 i 号杆件许可拉应力。

(2) 位移约束条件

若限定桁架节点沿某个方向 (x 向或 y 向) 位移或总位移的绝对值应小于给定的值, 则位移约束条件可表示为:

$$u_i(\boldsymbol{\eta}) \leq [u] \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (7)$$

其中 $u_i(\boldsymbol{\eta})$ 为第 i 个节点沿某个方向 (x 向或 y 向) 位移或总位移的绝对值; $[u]$ 为节点的许可位移。

(3) 设计变量的上下限

设计变量的上下限约束为:

$$\underline{\eta}_i \leq \eta_i \leq \overline{\eta}_i \quad (i=1, 2, \dots, 2n+k) \quad (8)$$

其中 η_i 为第 i 个设计变量; $\underline{\eta}_i$ 为第 i 个设计变量的下限; $\overline{\eta}_i$ 为第 i 个设计变量的上限。

由式(4)~(8)建立求解桁架的最优形状, 使桁架的重量最小化, 同时满足约束条件(1)(2)(3)的桁架形状优化设计的数学模型如下:

求 $\boldsymbol{\eta}$

$$\min W(\boldsymbol{\eta})$$

$$\text{s.t. } \sigma_{ic} \leq \sigma_i(\boldsymbol{\eta}) \leq \sigma_{it} \quad (i=1, 2, \dots, k)$$

$$u_i(\boldsymbol{\eta}) \leq [u] \quad (i=1, 2, \dots, n) \quad (9)$$

$$\underline{\eta}_i \leq \eta_i \leq \overline{\eta}_i \quad (i=1, 2, \dots, 2n+k)$$

3 改进的模拟退火算法

模拟退火算法流程包括三函数两准则, 即状态产生函数、状态接受函数、温度更新函数、内循环终止准则和外循环终止准则, 对这些环节的设计作改进可提高 SA 算法的优化性能, 同时初始温度对 SA 算法影响也很大。

3.1 状态发生器 (状态产生函数)

状态发生器的功能是由当前状态产生满足约束条件(1)(2)(3)的新状态, 产生的新状态应尽可能遍布全部的解空间, 一般新状态是在当前状态的邻域结构内以一定的概率方式产生。组合优化问题的邻域状态是有限的, 而函数优化问题的邻域状态是无穷的, 桁架形状优化问题为函数优化问题, 其邻域结构和新状态产生的形式直接决定算法是否收敛和收敛的快慢, 是设计算法非常重要的一环。

假设当前状态为 $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$, 新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 的产生方式为:

$$\boldsymbol{\eta}^{(i+1)} = \boldsymbol{\eta}^{(i)} + \frac{\overline{\boldsymbol{\eta}} - \boldsymbol{\eta}}{k} \times GDIS(0, 1) \quad (10)$$

其中 $\overline{\boldsymbol{\eta}}$ 为设计变量的上限, $\underline{\boldsymbol{\eta}}$ 为设计变量的下限, $GDIS(0, 1)$ 为返回一个服从平均值为 0 且标准方差为 1 的正态分布的随机数的函数, k 为一个大于 1 的常数, 本文取值为 10。

状态发生器的设计: (1) 由当前状态通过式(10)产生一个满足约束条件(3)的状态; (2) 结构分析, 得到该状态的各杆件的应力和各节点的位移绝对值; (3) 检验是否满足约束条件(1)和(2), 若满足, 接受该状态为新状态; 若不满足, 回到第 1 步。其流程图如下:

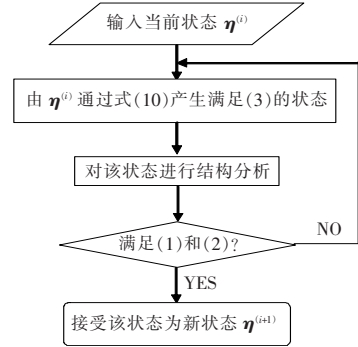


图 1 状态发生器

3.2 状态接受函数

通过状态发生器产生新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 后, 根据 Metropolis 接受准则是否接受新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 为当前状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$ 。

(1) 若 $W(\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}) \leq W(\boldsymbol{\eta}^{(i)})$, 接受新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 为当前状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$ 。

(2) 若 $W(\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}) > W(\boldsymbol{\eta}^{(i)})$, 判断 $\exp\left[\frac{-(W(\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}) - W(\boldsymbol{\eta}^{(i)}))}{t}\right] \geq \text{RAND}(0, 1)$ 吗? 若大于, 接受新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 为当前状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$; 否则, 拒绝接受新状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i+1)}$ 为当前状态 $\boldsymbol{\eta}^{(i)}$ 。其中 t 为当前温度值, $\text{RAND}(0, 1)$ 为在 0 和 1 之间产生一个随机数的函数。

3.3 初始温度的选择

初始温度 t_0 越大, 获得高质量的解的几率越大, 但花费的计算时间将增加。初始温度的确定通常采取折中考虑优化质量和优化效率的办法, 在桁架的形状优化设计中, 可取目标函数最大值 W_{\max} 作为初始温度。

3.4 温度更新函数

温度更新函数即温度下降的方式, 最常用的温度更新函数为:

$$t_{k+1} = \lambda t_k \quad (11)$$

其中 $0 < \lambda < 1$ 且大小可变化, 本文计算中取 $\lambda = 0.95$ 。

3.5 内循环终止准则

内循环终止准则也称 Metropolis 抽样稳定准则, 用于决定在各温度下产生候选解的数目。在函数优化问题中, 收敛的条件是要求在每个温度下产生的候选解数目趋向于无穷大, 才使 Metropolis 抽样稳定, 显然在实际设计算法时是做不到的。但可采用这样的准则: 在抽样的过程中, 在各温度下当前解 $\boldsymbol{\eta}^*$ 连续 $STEP1$ 步保持不变则认为 Metropolis 抽样稳定。

3.6 外循环终止准则

外循环终止准则即算法终止准则, 用于决定算法何时结束, 通常采用的办法: (1) 设置终止温度的阈值; (2) 设置外循环迭代次数; (3) 算法搜索到的最优解 $\boldsymbol{\eta}^*$ 在连续 $STEP2$ 次退温过程中均不变则认为算法收敛。为保证算法的收敛, 可同时采用以上 3 个收敛准则, 本文采用第 3 种算法终止准则。

3.7 改进的模拟退火算法流程图

改进的模拟退火算法由改进的退火过程和改进的抽样过程两部分组成。其算法流程图如图 2 所示, 其中, $\boldsymbol{\eta}^*$ 为改进的

退火过程的最优解, η' 为改进的退火过程的当前状态, t 为退火温度, t_0 为初始温度, η^0 为初始解, η^{**} 为改进的抽样过程的前解, η'' 为改进的抽样过程的当前状态, η' 为新状态。

50, STEP2=200, 设计变量上下限、初始设计和经计算获得的优化设计见表 1。

表 1 设计变量上下限、初始设计和优化设计

设计变量	下限值	上限值	初始值	优化值
x_3	7	9	9	7.692 5
y_3	0	5	0	3.639 5
x_5	5	7	7	5.808 8
y_5	0	5	0	3.236 9
x_7	3	5	5	4.738 0
y_7	0	5	0	1.531 0
x_9	1	3	3	1.454 0
y_9	0	5	0	1.273 9
y_{11}	0	5	0	1.285 9
A_1	0.001	0.1	0.1	0.004 2
A_2	0.001	0.1	0.1	0.001 2
A_3	0.001	0.1	0.1	0.001 2
A_4	0.001	0.1	0.1	0.001 6
A_5	0.001	0.1	0.1	0.002 6

初始设计与最优设计的目标函数(重量)对比, 如表 2 所示。

表 2 目标函数比较

	目标函数值/kg	分析
初始设计	53 237.840 5	优化设计比初始设计
优化设计	715.539 9	重量降低了 98.66%

初始设计的形状和优化设计形状的对比, 如图 4 所示。

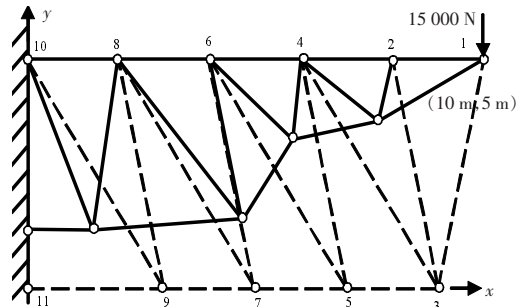


图 4 初始设计的形状(虚线)和优化设计的形状(实线)

4.2 结果分析

(1) 表 2 目标函数值: 桁架初始设计的重量 53 237.840 5 kg, 优化设计的重量 715.539 9 kg, 减轻了 52 522.300 6 kg, 降低了 98.66%。可见, 优化设计的目标函数大幅度下降, 获得的解质量较高。

(2) 为了比较, 图 5 和图 6 分别用 ANSYS 的一阶算法和零阶算法在同样的设计空间获得的优化设计, 一阶算法获得的优化设计目标函数为 427.35 kg, 零阶算法获得的优化设计目标

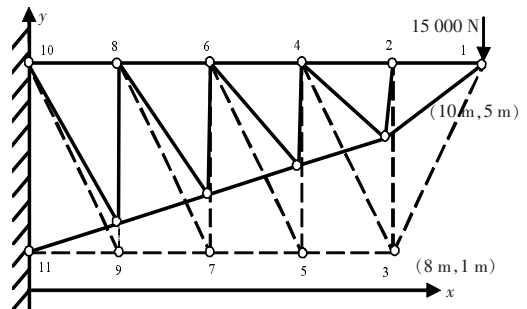


图 5 ANSYS 一阶算法初始设计的形状(虚线)和优化设计的形状(实线)

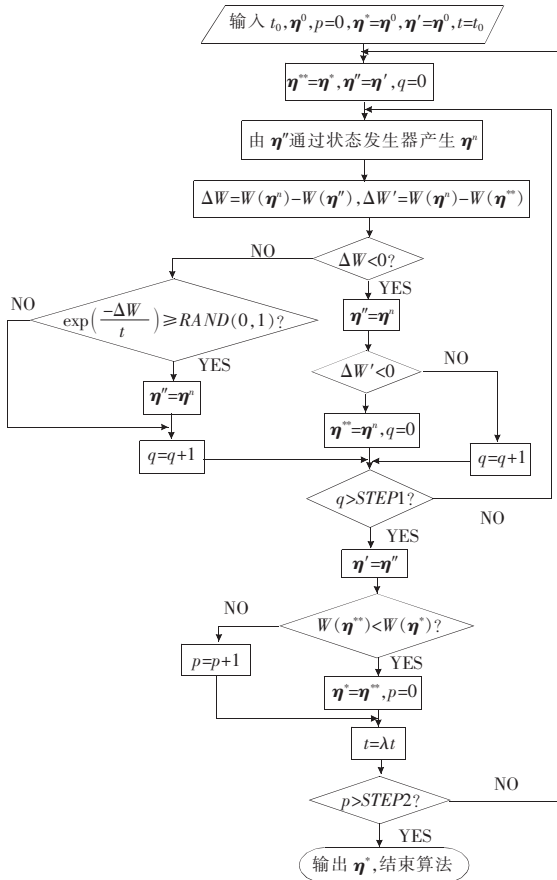


图 2 桁架形状优化的改进的模拟退火算法

4 算例

4.1 平面 18 杆桁架的形状优化

平面 18 杆桁架的受力情况见图 3。材料的弹性模量 $E=210$ GPa, 密度 $\rho=7 860$ kg/m, 许可拉应力 $\sigma_u=160$ Mpa, 许可压应力 $\sigma_c=100$ Mpa, 泊松比 $\mu=0.3$ 。求桁架的最佳形状。

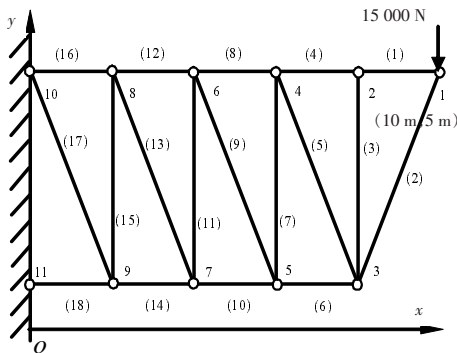


图 3 平面 18 杆桁架的受力情况

在优化设计过程中, 节点 1、2、4、6、8、10 的位置保持不变, 杆件(1、4、8、12、16)的长度为 2 m, 设计变量共 14 个, 分别为杆件横截面面积 A_1 (1、4、8、12、16 杆), A_2 (3、7、11、15 杆), A_3 (5、9、13、17 杆), A_4 (6、10、14、18 杆), A_5 (2 杆), 节点 3、5、7、9 的 x, y 坐标, 节点 11 的 y 坐标。

改进的模拟退火算法的初温 $t_0=40 000$, $\lambda=0.95$, STEP1=

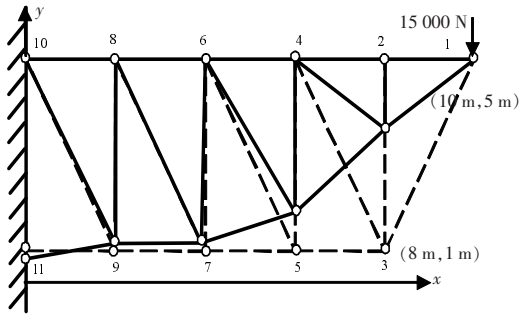


图 6 ANSYS 零阶算法初始设计的形状(虚线)和优化设计的形状(实线)

函数为 652.16 kg。

可见,用模拟退火算法获得优化设计并不是最优设计,在数学上虽然证明模拟退火算法可以获得全局最优解,但实际上做不到,如在函数优化问题中,收敛的条件是要求在每个温度下产生的候选解数目趋向于无穷大,才使 Metropolis 抽样稳定,显然是不可能的,还有初始温度是否足够大、退温过程是否合理等。故使用模拟退火算法要获得质量高的设计,参数的设计是非常关键的。

5 结论

(1)用改进的模拟退火算法求解桁架的形状优化问题能获得较高质量的解,使桁架的重量大幅度下降,具有现实的工程意义。

(2)由于桁架形状优化问题为函数优化问题,使用改进的模拟退火算法无法获得桁架的最佳形状,主要原因是不能满足 Metropolis 抽样稳定条件。

(3)本文设计的状态发生器能方便地产生满足约束条件的可行解,简化了约束条件的处理。

(4)由于模拟退火算法为随机搜索算法,无需进行灵敏度分析,对无法计算灵敏度的复杂结构,模拟退火算法是值得推广的。

(5)要获得高质量的解,必须对模拟退火算法进行改进,同时,参数的设计是非常关键的。(收稿日期:2006年12月)

参考文献:

- [1] 王凌.智能优化算法及其应用[M].北京:清华大学出版社,2001:17-33.
- [2] 吴剑国,赵莉萍,王建华.工程结构混合离散变量优化的模拟退火方法[J].工程力学,1997,14(3):138-144.
- [3] 马海全,温卫东.含连续/离散变量结构优化中的神经网络与变尺度模拟退火方法[J].南京航空航天大学学报,2001,33(3):237-240.
- [4] 吴剑国,赵丽萍.工程结构优化的神经网络方法[J].计算力学学报,1998,15(1):69-74.
- [5] 孙焕纯,柴山,王跃方.离散变量结构优化设计的发展、现状及展望[J].力学与实践,1997,19(4):7-11.
- [6] 姜绍飞,贾连光,于军.基于神经网络的桁架结构优化设计[J].东北大学学报:自然科学版,2003,24(2):166-169.
- [7] 蔡文学,程耿东.桁架结构拓扑优化设计的模拟退火算法[J].华南理工大学学报:自然科学版,1998,26(9):78-83.

(上接 217 页)

表 1 三种方法计算的阴阳坡地表反射率和校正前辐射亮度对比

波段	辐射传输法			FLAASH 校正法			经验线性法			校正前辐射亮度		
	阴坡	阳坡	标准差/%	阴坡	阳坡	标准差/%	阴坡	阳坡	标准差/%	阴坡	阳坡	标准差/%
Band1	0.042 7	0.041 8	0.045	0.046 5	0.049 0	0.125	0.031 6	0.032 7	0.055	56.73	57.11	19.0
Band2	0.060 0	0.059 9	0.005	0.250 2	0.257 9	0.385	0.058 3	0.061 8	0.175	46.85	47.61	38.0
Band3	0.071 5	0.069 0	0.125	0.212 3	0.218 0	0.285	0.084 3	0.085 4	0.055	38.09	38.39	15.0
Band4	0.173 1	0.170 8	0.115	0.486 8	0.497 7	0.545	0.298 0	0.303 4	0.270	47.77	48.57	40.0
Band5	0.206 8	0.207 1	0.015	0.289 7	0.299 7	0.500	0.179 0	0.185 3	0.315	10.84	11.19	17.5
Band7	0.166 5	0.163 5	0.150	0.334 5	0.339 7	0.260	0.128 7	0.130 8	0.105	2.56	2.59	1.5

据处理与分析、二维及多维数据可视化、强大的数学与统计学方法等处理遥感图像的强大功能,实现了与 ENVI 无缝集成,操作简单,计算速度快,一幅预处理好的 TM/ETM 遥感影像只要几分钟的处理就可以计算得到地表反射率。经实例验证表明,该方法能有效地消除大气与地形影响,使得阴坡和阳坡同类地物的地表反射率趋于一致,真实反映地表状况,为进一步开展定量遥感研究提供了数据质量保障。

本文实现的山地大气与地形辐射传输校正模型,有望进一步推广应用于 ASTER、SPOT HRV、IRS-P6 等较高空间分辨率多光谱影像的可见光/近红外与短波红外波段的山地大气与地形辐射校正,在此基础上,可以进一步反演出各种地表参数,从而实现光学遥感影像数据产品流程化和业务化,满足客户的深层次要求。同时,FLAASH 大气校正法计算得到的地表反射率偏大,有待于进一步验证。(收稿日期:2006年11月)

参考文献:

- [1] 赵英时.遥感应用分析原理与方法[M].北京:科学出版社,2003.
- [2] Colby J D.Topographic normalization in rugged terrain[J].PE & RS, 1991,57(5):531-537.
- [3] 张洪亮,倪绍祥,张军.国外遥感图像的地形归一化方法研究进展[J].遥感信息,2001(3):24-29.
- [4] Gilatert M A,Conese C.An atmospheric correction method for the automatic retrieval of surface reflectance from TM images[J].Int J Remote Sensing,1994,15(10):2065-2086.
- [5] 阎殿武.IDL 可视化入门与提高[M].北京:机械工业出版社,2003.
- [6] RSI Research System Inc.External Development Guide[M],2005.
- [7] RSI Research System Inc.Using IDL[M],2005.
- [8] RSI Research System Inc.IDL reference guide[M],2005.
- [9] Chavez J R P T.An improved dark-object subtraction technique for atmospheric scattering correction of multispectral data[J].Remote Sensing of Environment,1988,24(3):459-479.