

优化GM(1,1)模型在地下水水位预测中的应用

于春霞 徐建新 (华北水利水电学院, 河南郑州450011)

摘要 采用优化GM(1,1)模型,在已知郑州市连续5年的中深层地下水水位的前提下进行建模,模型经检验合格,并对第6年的水位进行了预测,结果表明,预测结果与实际情况大致吻合。

关键词 优化GM(1,1)模型;地下水水位;预测

中图分类号 S11+9 文献标识码 A 文章编号 0517-6611(2008)12-04810-01

Application of GM(1,1) Majorized Mode in the Forecast of Groundwater Level

YU Chun-xia et al (North China University of Water Conservancy And Electric Power, Zhengzhou, Henan 450011)

Abstract The reasonable development and use of groundwater in the city are not only the policy issue, but also the issue of sustainable development. In order to reasonably and effectively develop and utilize underground water, the dynamic variation of groundwater must be conducted with a comprehensive study. In this paper, based on the water level known including deep groundwater in the Zhengzhou City for past five years, the model tested was qualified and the water level of next year was forecasted. The results showed that the predicted value and the actual result were generally same.

Key words GM(1,1) majorized mode; Groundwater level; Forecast

现代城市对地下水合理利用的要求越来越高,城市如何合理开发和利用地下水,是政策问题,也是可持续发展问题。为了合理有效地开发利用地下水,必须对地下水的动态进行全面的研究。

作为灰色系统理论重要内容之一的GM(1,1)模型,其应用价值在越来越多的领域中得到体现,其突出特点是:建模过程简单,模型表达式简洁,便于求解,应用广泛。但是该模型存在一定的局限性,即当发展系数的绝对值较大时,模型偏差较大,无法用于中长期预测,甚至不宜作短期预测。在此基础上,一些学者进行了改进,得到了比原GM(1,1)模型模拟精度高和适应性更强的优化GM(1,1)模型,既保持了原GM(1,1)模型的优点,又使优化GM(1,1)模型适用于各种发展系数的情形,尤其是当发展系数绝对值较大时也可用于中长期预测^[1]。笔者利用优化的GM(1,1)模型,对郑州市中深层地下水水位变化进行了预测。

1 优化GM(1,1)模型建模过程

设对原始数据系列 $x^{(0)}(k) (k=1, 2, \dots, n)$ 建立优化GM(1,1)模型^[2],其相应微分方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (1)$$

$$x^{(1)}(1) = x^{(0)}(1)$$

$$x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k x^{(0)}(i) \quad (k=2, 3, \dots, n)$$

式中, $x^{(1)}(k)$ 为经过一次累加处理生成的数据序列, n 为数据个数。

对于给定的原始数据序列,一般情况下,其多为随机的、无规则的,不能直接用于建模。经过一次累加生成,可获得一个呈单点增长曲线的新数据序列,从而增强了原始数据的规律性,弱化了随机性,为建立动态模型提供了中间信息。

则灰色微分方程 $x^{(0)}(k) + ax^{(1)}(k) = b$ 的最小二乘估计参数满足^[3]

$$\hat{a} = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y$$

作者简介 于春霞(1985-),女,河南淮阳人,硕士研究生,研究方向:区域水资源优化配置。

收稿日期 2008-02-29

$$Y = \begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ \dots \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ \dots & \dots \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}$$

式中, $z^{(1)}(k) = \frac{x^{(1)}(k) - x^{(1)}(k-1)}{\ln x^{(1)}(k) - \ln x^{(1)}(k-1)}$; $k=2, 3, \dots, n$ 。当 $x^{(1)}(k) = x^{(1)}(k-1)$ 时, $z^{(1)}(k) = z^{(1)}(k-1)$ 。

灰色微分方程 $x^{(0)}(k) + az^{(1)}(k) = b$ 的时间响应式为

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

还原值为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(0)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (k=1, 2, \dots, n)$$

模型精度检验采用后验差方法,灰色模型的后验差检验是根据模型计算值与实际值之间的统计情况进行检验^[4]。它有两个重要指标:后验差比值: $C = S_2/S_1$;小误差概率: $P = P\{|e(k) - \bar{e}| < 0.674 S_1\}$

记原始数列 $x^{(0)}$ 及残差数列 e 的方差分别为 S_1^2, S_2^2, S_1^2
 $= \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [x^{(0)}(k) - \bar{x}]^2, S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [e(k) - \bar{e}]^2$ 。

模型的精度由 C 与 P 共同刻划。一般将模型的精度分为4级^[5],见表1。

表1 模型计算精度评估

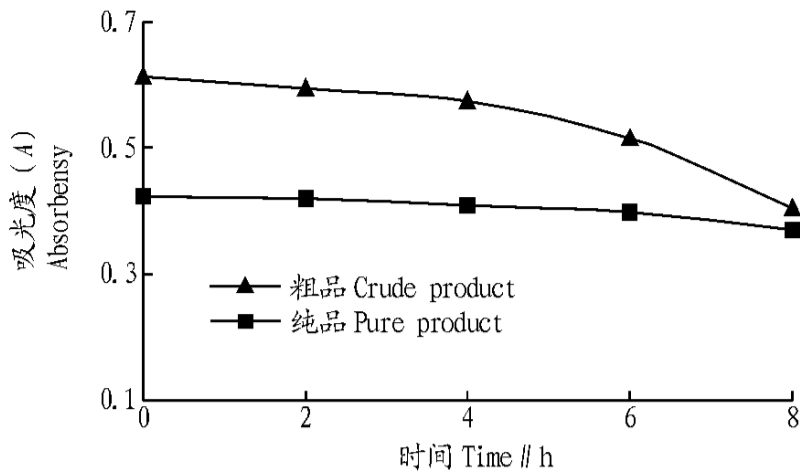
Table 1 Evaluation of calculation precision for the model

预测精度 Predicted precision	P	C
1级 好 Class 1 (good)	0.95	C < 0.35
2级 合格 Class 2 (digible)	0.8	0.35 < C < 0.5
3级 基本合格 Class 3 (basically digible)	0.7	0.50 < C < 0.65
4级 不合格 Class 4 (indigible)	P < 0.7	0.65 < C

2 郑州市地下水水位预测

郑州市中深层地下水水位埋深受地形、地貌及开采量的影响,特别是开采量的大小,直接影响着中深层地下水的水位埋深,中深层地下水动态类型大部分为开采型。中深层含水层组顶板埋深60~80 m,底板埋深310~350 m,局部大于

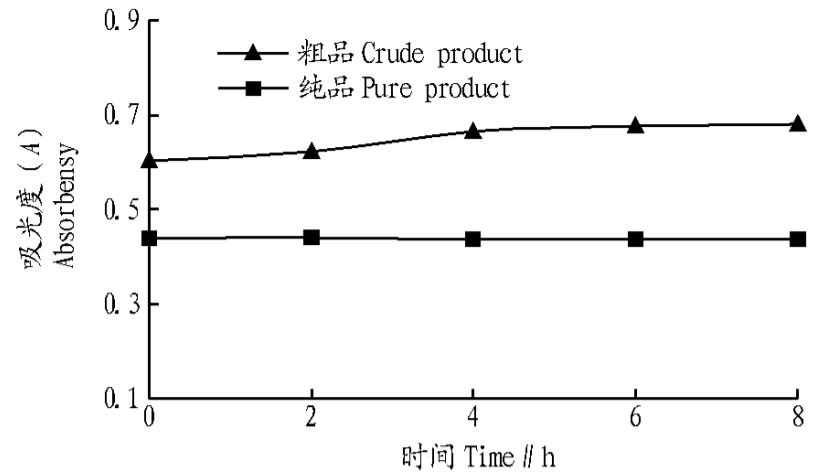
(下转第4819页)

图5 Ca²⁺对玫瑰花红色素稳定性的影响Fig.5 Effect of Ca²⁺ on stability of rose pigment

光、室温避光、室温光照;在试验所用的浓度范围内,亚硫酸钠使该色素稳定性增强,抗坏血酸使其稳定性减弱;离子Fe²⁺、Sn²⁺对玫瑰花红色素起到了稳定作用,Pb²⁺、Mg²⁺对稳定性有一定影响;Ca²⁺、Na⁺对稳定性几乎没有影响;纯化后的色素在一些常见离子中稳定性较强,为玫瑰花在保健食品和中药开发及综合利用提供了理论依据。

参考文献

[1] 顾奎琴.花卉营养保健与食疗[M].北京:农村读物出版社,2002:81.

图6 Na⁺对玫瑰花红色素稳定性的影响Fig.6 Effect of Na⁺ on stability of rose pigment

- [2] 顾红梅,张新申,蒋小萍.超声波和冻结-融解法相结合提取紫薯中花色甙[J].食品科学,2004,25(7):104-108.
- [3] 蔡定建,何英,杨建红.紫背天竺紫红色素的提取及稳定性研究[J].食品科技,2005(2):48-51.
- [4] 帕孜米提-拜合提,组丽皮亚-尤努斯,阿不都拉-阿巴斯.蔷薇红景天色素的提取及稳定性的研究[J].食品科学,2005,26(2):134-137.
- [5] 付红,于泽源,徐雅琴.樱桃红色素光和热稳定性的研究[J].食品科技,2004(5):41-49.
- [6] 霍文兰.山杏黄色素的提取及稳定性的研究[J].食品科学,2004,25(9):100-104.
- [7] 高世年.实用食品添加剂[M].天津:天津科学技术出版社,2000:138-144.

(上接第4810页)

350 m,其下为厚层粘土夹薄层砂或砂的透镜体,粘土层最小厚度10.5 m,最大厚度达55.5 m,一般15~40 m,具有很好的隔水性能,为相对稳定的隔水层,属承压水类型。中深层水是目前城市供水的主要开采层,井深一般在100~300 m。

已知郑州市连续5年的中深层地下水水位平均值分别为59.71、60.26、60.63、61.00和64.15 m,现利用优化GM(1,1)模型预测第6年的中深层地下水水位平均值。

原始数列: $x^{(0)} = \{59.71, 60.26, 60.63, 61.00, 64.15\}$ 。用累加生成数列: $x^{(1)} = \{59.71, 119.97, 180.60, 241.60, 305.75\}$ 。数据矩阵为:

$$Y = \begin{bmatrix} 60.26 \\ 60.63 \\ 61.00 \\ 64.15 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -86.364 & 31 \\ -148.224 & 11 \\ -209.622 & 81 \\ -272.417 & 31 \end{bmatrix}$$

用最小二乘法求出待定参数,

$$a = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = (B^T B)^{-1} B^T Y = \begin{bmatrix} -0.0195 \\ 58.02 \end{bmatrix}$$

则其时间响应函数为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = [x^{(0)}(1) - \frac{b}{a}]e^{-ak} + \frac{b}{a} \\ = 3.035095e^{0.0195k} - 2.97538$$

还原值为 $\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k)$ 。

分别计算各年的拟合值和误差,见表2。

求原始数列 $x^{(0)}$ 及残差数列 e 的方差,则

$$S_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x^{(0)}(k) - \bar{x})^2 = 2.432$$

$$S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n [e(k) - \bar{e}]^2 = 0.45$$

后验差比值: $C = S_2/S_1 = 0.43$ 。小误差概率 $P = P\{|e(k) - \bar{e}| < 0.6745S_1\} = P\{|e(k) - \bar{e}| < 1.0518\} = 0.8$ 。

根据表1判断,该模型为2级(合格)。

预测第6年的地下水水位为64.61 m,与实际情况基本吻合。

表2 地下水水位拟合结果

Table 2 Fitting results of ground water level

序号 No.	统计值 Statistical value	拟合值 Fitting value	误差 Error	误差百分率 Percentage error
1	59.71	59.71	0.00	0
2	60.26	59.77	0.49	0.813
3	60.63	60.94	-0.31	-0.515
4	61.00	62.14	-1.14	-1.872
5	64.15	63.37	0.78	1.223

3 结论

对地下水水位的预测采用了优化GM(1,1)模型,对已有数据进行拟合,并对未知年份的地下水水位进行了预测,从中可以看出优化GM(1,1)模型保留了GM(1,1)建模计算简便和易于应用的特点,具有对建模模型进行优化的能力,能获得较好的模拟和预测结果。

参考文献

- [1] 刘法贵,张愿章,李湘露.灰色数学及其应用[M].郑州:河南大学出版社,2003:49-61.
- [2] 王永波,韦富英,赵万宏.GM(1,1)模型在哈尔滨市城区地下水埋深预测中的应用[J].水利科技与经济,2007(5):305-306.
- [3] 罗党,刘思峰,党耀国.灰色模型GM(1,1)优化[J].中国工程科学,2003(8):50-53.
- [4] 付强,王立坤,梁川,等.GM(1,1)模型在预测地下水动态变化中的应用[J].农机化研究,2001(4):79-81,85.
- [5] 高黎明,李林.优化GM(1,1)模型在预测地下水埋深中的应用[J].塔里木大学学报,2005(1):14-16.