

研究论文

多变量多时滞非方系统的解耦内模控制

要艳静, 王 晶, 潘立登

(北京化工大学信息科学与技术学院, 北京 100029)

摘要: 多变量复杂控制系统不仅具有多耦合和多时滞性, 还具有结构上的复杂性, 即输入输出不等, 传递函数为奇异矩阵。传统的多变量内模控制是基于对非奇异对象求逆来进行的, 因此很难解决这类问题。针对该情况引入矩阵论中的广义逆概念, 通过求对象的广义逆矩阵来设计解耦内模控制器, 打破了内模控制只能对方系统进行控制的局限性, 并利用泰勒近似很好地解决了多滞后的问题, 最后通过设计特殊形式的滤波器, 不仅能够消除由纯滞后近似引入的不稳定极点, 保证系统的稳定性, 且能够保证系统的正则性。仿真结果表明, 该方法不仅跟踪迅速, 且继承了内模控制的无余差和强鲁棒性, 动态解耦效果良好, 仅对时滞变化较为敏感。由于系统基于内模控制设计, 故模型匹配度越高, 系统响应越好。

关键词: 非方系统; 广义逆; 解耦; 内模控制

中图分类号: TP 273

文献标识码: A

文章编号: 0438-1157 (2008) 07-1737-06

Decoupling internal model control for multi-variable non-square system with time delays

YAO Yanjing, WANG Jing, PAN Lideng

(College of Information Science and Technology, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract: A new decoupling internal model control (IMC) method was proposed for the multi-variable non-square systems with multiple time delays by introducing the conception of generalized inverse. The traditional IMC based on the inverses of nonsingular matrices was confined to square systems, so the generalized inverse was imported to design the internal model controllers by calculation in frequency domain. Time delays were approximated by the Taylor expansion diagrams. To guarantee the stability and regularity of system, special filters were designed to counteract unstable poles brought forth by the Taylor approximation. The results showed that when the model did not mis-match badly, the output curves had less than 20% overshoot and almost zero deviation from steady state. The output also had good performance about dynamic decoupling, and multiple time delays control. But the control system was sensitive to the change of time delays. Based on IMC system, the response would be better if the model matched more satisfactorily.

Key words: non-square system; generalized inverse; decoupling; internal model control

引 言

在大规模工业生产过程中, 多变量互相关联,

具有约束。由于很多操作变量受到约束而不能随时起到控制作用, 从而使控制系统的结构经常发生变化, 在“胖”、“方”、“瘦”系统间进行转换^[1], 从

2008-04-11 收到初稿, 2008-04-30 收到修改稿。

联系人: 王晶。第一作者: 要艳静 (1982—), 女, 硕士研究生。

基金项目: 国家自然科学基金项目 (60704011)。

Received date: 2008-04-11.

Corresponding author: WANG Jing. E-mail: jwang@mail.buct.edu.cn

Foundation item: supported by the National Natural Science Foundation of China (60704011).

一个装置或一个操作单元的全局来看，非方系统又是很常见的，操作变量维数多于被控变量维数的胖系统就是其中的一种常见现象。如今控制方法主要采用协调预测控制，但预测控制算法比较复杂，不能完全保证系统稳定性^[1-3]。而同时纯滞后问题在工业过程中也是相当普遍的^[4]，对于多变量系统，通常情况下，各个通道的时滞是不一样的，怎样能够让多时滞系统无耦合的跟踪输入也是时下研究的热点^[5-6]。

本文所使用的解耦内模控制（IMC）是一种独立的控制系统结构，通过求解系统方程的逆来设计控制器。由于其设计原理简单，参数整定直观明了，鲁棒性较强，对纯滞后有补偿作用，所以一直为工程控制界所重视^[7-9]。针对多变量系统的 IMC 解耦控制方法^[10-11]以及处理非线性的多模型^[12]和模糊控制^[13]等策略，都取得了较好的控制效果，但均局限在方系统。本文将 IMC 扩展到非方系统领域，打破了 IMC 的传统求解方式，利用广义逆思想，得到对于胖系统的内模控制器，控制效果好，也很好解决了纯滞后的问题。

1 多变量内模控制结构

多变量内模控制结构见图 1，其中 R 表示系统输入； Y 表示系统输出； U 表示控制器输出； D 表示干扰信号； \tilde{D} 表示系统输出与过程模型输出之差； G_{IMC} 表示内模控制器传递函数； G_p 表示过程传递函数； \tilde{G}_p 表示过程模型传递函数；虚线框内部分是整个控制系统的结构，可用模拟硬件或计算机软件来实现。由于该结构中除了有控制器 G_{IMC} 以外，还包含了过程模型 \tilde{G}_p ，内模控制因此而得名^[9]。

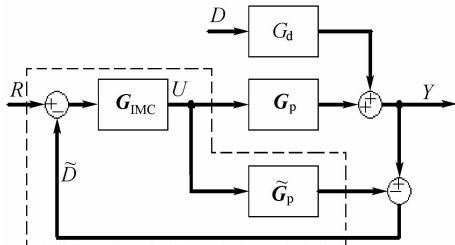


图 1 多变量内模控制结构

Fig. 1 Structure of MIMO IMC

2 控制器设计

2.1 多变量解耦内模控制分析

对于多变量系统，实现解耦的途径一般为补偿

解耦和控制器解耦^[10]。补偿解耦不仅结构复杂，而且解耦效果往往不如控制器直接解耦，所以采用解耦控制器同时进行解耦和内模控制器设计。为阐述方便，先不考虑扰动，最后再进行鲁棒性分析。

Y 和 R 之间的闭环传递矩阵为

$$H = G_p G_{IMC} [I + (G_p - \tilde{G}_p) G_{IMC}]^{-1} \quad (1)$$

加入前置滤波器 F （对角阵），假定 $G_p(s) = \tilde{G}_p(s)$ ，则 $H = G_p G_{IMC} F$ ，其中， s 为复频率。因此，闭环系统可解耦等价于 $G_p G_{IMC} F$ 可解耦；IMC 系统内部稳定等价于 $G_{IMC} F$ 稳定（对象本身是稳定的）。只要保证 $G_{IMC} = G_p^{-1}$ ，则闭环响应 H 可以完全解耦^[11]。

2.2 带滞后的复杂系统解耦内模控制器设计

2.2.1 控制器设计步骤 由上述论述得出复杂系统解耦 IMC 设计步骤如下。

(1) 动态性能。利用广义逆直接求解 $G_{IMC} = G_p^{-1}$ ，并对时滞进行近似处理。

(2) 对模型误差的鲁棒性。引入滤波器 F ，来改善 IMC 系统的鲁棒性，同时利用滤波器保证系统的正则性和稳定性。滤波器设计条件：必须满足 $F(0) = I$ 。

2.2.2 控制器 G_{IMC} 设计

① 广义逆求解 $G_{IMC} = G_p^{-1}$

广义逆^[14-15]是指系数矩阵为奇异的情况下，同样存在一些矩阵，类似于可逆矩阵的逆矩阵，能够和系数矩阵相乘，且结果为单位阵。

矩阵 A 的右逆方程为

$$A_R^{-1} = VA^H(AVA^H)^{-1} \quad (2)$$

其中， V 是任意一个满足 $\text{rank}(A) = \text{rank}(AVA^H)$ 的矩阵。在讨论中，选择 V 为单位阵。式 (2) 简化为

$$A_R^{-1} = A^H(AA^H)^{-1} \quad (3)$$

但由于矩阵论中的求解只限于数值运算，这里要求能够对系统实现动态解耦，所以要利用右逆的思想，来进行传递函数的运算。

根据式 (3) 可得对象的右逆公式为

$$G_p^{-1} = G_p^T (G_p G_p^T)^{-1} \quad (4)$$

可得

$$G_{IMC} = G_p^{-1} = G_p^T \text{adj}(G_p G_p^T) / |G_p G_p^T| \quad (5)$$

② 时滞的处理

时滞的运算是包含在整个运算过程中的，所以接下来的问题是控制器分母中的时滞问题的处理。

由于分母中的时滞无法进行分解，所以只能采用近似处理。本文采用 Taylor 展开进行近似，即

$$e^{-s\tau} = 1 + \frac{(-\tau)}{1!}s + \frac{(-\tau)^2}{2!}s^2 + \dots + \frac{(-\tau)^n}{n!}s^n + \dots \quad (6)$$

式中 τ 为过程的时滞。

2.2.3 滤波器的设计 滤波器的作用既要保证系统的稳定性，又要保证系统的正则性。由于在控制器的分母中引入了 Taylor 展开，相当于引入了右半平面极点，会造成系统的不稳定，所以要选择适当的滤波器形式，来对不稳定极点进行抵消，才能达到系统的稳定。选择第 i 个通道滤波器形式为

$$f_i(s) = \frac{(p_1 - s)(p_2 - s)\dots(p_n - s)}{(\lambda_i s + p_1)(\lambda_i s + p_2)\dots(\lambda_i s + p_n)(\lambda_i s + 1)^{m-n}} \quad (7)$$

其中， $p_1 \dots p_n$ 是不稳定极点，分母的阶次 m 是为了保证系统正则， λ_i 为滤波器律定参数。

2.3 闭环传递函数

由于 $G_{IMC} = G_p^{-1}$ ，而且引入了保证系统正则和稳定的滤波器 F ，则 $H = G_p G_{IMC} F = F$ ，最后系统的闭环传递函数为

$$H = \begin{bmatrix} f_1(s) & 0 & \dots & 0 \\ 0 & f_2(s) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & f_n(s) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$f_i(s)$ 形式见式 (7)，可以看出 $f_i(0) = 1$ ，系统是完全解耦的，通过选择合适的参数 λ_i ，可以得到想要的结果。

3 仿真实例

有一个三入三出系统如式 (9)

$$G_{p33} = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1}e^{-s} & \frac{-1}{s+1}e^{-6s} & \frac{2}{s+1}e^{-2s} \\ \frac{s-0.1}{(s+1)^2}e^{-3s} & \frac{s-0.1}{2(s+1)^2}e^{-8s} & \frac{1}{s+1}e^{-4s} \\ \frac{5}{s+1}e^{-s} & \frac{6}{s+1}e^{-6s} & \frac{s-0.1}{(s+1)^2}e^{-2s} \end{bmatrix} \quad (9)$$

现在出现某种工作模式，对第二个被控变量不要求，但要求控制器正常工作，并要保证第一个和第三个的性能，此时系统转化成胖系统，传递函数如式 (10) 所示，对其进行控制器设计。

$$G_p = \begin{bmatrix} \frac{1}{s+1}e^{-s} & \frac{-1}{s+1}e^{-6s} & \frac{2}{s+1}e^{-2s} \\ \frac{5}{s+1}e^{-s} & \frac{6}{s+1}e^{-6s} & \frac{s-0.1}{(s+1)^2}e^{-2s} \end{bmatrix} \quad (10)$$

3.1 利用广义逆设计 G_{IMC}

利用式 (5) 求得 G_{IMC} ，并如式 (6) 对时滞

进行 Taylor 近似。

根据式 (4)，设 $G = G_p G_p^T$ ，得

$$|G| = \frac{121(s+1)^2 e^{-14s} + (9s+10.1)^2 e^{-6s} + (13s+11.9)^2 e^{-16s}}{(s+1)^6} \quad (11)$$

为阐述方便，令

$$d = 121(s+1)^2 e^{-14s} + (9s+10.1)^2 e^{-6s} + (13s+11.9)^2 e^{-16s}$$

则式 (11) 写成

$$|G| = \frac{d}{(s+1)^6} \quad (12)$$

可以求得 $G_p^{-1}(3 \times 2)$ ，其形式如下

$$G_p^{-1}(1,1) = [66(s+1)^3 e^{-13s} + (s+1)(s-0.1)(-9s-10.1)e^{-5s}]/d \quad (13)$$

其余元素略。

对结果分母中的滞后进行 Taylor 近似处理，实验证明 Taylor 展开只需要取两项便可以满足精度，并保证尽可能使系统简单，故近似处理后分母为

$$d' = -4884s^3 - 9058s^2 - 3839s + 364.6 \quad (14)$$

3.2 选择滤波器

对于两个主通道，选择滤波器传递函数矩阵为

$$F(s) = \begin{bmatrix} f_1(s) & 0 \\ 0 & f_2(s) \end{bmatrix} \quad (15)$$

根据选择滤波器的条件，为了满足系统的正则性和稳定性，根据式 (7) 选择 $f_i(s) = \frac{-s+p}{\lambda_i s+p}$ ， p 为右半平面零点。由式 (14) 求出 $p=0.07944$ 。

3.3 闭环传递函数

当模型匹配时，即 $G_p(s) = \tilde{G}_p(s)$ ，根据 $H(s) = G_p(s)G_{IMC}(s)F(s)$ 得出

$$h_{ii} = \frac{d(-s+0.07944)}{d'(\lambda_i s+0.07944)} \quad (16)$$

$$h_{ij} = 0 \quad (i \neq j) \quad (17)$$

由此可见，根据该方法得到的控制器能够达到系统完全解耦。此外，由于 d' 对于 d 的近似，只是舍掉了其高阶部分，所以对于系统响应影响不大，由此可得近似闭环响应为

$$h_{ii} = \frac{-s+0.07944}{\lambda_i s+0.07944} \quad (18)$$

通过调节 λ_i ，可得到想要的响应曲线。

3.4 仿真结果

r_1 为零时刻的阶跃信号， r_2 为 10 s 时刻的阶跃信号（下同）， y_1 和 y_2 输出结果如图 2 所示。

由输出曲线可以看出， y_1 和 y_2 解耦良好，无超调，能在很短的时间内无余差跟踪给定曲线。

下面讨论该算法的鲁棒性。

将所有通道的增益均增加 20%，输出曲线见图 3 (a)，时间常数和滞后均增加 30%，输出曲线分别见图 3 (b)、图 4 (a)。

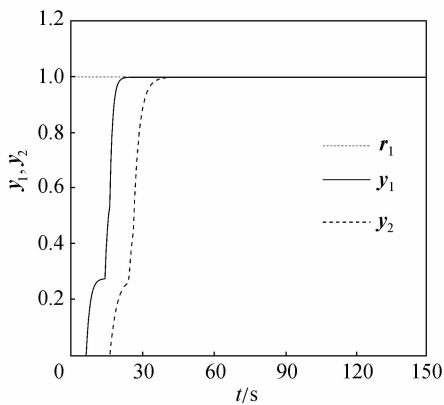
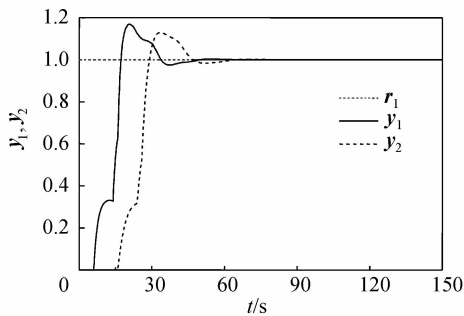
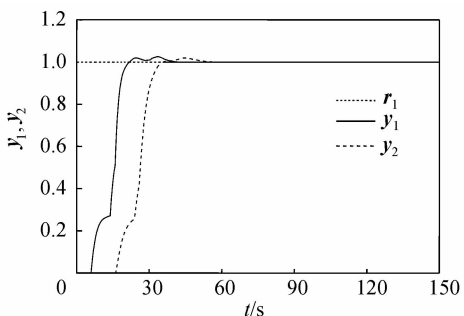


图 2 阶跃响应

Fig. 2 Step responses



(a) responses of changed gains



(b) responses of changed T

图 3 增益、时间常数分别改变后的阶跃响应

Fig. 3 Step responses of changed gains and T

可以看出当改变增益和时间常数时，仍能实现动态解耦，只是超调有所改变，但低于 20%。滞后对输出影响比较大，分析原因，主要是由于设计控制器的时候对分母上的滞后进行了近似造成

的，尤其是 y_2 ，先对其进行分析。

现改变系统第二个通道中的元素 $\frac{6}{s+1}e^{-8s}$ ，将滞后改为原来的 e^{-6s} ，得到仿真结果如图 4 (b) 所示。

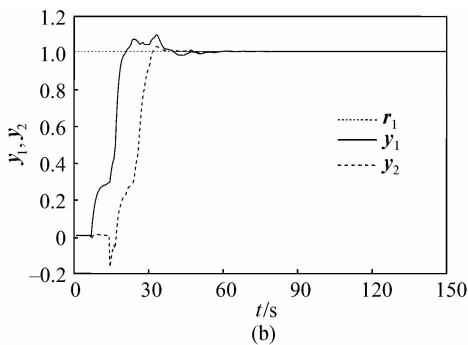
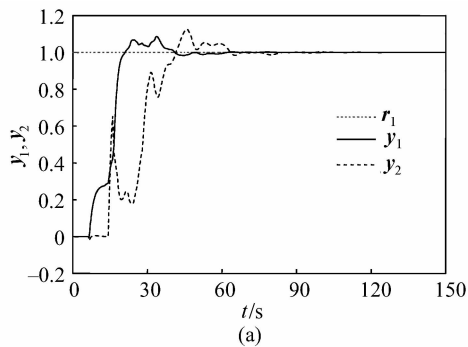


图 4 时滞改变后的阶跃响应

Fig. 4 Step responses of changed time delays

可见，调了一个通道的滞后以后，无论是动态响应还是超调都得到了很大的改善，说明第二个输出对于主通道的滞后是比较敏感的，原因应该是在求解控制器的过程中对滞后进行了近似，但是两个通道对滞后的敏感程度差别很大，这是一个需要进一步分析的问题。

3.5 性能分析

本仿真实例采用的模型极点均为 -1，这是由于根据现场经验，极点相同的情况最难控制。所以采用极点相同的情况最具说服力。

本例中，在模型基本匹配的情况下得到的结果达到了理想效果，即使在模型失配的情况下（不是严重失配），超调依然能够控制在 20% 以内，由于仿真过程中对滞后进行了近似，所以在结果上表现为系统的动态性能对滞后失配比较敏感，但由于内模控制的优越性，系统的稳态性能依然良好，并且依然能够保持系统稳定。

3.6 稳定性分析

对第一和第三通道进行设计，其中由于采用

Taylor 展开来近似分母中的滞后, 引入了不稳定极点, 解决方案是利用滤波器来对不稳定部分进行抵消, 由最后的闭环传递函数可以看出, 第一和第三通道能够保持稳定。

下面来分析第二通道的稳定性。该通道的传递函数为 $\frac{s-0.1}{2(s+1)^2}e^{-8s}$, 对于第一和第三通道的耦合传递函数分别为 $\frac{s-0.1}{(s+1)^2}e^{-3s}$ 和 $\frac{1}{s+1}e^{-4s}$, 加入控制器后, 另两个通道对该通道耦合产生的闭环传递函数(未加滤波器)为

$$g_2(s) = \frac{s-0.1}{(s+1)^2}e^{-3s} \times \frac{66(s+1)^3 e^{-13s} + (s+1)(s-0.1)(-9s-10.1)e^{-5s}}{d'} + \frac{s-0.1}{2(s+1)^2}e^{-8s} \times \frac{-55(s+1)^3 e^{-8s} - (s+1)(s-0.1)(13s+11.9)e^{-10s}}{d'} + \frac{1}{s+1}e^{-4s} \times \frac{5(s+1)^2(9s+10.1)e^{-4s} + 6(s+1)^2(13s+11.9)e^{-14s}}{d'}$$

可以看出, 不稳定的部分由 d' 引起, 而选用的滤波器正好抵消了 d' 中的不稳定极点, 所以该通道引入滤波器后的闭环传函是稳定的, 这样也就说明整个系统的闭环传函是稳定的。

4 结 论

本文突破了传统内模控制的局限性, 提出了一种新型的对于非方系统的设计方法, 算法简单, 易于理解。

(1) 对于非方系统的控制, 在 IMC 的控制结构上引入了广义逆, 打破了内模控制智能应用于非奇异对象的局限性。

(2) 适当地选择滤波器的结构和参数, 不仅能够维持系统的正则性, 还能够抵消由于时滞近似引入的不稳定因子, 保证系统稳定。

(3) 控制系统继承了内模控制的响应迅速和强鲁棒性等良好动态特性。当模型匹配时系统动态完全解耦, 超调为零, 响应迅速; 当系统轻度失配时, 系统仍能稳定运行, 且除时滞之外的参数变化时, 仍能实现动态解耦; 但是当时滞改变时, 尤其是某一通道时滞改变时, 系统动态响应比较剧烈, 解耦效果明显变差, 这说明整个控制系统对时滞的改变很敏感, 系统内部模型的时滞要更精确才能达

到理想效果。

(4) 由响应曲线可以看出, 即使当模型失配时, 系统的稳态余差仍然不超过 0.02, 这是内模控制的优秀特性之一, 也说明了基于 IMC 结构的广义逆算法保持了 IMC 的良好稳态特性。

(5) 和传统内模控制一样, 该方法是基于模型匹配的, 当模型严重失配时, 控制效果会变差, 甚至会导致系统不稳定。

References

- [1] Li Changxian (李常贤), Zhu Jing (诸静). Application study of single input and dual output fuzzy-predictive coordinated control on grate cooler. *Journal of the Chinese Ceramic Society* (硅酸盐学报), 2002, **30** (6): 707-711
- [2] Cheng Yunwa (程云娃). Study of multivariable generalized predictive control [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2005
- [3] Yang Maying (杨马英), Wang Shuqing (王树青), Wang Jicheng (王驥程). Coordinated predictive control strategy for constrained multivariable processes. *Control and Decision* (控制与决策), 1996, **11** (6): 686-689
- [4] Zhao Wenjie (赵文杰), Liu Jizhen (刘吉臻), Jin Xiuzhang (金秀章), Wang Dongfeng (王东风). Modeling and control approach for industrial object with time delay. *Journal of North China Electric Power University* (华北电力大学学报), 2001, **28** (4): 29-32
- [5] Seshagiri Rao A, Chidambaram M. Smith delay compensator for multivariable non-square systems with multiple time delays. *Computers and Chemical Engineering*, 2006, **30**: 1243-1255
- [6] Wayne Bequette B. Process Control: Modeling, Design, and Simulation. Upper Saddle River: Prentice Hall, 2003
- [7] Garcia C E, Morari M. Internal model control (I): A unifying review and some new results. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 1982, **21** (2): 308-323
- [8] Garcia C E, Morari M. Internal model control (II): Design procedure for multivariable systems. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 1985, **24** (2): 472-484
- [9] Garcia C E, Morari M. Internal model control (III): Multivariable control law computation and tuning guidelines. *Ind. Eng. Chem. Process Des. Dev.*, 1985, **24** (2): 484-494
- [10] Wang Qingguo, Zhang Yu, Chiu Minsun. Decoupling internal model control for multivariable systems with multiple time delays. *Chem. Eng. Science*, 2002, **57**: 115-124

- [11] Wang Quanliang (王全良). The application & study of multivariable internal model control based on DCS [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2005
- [12] Chen Ping (陈平). Decoupling internal model control for a sort of multivariable nonlinear systems [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2006
- [13] Lin Yanchun (林艳春). The research on multivariable internal model control algorithm [D]. Beijing: Beijing University of Chemical Technology, 2006
- [14] Liu Hui (刘慧), Yuan Wenyan (袁文燕), Jiang Dongqing (姜冬青). Matrix Theory and Application (矩阵论及应用). Beijing: Chemical Industry Press, 2003
- [15] Zhang Jing (张静). Getting generalized inverse of matrix. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Neimongol* (内蒙古大学学报), 2005, **36** (4): 379-382