

# 基于对偶线性规划模型的影子水价计算

王松林 曹琳 (华北水利水电学院, 河南郑州450011)

**摘要** 以淠史杭灌区为例, 利用线性规划对偶规划理论测算灌区用水的影子价格, 并将它们和现行水价作比较, 其结果对灌区制定水价有重要的指导意义。

**关键词** 水价; 影子价格; 线性规划; 对偶规划

中图分类号 F302.5 文献标识码 A 文章编号 0517-6611(2008)16-06607-02

## Calculation of Shadow Water Price Based on Duality Linear Layout Model

WANG Songlin et al (North China Institute of Water Conservancy and Hydroelectric Power, Zhengzhou, Henan 450011)

**Abstract** Taking Hsihang irrigation district as an example, shadow price of irrigation water usage was calculated by dual program theory of linear program. Compared with the current water price, the result had important guiding significance to water price making in irrigation districts.

**Key words** Water price; Shadow price; Linear program; Dual program

我国是一个水资源贫乏的国家, 水资源总量丰富, 但人均占有量相当低, 仅为世界人均占有量的1/4, 而且水资源地区分布不均匀、南多北少, 年际、年内季节变化大。随着社会经济持续快速发展, 水资源短缺问题已成为我国社会经济发展的制约因素<sup>[1]</sup>。然而, 在水资源短缺的同时, 浪费现象十分严重, 进一步加剧了水资源供需矛盾。这种现象出现的一个重要原因就是水价形成机制不合理, 价格机制对水资源的优化配置不能有效发挥作用。

水资源是带有社会公益性的特殊商品, 优化配置水资源和建设节水型社会除采取必要的宏观调控手段外, 还要采取经济手段, 按照市场经济规律, 通过水价杠杆调节水资源的供求关系, 引导人们自觉调整水用量、用水结构并引导产业结构调整, 实现在全社会优化配置水资源和建设节水型社会的目的。

### 1 影子水价的对偶线性规划模型

**1.1 影子水价的线性规划模型** 影子价格又称最优计划价格或效率价格。它是指有限资源或产品在最优分配、合理利用的条件下, 对社会目标的边际贡献或边际效益, 是20世纪50年代荷兰经济学家詹恩·丁伯根(Jan Tinbergen)和前苏联经济学家、数学家康托洛维奇(Kantorovitch)提出的, 我国在20世纪80年代引进并将其应用于经济实践中。

影子价格概念最早源于数学规划。假设经济活动过程涉及n种活动, 其水平用  $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$  表示, 从事这些活动所耗用的资源有m种, 资源的供应为  $b = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$ , 则使n种经济活动达到最优的条件是:

$$\begin{aligned} \max Z &= C_1 X_1 + C_2 X_2 + \dots + C_n X_n \\ \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} & X_1 & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} & X_2 & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} & X_n & b_n \end{matrix} \\ X_1, X_2, \dots, X_n & \geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $C$  为目标函数系数,  $a$  为约束条件的系数,  $Z$  为总收入。

当上述经济活动达到最优时, 定义m维行向量:

$$Y^* = C_B B^{-1} \quad (2)$$

式中,  $Y^*$  为资源向量  $b$  的影子价格,  $C_B$  为对应于基变量  $X_B$  的目标函数系数,  $B$  为约束条件的系数矩阵, 即

$$B = \begin{matrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{matrix}$$

影子价格是社会处于某种最优状态下的, 反映社会劳动消耗、资源稀缺程度和对最终产品需求的产品和资源的价格。影子价格大于零, 表示资源稀缺, 影子价格越大, 稀缺程度越大, 它表明增加此种资源带来经济效益最大; 当影子价格为零时, 表示此种资源不稀缺, 资源有剩余, 增加此种资源并不会带来经济效益<sup>[2]</sup>。

假使总效益  $Z$  受到  $b$  的限制, 即  $Z$  是  $b$  的函数, 表示为:

$$Z = f(b_1, b_2, \dots, b_m)$$

根据影子价格的涵义,  $b_1$  的影子价格为  $Y^*$ , 则  $Y^* = \frac{Z}{b_1}$ 。

也就是说在经济系统中, 资源每增加一单位时, 总效益增加的数值正好等于该种资源的影子价格。它是以资源的有限性为出发点, 以资源的充分合理分配和有效利用为核心, 以最大经济效益为目标的一种价格, 是对资源使用价值的定量分析<sup>[3]</sup>。影子价格反映的是当社会处于某种最优状态时, 其社会劳动消耗、资源稀缺程度以及生产最终产品所消耗的资源 and 材料的价格。

### 1.2 线性规划模型的对偶模型

**1.2.1 对偶规划的基本概念。** 对偶规划就是原问题的规划的对偶问题, 对偶问题实际上是换一个角度来分析原问题。在线性规划分析方法中, 假设原问题的目标是尽可能地利用可利用的资源来获得最大利润的话, 那么从问题的另一个侧面来思考问题, 目标变成尽可能地利用原问题所给出的利润率指标调整范围条件来减少资源的消耗, 于是以原问题为背景, 将原问题的资源作为目标函数中的决策变量系数, 而将原问题目标函数中的决策变量系数作为新问题的资源, 其所形成的线性规划模型就成为对偶问题的线性规划模型<sup>[4]</sup>。

**1.2.2 对偶问题的部分基本性质。**

基金项目 河南省科技攻关重点项目(000291); 华北水利水电学院高层次人才科研启动项目。

作者简介 王松林(1972-), 男, 黑龙江铁力人, 硕士, 工程师, 实验师, 从事区域水土资源高效利用和水资源利用研究。

收稿日期 2008-04-29

(1) 问题模型的对称性: 对偶问题的对偶是原问题。

(2) 目标函数无界性决定对偶问题的无解性: 若原问题的解为目标函数无界解, 则其对偶问题的解为无可行解。

(3) 基解的对偶性: 原问题单纯形表中检验数行对应于对偶问题的一个基解, 对偶问题单纯形表中检验数行对应于原问题的一个基解。

(4) 对偶最优解存在条件: 当原问题可行解对应的目标函数值等于对偶问题可行解对应的目标函数值时, 原问题的解和对偶问题的解均为最优解。

(5) 对偶最优解存在条件逆定理: 当原问题存在最优解时, 其对偶问题必然也存在最优解, 且两者的目标函数值相等。

**1.2.3 影子水价线性规划模型的对偶模型。** 基于以上原理, 得出影子水价线性规划模型的对偶规划模型为:

$$\min W = b_1^T Y_1 + b_2^T Y_2 + \dots + b_n^T Y_n$$

$$\begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} & Y_1 & C_1^T \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} & Y_2 & C_2^T \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{1n} & a_{2n} & \dots & a_{mn} & Y_n & C_n^T \end{array}$$

$$Y_1, Y_2, \dots, Y_n \geq 0$$

## 2 应用实例

### 2.1 灌区基本情况

淠史杭灌区位于安徽省中西部大别山

表1 淠史杭灌区作物灌溉定额

Table 1 Crop irrigation quota in Hsihng irrigation district

灌区	双早	中稻	单晚	双晚	小麦	油菜	大豆	绿肥
Irrigation district	Double-early rice	Medium rice	Single-late rice	Double-late rice	Wheat	Rape	Soybean	Green manure
淠河灌区	2 955	3 135		2 325	390	375	255	360
R River irrigation district								
史河灌区		3 150			390	375	255	360
Si River irrigation district								
杭埠河灌区	2 565	3 105	3 510	2 355	300	315	450	285
Hangbu River irrigation district								
共计 Total	5 520	9 390	3 510	4 680	1 080	1 065	960	1 005

**2.2.1 线性规划的目标函数。** 选取双季早稻、中稻、单季晚稻、双季晚稻、小麦、油菜、大豆及绿肥8个变量。设取得净产值的目标函数为:

$$f(X) = a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_8 X_8$$

式中,  $a_i (i=1 \sim 8)$  为不同项目的净产值, 如表2所示,  $X_1 \sim X_8$  为不同项目种植面积,  $X_i (i=1 \sim 8)$ 。则目标函数  $f(X)$  如下式:

表2 目标函数系数  $a_i$

Table 2 Goal function coefficients  $a_i$

作物 Crop	编号 No.	$a_i$	作物 Crop	编号 No.	$a_i$
双季早稻	1	396	小麦 Wheat	5	57
Double-season early rice					
中稻	2	479	油菜 Rape	6	74
Medium rice					
单季晚稻	3	356	大豆 Soybean	7	77
Single-season late rice					
双季晚稻	4	541	绿肥	8	62
Double-season late rice			Green manure		

余脉的丘陵地带, 总设计灌溉面积 79.87 万  $hm^2$ , 其中安徽省 73.33 万  $hm^2$ , 河南省 6.54 万  $hm^2$ 。目前, 安徽省境内主要骨干工程控制灌溉面积已达 73.33 万  $hm^2$ , 有效灌溉面积为 68.40 万  $hm^2$ , 年均实际灌溉面积(灌溉保证率 70% 以上) 已达 57.33 万  $hm^2$ 。灌区内共有 14 个县(区), 总人口 1 158 万人, 其中农业人口 935 万人, 粮食总产量约 56 亿 kg 全灌区平均耕地率 0.59。根据灌区内各县土地利用规划等资料, 全灌区加权平均灌溉面积系数为 0.56(灌溉面积与土地面积的比值), 略小于耕地率, 这主要是由于该区域丘陵地形复杂, 灌溉工程控制面积内仍有小部分非灌区。

该灌区以水稻为主要作物, 包括双季早稻、中稻、单季晚稻、双季晚稻 4 种; 因灌区较大, 旱作物品种较多, 主要有小麦、油菜、棉、麻、玉米、大豆及绿肥等, 旱地面积占耕地面积 25% 左右, 相对需水量较少, 该次选小麦、油菜、大豆及绿肥作为旱作物的代表, 其需水量见表 1。

**2.2 影子水价计算** 根据灌区水资源、土地资源、水利工程资源量作为限制条件列出条件方程, 将条件方程的系数、资源限量、目标函数组成一个增广矩阵, 求目标函数最大化的最优解(不同作物种植面积的优化组合), 它可使灌区资源得以优化配置; 将上述矩阵转置后求解, 即可求出各种资源的影子价格<sup>[5]</sup>。

$$f(X) = 742.5 X_1 + 898.2 X_2 + 667.3 X_3 + 1 015 X_4 + 93.8 X_5 + 138.8 X_6 + 144.4 X_7 + 78.8 X_8$$

其中, 系数  $a_i$  是经营效益, 为单位面积产值扣除单位面积经营成本的差值(2007 年价格水平)。

**2.2.2 资源约束条件。** 文中所分析的系统, 以农业为主, 采用影响地区农业经济最关键的资源种类作为资源约束条件。

(1) 耕地资源: 根据统计资料, 现状耕地面积为 45.63 万  $hm^2$ 。

(2) 旱地: 旱作物的种植面积, 为 11.41 万  $hm^2$ 。

(3) 不需灌溉资源: 指因水源高程或水利工程不能为其服务的雨养耕地也能创造价值。据统计资料为 38.30 万  $hm^2$ 。

(4) 水资源量: 农田灌溉用水的水量共有 41 亿  $m^3$ 。

**2.2.3 目标函数最大化的增广矩阵。** 上述 4 个约束条件方程的系数组成一个矩阵, 将目标函数加入后组成一个增广矩阵, 求解该增广矩阵得到线性规划的最优解。

**2.2.4 线性规划的对偶规划。** 将增广矩阵 A 进行转置, 取得 A 的转置矩阵  $A^T$ , 求解转置后矩阵即可解出条件方程中

### 3 结论

(1) 血红密孔菌 *Pycnoporus sanguineus* 是所选用的 5 株菌种中分解木质素能力最强的, 它可以产生漆酶和锰过氧化物酶 2 类木质素降解酶, 并且 2 种酶的产生与菌丝体的生长不

同步。

(2) 血红密孔菌所产生的 2 种降解酶的热稳定性较好, 漆酶和锰过氧化物酶的最适反应温度分别为 60 和 80 。

表3 正交试验设计与结果

Table 3 The orthogonal experiment design and results

试验号 Test No.	因素Factor				漆酶活性 Laccase activity	锰过氧化物酶活性 Mnp activity
	A	B	C	D		
1	1	1	1	1	77.4	14.8
2	1	2	2	2	183.2	32.2
3	1	3	3	3	136.2	22.0
4	2	1	2	3	218.7	27.5
5	2	2	3	1	386.1	84.7
6	2	3	1	2	144.9	19.1
7	3	1	3	2	631.4	198.0
8	3	2	1	3	91.8	12.6
9	3	3	2	1	124.8	18.5
$K_{11}$	132.267	309.167	104.700	196.100		
$K_{12}$	149.900	220.367	175.567	319.833		
$K_{13}$	282.667	135.300	384.567	148.900		
$R_L$	150.400	173.867	279.867	170.933		
$K_M$	23.000	80.100	15.500	39.333		
$K_M$	43.767	43.167	26.067	83.100		
$K_M$	76.367	19.867	101.567	20.700		
$R_M$	53.367	60.233	86.067	62.400		

(3) 温度是影响该菌产酶的主要因素。通过正交试验得到其最佳培养条件为培养温度 38、初始 pH 值为 4.5、葡萄糖含量为 1.0%、酒石酸铵含量为 0.1%。适量地加入表面活性剂有利于该菌产木质素降解酶, 在最佳培养条件下添加质量浓度为 0.05% 的吐温 80 可以使降解酶的酶活力有较大提高。

#### 参考文献

- [1] 吴坤, 张世敏, 朱显峰. 木质素生物降解研究进展[J]. 河南农业大学学报, 2000, 34(4): 349-354.
- [2] HUGHES T. Lignin biochemistry: Biosynthesis and biodegradation[J]. Wood Sci Technol, 1990, 24: 23-64.
- [3] LEONOWICZ A, CHONIS, LUTEREK J, et al. Fungal laccase: Properties and

activity on lignin[J]. Basic Microbiol, 2001, 41: 185-227.

- [4] 江凌, 吴海珍, 韦朝海, 等. 白腐菌降解木质素酶系的特征及其应用[J]. 化工进展, 2007, 26(2): 198-203.
- [5] 郭梅, 蒲军, 梁鹏, 等. 白腐菌 *Fanates versicolor* 产漆酶发酵条件的优化[J]. 食品研究与开发, 2006, 27(6): 9-12.
- [6] 吴坤, 朱显峰, 张世敏, 等. 杂色云芝产漆酶的发酵条件研究[J]. 菌物系统, 2001, 20(2): 207-213.
- [7] 李慧蓉. 白腐真菌生物学和生物技术[M]. 北京: 化学工业出版社, 2005: 34-35.
- [8] 王彩华, 余惠生, 付时雨. 贝壳状革耳菌和黄孢平革耳菌固定培养酶系的比较[J]. 微生物学报, 1999, 39(2): 121-131.
- [9] 丁少军, 王传槐. 云芝 (*Coridus versicolor*) 高产木质素降解活性菌株筛选的研究[J]. 纤维素科学与技术, 1994, 2(1): 32-38.
- [10] ANDER P, ERIKSSON K E. Selective degradation of wood components by white rot fungus[J]. Physiol Plant, 1977, 41: 239-248.

(上接第 6608 页)

各资源的影子价格, 用 Matlab 程序解得水的影子价格为 0.468 元/m<sup>3</sup>。

**2.3 和现行水价的比较** 溧史杭灌区现行农业水价为 0.056 元/m<sup>3</sup>, 而测算的水的影子价格 0.468 元/m<sup>3</sup>, 现行的水价远远低于水的影子价格说明灌区是严重亏损经营的。影子价格反映的是水的边际价值, 现行水价和水的影子价格的差值能大致反映亏损的额度。

### 3 关于影子水价的讨论

**3.1 影子水价具有时限性** 与其他商品的影子价格一样, 影子水价亦具有时限性, 主要由于影子价格用货币表示时, 同样受各年通货膨胀率及供求关系等因素的影响。同时, 还与当年灌区水文特性有关, 丰水年、平水年、枯水年的影子水价亦应有所不同<sup>[6]</sup>。

**3.2 影子水价具有地区性** 由于各地区水源条件与开发

难易程度差别很大, 加上远距离输送水量的经济条件等因素, 显然影子水价具有明显的地区性, 在制定影子水价时应注意此特点。

**3.3 影子水价具有边际性** 在制定影子水价时, 应仔细研究灌区的水源与供水条件, 选择合理的边际或关键的作物, 计算增加单位供水量的边际费用及其边际效益, 才能正确测算灌区的影子水价。

#### 参考文献

- [1] 姜文来. 水资源价值论[M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [2] 张屹山. 影子价格的经济含义及其应用[J]. 吉林大学社会科学学报, 1990(2): 78-83.
- [3] KIRK HAMILTON, KATHARINE BOLT. Resource price trends and development prospects[J]. Portuguese Economic Journal, 2004, 3(2): 51-54.
- [4] 高红卫. 线性规划方法应用详解[M]. 北京: 科学出版社, 2004.
- [5] 吉红, 朱振锁. 灌溉用水的影子价格初探[J]. 节水灌溉, 2007(5): 59-62.
- [6] 施熙灿. 影子水价与影子电价测算[J]. 水力发电学报, 2002(2): 1-8.