第20卷 第6期 高能物理与核物理 Vol.20, No.6
1996 年 6 月 HIGH ENERGY PHYSICS AND NUCLEAR PHYSICS Jun., 1996

超对称系统的边界条件与可积性

岳瑞宏
(中国高等科学技术中心 北京 100080)
梁 红
(北京煤炭管理干部学院 北京 100024)
1995-05-08 收稿

摘 要

通过研究反射方程的解，构造了一类具有不同边界条件的超对称系统，同时证明了在一维情况下，这类系统是完全可积的.

关键词 超对称系统，可积性，边界条件.

自 Cherednik[1] 和 Sklyanin[2] 研究有限体积系统的可积性以来，人们越来越注意到系统可积性对边界条件的依赖关系. Sklyanin 运用推广的量子反散射方法研究了 Hxxz 在一定边界条件下的解[2]. 他假设了 R 矩阵的 P 和 T 对称性、么正性以及交叉对称性，鉴于已知的 R 矩阵绝大部分不满足上述假设，人们将 Sklyanin 方法推广到 PT 对称性、么正性和交叉对称性[3] 系统或 PCT 对称性、么正性和弱交叉对称性系统[4]. 利用这一方法，可构造各种具有开边界条件的可积系统.

开边界系统研究的一个重要性就是量子群的应用. 在适当的边界条件下，Hxxz 具有 $SU_q(2)$ 对称性[5]. 利用 Bethe-Ansatz 方法，可以证明 Bethe-Ansatz 态都是量子群的最高权态[6,7]. 因而系统的 Hilbert 空间可用 Bethe Ansatz 态和量子群的升（降）算子获得，克服了 Bethe Ansatz 态的不完备性. 这对精确计算热力学提供了一个有力的工具.

另一方面，作为高温超导理论解释的一种尝试，t-j 模型吸引了很多人的注意，在一维情形下，该模型是精确可解的，但仅含一个自由参数. 基于高温超导的材料依赖性，人们提出了一个推广的 t-j 模型[8]. 在一维时，该模型被证明是可积的，并且有 $SU_q(2)$ 对称性，精确明显地显示了能谱和简单性对自由参数的依赖性[9,10]. 它对研究高维推广的 t-j 模型有较大的启发性. 本文就是构造一般的具有超对称的物理模型，通过研究这一类模型的精确解，来揭示它们在高维情形下的一些性质. 在此文中，将讨论这类 R 矩阵的性质，构造新的具有开边界条件的哈密顿量，并证明它们的可积性. 而精确解则是相当复杂的，将在另一文中讨论.

1　R 矩阵及性质

超对称的 R 矩阵是由 Perk 和 Shultz[11] 提出的，它可表达为：

$$R^{aa}_{aa}(u)=\sin(\eta+E_a u),\qquad(1)$$
$$R^{ab}_{ab}(u)=\sin(u),\qquad a\neq b,$$
$$R^{ab}_{ba}(u)=\sin(\eta)\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\,\mathrm{sign}(a-b)},\quad a\neq b$$

其中
$$\varepsilon_a=\begin{cases}1, & a=1,\ 2,\ \cdots m\\ -1, & a=m+1,\ \cdots n\end{cases},$$

η 是表征模型的自由参数，a、b 取值为 1，…，n.

该模型的周期性边界条件解是 Perk 和 Shultz[11] 给出的．对于非周期边界，将要用到 R 矩阵的一些性质，此节将证明这些性质．

(i) PT 不变性：

$$P_{12}R_{12}(u)P_{12}=R_{12}^{t_1t_2}(u),\qquad(2)$$

其中 P_{12} 是置换矩阵，t_i 代表 i 空间的转置．

(ii) 么正对称性：

$$R_{12}(u)R_{21}(-u)=S(u)=\sin(u+\eta)\sin(\eta-u).\qquad(3)$$

(iii) 弱交叉对称性

$$\{\{\{R_{12}(u)^{t_2}\}^{-1}\}^{t_2}\}^{-1}=F(u)\overset{2}{M}R_{12}^{[u+(n-2m)\eta]}\overset{2}{M}{}^{-1},\qquad(4)$$

其中：
$$F(u)=\sin(u)\sin(u+d\eta)/\sin(u+(d+1)\eta)\sin(u+(d-1)\eta),$$
$$\overset{2}{M}=1\times M,\qquad d=n-2m,$$
$$(M)_{ab}=\delta_{ab}\varepsilon_a\cdot\begin{cases}\mathrm{e}^{\mathrm{i}(2a-2)\eta} & 1\leqslant a\leqslant m\\ \mathrm{e}^{\mathrm{i}2(2m-a)\eta} & 1+m\leqslant a\leqslant n\end{cases}.$$

为证明上述三性质，可将 R 矩阵写成：

$$R_{12}(u)=\sum_{a=1}^{n}\sin(\eta+\varepsilon_a u)E_{aa}\otimes E_{aa}+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}\sin(u)E_{aa}\otimes E_{bb}$$
$$+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}\sin(\eta)\mathrm{e}^{\mathrm{i}u\,\mathrm{sign}(a-b)}E_{ab}\otimes E_{ba},\qquad(5)$$

其中

$$(E_{ab})_{cd}=\delta_{ac}\delta_{bd}.$$

利用 $P_{12}A\otimes BP_{12}=B\otimes A$，代入上面 R 矩阵的表达式，则性质 (i) 极易证明、性质 (ii) 证明如下：

$$
\begin{aligned}
R_{12}(u)\,R_{21}(-u) = & \sum_{a=1}^{n} \sin(\eta+\varepsilon_a u)\sin(\eta-\varepsilon_a u)\,E_{aa}\otimes E_{aa} \\
& + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} (\sin(u)\sin(-u)+\sin^2(\eta))\,E_{aa}\otimes E_{bb} \\
& + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} \{\sin(u)\sin(\eta)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}u\,\mathrm{sign}(b-a)} \\
& + \sin(-u)\sin(\eta)\,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}u\,\mathrm{sign}(a-b)}\}\,E_{ab}\otimes E_{ba}.
\end{aligned}
$$

上式第三项为零，第一项与第二项矩阵 $E\otimes E$ 的系数一致，都是 $\sin(\eta+u)\cdot\sin(\eta-u)$. 证毕.

性质（iii）的证明较复杂，这里仅给出证明的思路：第一步先假设：

$$
\{R_{12}^{t_2}(u)\}^{-1} = \sum_{a=1}^{n} A_a(u)\,E_{aa}\otimes E_{aa} + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} B_{ab}(u)\,E_{aa}\otimes E_{bb} + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} C_{ab}(u)\,E_{ab}\otimes E_{ab}, \tag{6}
$$

$$
\begin{aligned}
\{\{\{R_{12}^{t_2}(u)\}^{-1}\}^{t_2}\}^{-1} = & \sum_{a=1}^{n} W_a(u)\,E_{aa}\otimes E_{aa} + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} X_{ab}(u)\,E_{ab}\otimes E_{bb} \\
& + \sum_{\substack{a,b=1\\ a\neq b}}^{n} Y_{ab}(u)\,E_{ab}\otimes E_{ba}.
\end{aligned} \tag{7}
$$

利用 $R_{12}^{t_2}(u)\{R_{12}^{t_2}(u)\}^{-1}=1$ 给出 $A_a(u)$，$B_{ab}(u)$，$C_{ab}(u)$ 满足的方程，从而求得 $A_a(u)$，$B_{ab}(u)$，$C_{ab}(u)$. 第二步是将 $R_{12}^{t_2}(u)^{-1}$ 代入方程 $\{R_{12}^{t_2}(u)^{-1}\}^{t_2}\{\{R_{12}^{t_2}(u)^{-1}\}^{t_2}\}^{-1}=1$ 得到 $W_a(u)$、$X_{ab}(u)$ 和 $Y_{ab}(u)$ 满足的方程. 求解这些方程即可给出方程（4）的右边.

此外，还可证明 M 矩阵是 $R_{12}(u)$ 矩阵的对称矩阵即：

$$
[M\otimes M,\ R_{12}(u)]=0. \tag{8}
$$

2 反射方程及其解

在研究开边界可积系统中，最重要的是反射方程，对应于超对称情形，其反射方程取如下形式：

$$
\begin{aligned}
& R_{12}(u-v)\,\overset{1}{K}_-(u)\,R_{21}(u+v)\,\overset{2}{K}_-(v) \\
& = \overset{2}{K}_-(v)\,R_{12}(u+v)\,\overset{1}{K}_-(u)\,R_{21}(u-v),
\end{aligned} \tag{9}
$$

和

$$
\begin{aligned}
& R_{12}(-u+v)\,\overset{1}{K}{}_+^{t_1}(u)\,\overset{1}{M}{}^{-1}R_{12}(-u-v-d\eta)\,\overset{1}{M}\overset{2}{K}{}_+^{t_2}(v) \\
& = \overset{2}{K}{}_+^{t_2}(v)\,\overset{1}{M}R_{12}(-u-v-d\eta)\,\overset{1}{M}{}^{-1}\overset{1}{K}{}_+^{t_1}(u)\,R_{21}(-u+v).
\end{aligned} \tag{10}
$$

边界条件完全取决于 $K_{(\pm)}$ 的形式，不同的 $K_{(\pm)}$ 给出不同的边界条件，对一个二

次线性泛函方程组，求解是较复杂的．在此文中，仅考虑较简单情形即 $K_-(u)$ 是对角矩阵解，设

$$K_-(u)=\sum_a P_a(u)\,E_{aa}, \tag{11}$$

代入方程（9）可得

$$\begin{aligned}&\sin(u+v)\{e^{i(u+v)}P_b(u)P_a(v)-e^{-i(u-v)}P_a(u)P_b(v)\}\\&+\sin(u-v)\{e^{-i(u+v)}P_a(u)P_b(v)-e^{i(u+v)}p_b(u)P_a(v)\}=0,\qquad a>b.\end{aligned} \tag{12}$$

很显然，方程（12）有一平庸解：$P_a(u)=$ 任一函数，其非平庸解为：

$$K(u)=\sum_{a=1}^{n}P_a^A(u)\,E_{aa},$$
$$P_a^A(u)=\begin{cases}e^{-iu}\sin(\xi+u)\ /\sin(\xi), & a\leqslant A,\\ e^{iu}\sin(\xi-u)\ /\sin(\xi), & A<a\leqslant n,\end{cases} \tag{13}$$

其中 ξ 是一任意参数，A 取值为 $1,\cdots n$，因此 K_- 函数矩阵依赖两个自由参数．

类似于求解 $K_-(u)$，可以从方程（10）解出 $K_+(u)$．然而，$K_-(u)$ 和 $K_+(u)$ 满足的方程存在一简单的映射关系，即：

$$K_-(u)\rightarrow K_+(u)=K_-(-u-d\eta/2)^tM. \tag{14}$$

此映射关系的证明仅要用到 M 是 R 矩阵的对称矩阵这一事实．因此直接写出 $K_+(u)$ 为：

$$K_+(u)=\sum_{a=1}^{n}\widetilde{P}_a^B E_{aa}\cdot M,$$
$$\widetilde{P}_a^B(u)=\begin{cases}e^{i(u+d\eta/2)}\sin(\xi-u-d\eta\ /\ 2), & 1\leqslant a\leqslant B,\\ e^{-i(u+d\eta/2)}\sin(\xi+u+d\eta\ /\ 2), & B<a\leqslant n,\end{cases} \tag{15}$$

其中 ξ 也是一任意参数，$B=1,\ \cdots,\ n$.

3　转移矩阵

正如周期性条件一样，可定义局域算子矩阵：

$$L(u)=\sum_{a=1}^{n}R_{aa}^{aa}(u)\,e_{aa}E_{aa}+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}R_{ab}^{ab}(u)\,e_{bb}E_{aa}+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}R_{ba}^{ab}(u)\,e_{ba}E_{ab}, \tag{16}$$

其中 e_{ab} 为算子，共有 n^2 个，但由于我们处理的是 $SU(m/n-m)$ 群，因此还存在一个约束条件

$$\sum_{a=1}^{n}C_{aa}=1,$$

故完全独立的算子数为 n^2-1．在基础表示中

$$\pi:\ e_{ab}\rightarrow E_{ab}.$$

如此定义的 $L(u)$ 算子有逆且满足 Yang－Baxter 方程

$$R_{12}(u-v)\overset{1}{L}(u)\overset{2}{L}(v)=\overset{2}{L}(v)\overset{1}{L}(u)R_{12}(u-v). \tag{17}$$

同样也可以定义 N 边系统的 $T_N(u)$ 矩阵为:

$$T_N(u)=L_N(u)\cdots L_2(u)L_1(u),$$

它满足 Yang－Baxter 方程，其逆矩阵为:

$$T_N^{(-1)}(u)=L_1^{-1}(u)L_2^{-1}(u)\cdots L_N^{-1}(u). \tag{18}$$

不同于周期性量子系统，开边界的系统的转移矩阵是按下述方式定义:

$$t(u)=\mathrm{tr}\,K^+(u)T_N(u)K^-(u)T_N^{-1}(-u). \tag{19}$$

利用 Yang－Baxter 方程及反射方程，可证明 $t(u)$ 构成了对易族. 即:

$$[t(u),\ t(v)]=0. \tag{20}$$

$t(u)$ 按 u 的幂级数展开就给出了无穷多守恒流，因此，系统是可积系统.

通常要判别高维相互作用多粒子体系可积与否是十分困难的，人们只有在找到了系统的本征谱和本征函数时才能断言系统为可积系统，一般情况下，可积高维相互作用系统几乎不存在，人们不得不将注意力移到低维情形. Bethe－Ansatz 方法的成功运用解决了 Hxxz、超对称 t－j 以及 Habbord 等一系列模型，同样该方法都是直接寻找体系的能谱和波函数，在未求出其本征谱前，人们并不能确信系统一定可积. 七十年代量子反散射方法的发明给研究一维可积系统提供了一个强有力的手段. 对通常一维系统，只要找到系统的 Yang－Baxter 关系，人们就可以构造出守恒量的生成泛函. 由此可求得无穷多守恒流. 同时 Yang－Baxter 方程也为精确求解该系统提供了基本对易关系. 因而 Yang－Baxter 关系是判别该系统可积性的准则，对开边界系统，Yang－Baxter 方程与反射方程一道共同构成了精确求解体系的基本关系，同时也给出了守恒流的生成泛函. 严格而言，一个有限系统是否可积取决于人们能否找到足够数量的相互独立的守恒量，如果仅从守恒量的数目来判断系统的可积性是不充分的，对有限系统，可以肯定上述无穷多守恒流是不完全独立的，但对守恒量的完备性，则是很难回答的，就我们所知道的，到目前为止，该问题的严格数学证明是没有的. 但人们从量子反散射的基本构造中感到守恒量的完备性是能得到保证的，尽管我们无法直接证明. 因为量子反散射方程提供了精确求解的有效途径，故系统是完全可积的.

为了证明方程（20），首先引入$\mathscr{T}(u)=K_N(u)K^-(u)T_N^{-1}(-u)$，并证明它满足方程（9）:

$$\begin{aligned}
&R_{12}(u-v)\overset{1}{\mathscr{T}}(u)R_{21}(u+v)\overset{2}{\mathscr{T}}(v)\\
&=R_{12}(u-v)\overset{1}{T}_N(u)\overset{1}{K}_-(u)\overset{1}{T}_N(-u)^{-1}R_{21}(u+v)\overset{2}{T}_N(v)\overset{2}{K}_-(u)\overset{2}{T}_N(-u)^{-1}\\
&=R_{12}(u-v)\overset{1}{T}_N(u)\overset{2}{T}_N(v)\overset{1}{K}_-(u)\,R_{21}(u+v)\overset{2}{K}_-(v)\,\overset{1}{T}_N(-u)^{-1}\overset{2}{T}_N(-u)^{-1}\\
&=\overset{2}{T}_N(v)\overset{1}{T}_N(u)\overset{2}{K}_-(v)R_{12}(u+v)\overset{1}{K}_-(u)R_{21}(u-v)\overset{1}{T}_N(-u)^{-1}\overset{2}{T}_N(-v)^{-1}\\
&=\overset{2}{T}_N(v)\overset{2}{K}_-(v)\overset{1}{T}_N(u)R_{12}(u+v)\overset{2}{T}_N(-v)^{-1}\overset{1}{K}_-(u)R_{21}(u-v)\overset{1}{T}_N(-u)^{-1}
\end{aligned}$$

$$=\overset{2}{\mathcal{T}}(v)\,R_{12}(u+v)\overset{1}{\mathcal{T}}(u)\,R_{21}(u-v),$$

$$t(u)t(v)=\mathrm{tr}_1(\overset{1}{K^+}(u)\overset{1}{\mathcal{T}}_1(u))^{t_1}\,\mathrm{tr}_2\overset{2}{K_+}(v)\overset{2}{\mathcal{T}}(v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\overset{1}{K}{}_+^{t_1}(u)\overset{2}{K}_+(v)\overset{1}{\mathcal{T}}{}^{t_1}(u)\overset{2}{\mathcal{T}}(v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\{\overset{1}{K}_+(u)^{t_1}\overset{2}{K}_+(v)\overset{2}{M}{}^{-1t_2}R_{21}^{t_2(-u-v-d\eta)}\overset{2}{M}R_{12}^{t_2}(u+v)$$

$$\cdot\overset{1}{\mathcal{T}}{}^{t_1}(u)\overset{2}{\mathcal{T}}(v)\}\;/S(u+v+d\eta)\,F(u+v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\{\overset{1}{K}_+(u)^{t_1}\overset{2}{M}R_{21}\,(-u-v-d\eta)\overset{2}{M}{}^{-1}\overset{2}{K}_+(\,v)^{t_2}\}^{t_2}$$

$$\{\overset{1}{\mathcal{T}}(u)\quad R_{12}(u+v)^{t_1\,t_2}\overset{2}{\mathcal{T}}(v)\}^{t_1}/\,S(u+v+d\eta)\,F(u+v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\{\overset{1}{K}_+(u)^{t_1}\overset{2}{M}R_{21}(-u-v-d\eta)\overset{2}{M}{}^{-1}\overset{2}{\mathrm{K}}_+(v)^{t_2}\}^{t_1t_2}R_{12}^{t_1t_2}(-u+v)$$

$$\cdot\;R_{12}(u-v)\overset{1}{\mathcal{T}}(u)\,R_{21}(u+v)\overset{2}{\mathcal{T}}(v)/\,S(u+v+d\eta)\,F(u+v)\,S(u-v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\{\overset{2}{K}{}_+^{t_2}(v)\,\overset{2}{M}{}^{-1}R_{12}(-u-v-d\eta)\overset{2}{M}\overset{1}{K}(v)^{t_1}R_{21}(-u+v)\}^{t_1t_2}$$

$$\cdot\{\overset{2}{\mathcal{T}}(v)\,R_{12}(u+v)\overset{1}{\mathcal{T}}(v)\,R_{21}(u-v)\}/\,S(u+v+d\eta)F(u+v)\,S(u-v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\{\overset{2}{K}_+(v)^{t_2}\overset{2}{M}{}^{-1}R_{12}(-u-v-d\eta)\,\overset{2}{M}\overset{1}{K}_+(v)^{t_1}\}^{t_2}$$

$$\overset{2}{\mathcal{T}}(v)\overset{1}{\mathcal{T}}{}^{t_1}(u)R_{12}^{t_1}(u+v)/\,S(u+v+d\eta)F(u+v)$$

$$=\mathrm{tr}_{1,2}\overset{2}{K}_+(v)\mathcal{T}(v)\overset{1}{K}_+(u)^{t_1}\mathcal{T}(u)^{t_1}$$

$$=t(v)\,t(u).$$

4 哈密顿量

因为 $t(u)$ 构成 3 对易族，它的泰勒级数的任一项都可看成是哈密顿量，但最简单的相互作用仅由第一级给出．因此，仅考虑 $t'(0)$：

$$t'\ (0)=\mathrm{tr}_0\dot{K}_+(0)+2\mathrm{tr}_0K_+(0)H_{0N}+\mathrm{tr}_0K_+(0)\cdot\dot{K}_-(0)_1+2\mathrm{tr}_0K_+(0)\cdot\sum_{k=1}^{N-1}H_{k,k+1},\tag{21}$$

其中：

$$H_{k,k+1}=\dot{\tilde{R}}_{k+1,k(0)}\cdot\ \tilde{R}^{-1}_{k+1,\,k(0)},$$

$$\tilde{R}_{k+1,k}(u)=R_{k+1,k},\quad E_{ab}\rightarrow e_{ab}.\tag{22}$$

代入 R 矩阵的具体形式和反射矩阵 $K^{\pm}(u)$，可得：

$$H_{k,k+1}=\sum_{a=1}^{n}\varepsilon_a\cos(\eta)\,e^k_{aa}\,e^{k+1}_{aa}+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}\mathrm{isign}(a-b)\sin(\eta)e^k_{aa}e^{k+1}_{bb}+\sum_{\substack{a,b=1\\a\neq b}}^{n}e^k_{ab}e^{k+1}_{ba},\tag{23}$$

其中：

$$e_{ab}^{k}=\underbrace{\overset{k-1}{\overbrace{1\otimes\cdots\cdots\otimes 1}}\otimes e_{ab}\otimes 1\cdots\cdots\otimes 1}_{N},$$

和

$$\mathrm{tr}K_{+}(0)=\frac{\sin(d\eta)}{\sin(\eta)\sin\zeta}\,\mathrm{e}^{\mathrm{i}(d/2-1)\eta}\cdot\begin{cases}\sin(\xi+(d/2-B)\eta), & B>m,\\ \sin(\xi+(B-d/2)\eta), & B\leqslant m,\end{cases}$$

$$\dot{K}_{-}(0)_{1}=\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\xi}}{\sin(\xi)}\left\{\sum_{a=1}^{A}e_{aa}^{1}-\sum_{a=A+1}^{n}e_{aa}^{1}\right\},$$

$$\{\dot{K}_{+}(0)\}_{ab}=\delta_{ab}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\xi}M_{aa}\cdot\begin{cases}\mathrm{e}^{\mathrm{i}d\eta}, & a\leqslant B,\\ -\mathrm{e}^{-\mathrm{i}d\eta}, & B<a\leqslant n.\end{cases}\tag{24}$$

因为方程（21）中第一项是常数项，故可定义可积系统的哈密顿量为

$$H=\frac{1}{2\mathrm{tr}_{0}K^{+}(0)}\{t'(0)-\mathrm{tr}_{0}\dot{K}^{+}(0)\}.\tag{25}$$

方程（23）、（24）和（25）给出了一系列具有不同边界的可积系统，它们依赖于4个参数A，B，ξ和ζ，前二者仅反映不同的阶化边界，而后二参数则是描述边界贡献的强弱.

方程（25）的主要项是两体作用，因此最可能的边界项应该是单粒子与外场的作用，这里仅讨论的是对角形式的边界项，对一般形式的边界项应通过寻找反射方程的一般解而获得．由于该模型的普适性，该边界项显得很复杂，我们可以看两个简单情形，一是$N=M=2$(Hxxz模型)，此时（25）给出了Sklyanin的哈密顿量H．另一个情形是$SU_q(2/1)$ 这是由Forester和Karowski给出的.

根据我们对Hxxz模型和超对称t－j模型的研究经验，周期性的边界条件给出的Bethe－Ansatz态不能构成完备的Hilbert空间，而开边界系统由于恢复了对称性，对称群与BA态一起给出了完备的Hilbert空间，解决了态的简单度，从而为求出正确的热力学量提供了可能．边界条件的引入对能谱的表达形式没有影响．但它对谱参数满足的Bethe－Ansutz方程产生了很大的影响，因而对系统的能谱也要产生影响，具体的表达形式将在求解该模型后再做定量的研究．从理论上讲，它包含了目前人们关注的几个简单模型，即，$SU_q(2/1)$ 超对称t－j模型和推广的Hubbard模型．也给出了新的可积系统.

在此文中，我们仅证明了由方程（23）—（25）定义的物理系统是可积的，但涉及到的精确求解问题却是相当复杂的，这一问题将在另外的文章中讨论，而哈密顿量自由参数η、ξ和ζ对能谱，简单性以及热力学的影响也是需要进一步研究的，我们期望此类模型能给超导理论提供一种尝试解释.

参 考 文 献

[1] I. V. Cherednik, *Theor. Math. Phys.*, **61**(1984) 911.

[2] E. K. Sklyanin, *J. Phys.*, **A21**(1988) 2375.

[3] L. Mezincescue, R. I. Nepomechie, *J. Phys.*, **A24**(1991) L19.

[4] R. H. Yue, Y. X. Chen, *J. Phys.*, *A*.

[5] V. Pasquier, H. Saleur, *Nucl. Phys.*, **B330**(1989) 523.

[6] B. Y. Hou, K. J. Shi, Z. X. Yang *et al.*, *J. Phys.*, **A24**(1991) 3284.

[7] L. Mezincescue, R. I. Nepomechie, *Int J. Mod. Phys.*, **A6**(1991) 5231.

[8] S. M. Fei, R. H. Yue, *J. Phys.*, **A27**(1994) 2875.

[9] A. Forester, M. Karowski, *Nucl. Phys.*, **B396**(93) 611; **B408**(1993) 512.

[10] R. H. Yue, Z. M. Qiu, *Commun. Theor. Phys.* (in press)

[11] T. H. Perk, C. L. Schultz, *Phys. Lett.*, **A84**(1981) 407.

Integrability and Boundary Conditions of Supersymmetric Systems

Yue Ruihong

(*China Center of Advanced Science & Technology (World Lab), Beijing* 100080)

Liang Hong

(*Beijing Coal Mining Management College, Beijing* 100024)

Received 8 Mey 1995

Abstract

By studying the solutions of the reflection equations, we find out a series of integrable supersymmetric systems with different boundary conditions. The Hamiltonian contains four free parameters which describe the contribution of the boundary terms.

Key words supersymmeric system, integrability, boundary condition.