

# 利用有效液滴模型研究超重元素 $\alpha$ 衰变半衰期\*

张小平<sup>1</sup> 任中洲<sup>1,2;1)</sup>

1 (南京大学物理系 南京 210008)

2 (兰州重离子加速器国家实验室原子核理论中心 兰州 730000)

**摘要** 利用有效液滴模型计算了偶偶超重核的 $\alpha$ 衰变半衰期, 计算过程中采用了保持碎片体积守恒的不对称形状描述以及有效惯性系数计算Gamow势垒穿透因子. 首先在质子数 $Z$ 为88—98的区域检验了有效液滴模型, 发现计算结果与实验符合得比较好. 随后将此模型推广到 $Z \geq 100$ 的情况, 虽然只用了两个模型参数, 计算结果与实验数据符合, 说明有效液滴模型是计算偶偶超重核素 $\alpha$ 衰变半衰期的一个成功模型.

**关键词** 有效液滴模型  $\alpha$ 衰变半衰期 偶偶超重核

## 1 引言

近年来对于超重元素的实验和理论研究都取得了很大的进步, 使其成为原子核物理研究中的一个热点问题<sup>[1]</sup>. 在实验方面, GSI与Dubna相继合成了新的超重元素 $Z = 110—112$ <sup>[2—4]</sup>,  $Z = 114$ <sup>[5, 6]</sup>以及 $Z = 116$ <sup>[7]</sup>, 中国科学院近代物理研究所也合成了新核素 $^{259}\text{Db}$ <sup>[8]</sup>和 $^{265}\text{Bh}$ <sup>[9]</sup>. 对超重新核素的研究将检验已有核模型和方法在超重质量区的有效性, 有利于寻找长寿命超重新核素及新的幻数. 研究核的衰变特性对于寻找长寿命的超重新核素以及获得核结构方面的信息具有重要意义. 理论研究表明, 绝大多数缺中子超重新核素有 $\alpha$ 放射性, 并且近年来德国GSI、俄罗斯Dubna等实验室合成的新核素大多也具有 $\alpha$ 放射性, 而且这些新核素都是通过其 $\alpha$ 衰变产物鉴别的<sup>[10]</sup>. 因此, 对超重核的 $\alpha$ 衰变的理论研究有重要的意义. 在 $\alpha$ 衰变的理论计算方面, 有效液滴模型作为一种超非对称裂变模型, 不但可以计算 $\alpha$ 衰变半衰期, 并且在质子和重离子放射性以及冷裂变现象的计算方面都取得了成功<sup>[11]</sup>.

有效液滴模型由M.Goncalves和S.B.Duarte于1993年提出, 最初是为了将 $\alpha$ 衰变和重离子放射性

统一在同一个理论框架中而发展起来的<sup>[12, 13]</sup>, 后来又扩展到可以处理质子放射<sup>[14]</sup>和冷裂变过程<sup>[15]</sup>. 在计算过程中只用了两个参数, 理论计算结果与实验数据符合得比较好.

我们将在第二部分介绍有效液滴模型的基本理论, 在第三部分首先在质子数 $Z$ 为88—98的区域检验了有效液滴模型, 发现计算结果与实验数据符合得比较好. 随后将此模型推广到 $Z \geq 100$ 的情况, 计算结果与实验数据符合得非常好, 说明有效液滴模型可以用来计算偶偶超重核素的 $\alpha$ 衰变半衰期.

## 2 理论框架

### 2.1 形状参量的选取以及几何关系

有效液滴模型把原子核的 $\alpha$ 衰变过程作为超非对称裂变来处理. 当一个母核衰变为 $\alpha$ 粒子和另外一个子核的过程中, 原子核发生形变, 可用两个相交的球来表示变形核的形状(如图1所示). 我们需要4个独立变量来完全描述这个图像, 其中 $\alpha$ 粒子和子核的半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ , 两核几何中心的距离为 $\zeta$ , 子核的高为 $\xi$ . 随着两核几何中心距离的增加, 这种分子形状的变形核最终分裂为两个相切的球, 它们的半径设为 $\bar{R}_1$

2005-03-15 收稿

\* 国家杰出青年科学基金(10125521), 国家教育部博士点专项基金(20010284036), 国家重点基础研究发展规划项目(G2000077400)和中国科学院创新工程重点项目(KJCX2-SW-N02)资助

1) E-mail: zren@nju.edu.cn

和  $\bar{R}_2$ , 分别对应于  $\alpha$  粒子和子核.

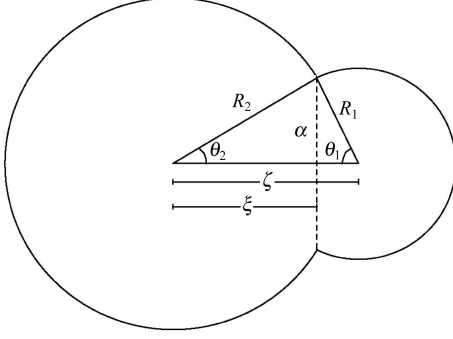


图1 衰变过程中  $\alpha$  粒子和子核的形状示意图  
两核相交部分的颈半径为  $a$ .

模型中假设母核、子核和  $\alpha$  粒子核电荷密度相同,  $\alpha$  粒子和子核的终态半径可以表示为:

$$\bar{R}_i = \left[ \frac{Z_i}{Z_p} \right]^{\frac{1}{3}} R_p, \quad i=1,2, \quad (1)$$

母核的半径  $R_p = r_0 A_p^{\frac{1}{3}}$ , 其中  $r_0$  是核半径常数, 作为拟合实验数据的一个极其重要的参数.

为了把这个四维问题约化为一个一维问题, 需要用到几何关系的限制. 首先, 为了保持在形变过程中两个球始终保持接触, 必须满足几何关系

$$R_1^2 - (\zeta - \xi)^2 = R_2^2 - \xi^2, \quad (2)$$

计算中假设核物质不可压缩, 因此整个系统的体积守恒, 表示为

$$2(R_1^3 + R_2^3) + 3[R_1^2(\zeta - \xi) + R_2^2\xi] - [(\zeta - \xi)^3 + \xi^3] = 4R_p^3. \quad (3)$$

第3个限制条件与流过连接两个球体的窗口的核物质通量有关. 假设在核的形变过程中  $\alpha$  粒子和子核的体积分别保持不变,  $\alpha$  粒子体积守恒的条件给出

$$2R_1^3 + 3R_1^2(\zeta - \xi) - (\zeta - \xi)^3 - 4\bar{R}_1^3 = 0. \quad (4)$$

## 2.2 势垒的计算

对于  $\alpha$  粒子的衰变, 模型只考虑库仑能和有效表面能项对势垒的贡献. 利用 Gaudin 的解析表达式<sup>[16]</sup> 计算两个均匀电荷分布的相交球的静电能, 库仑能表示为

$$V_c = \frac{8}{9} \pi a^5 \varepsilon(x_1, x_2) \rho_e, \quad \zeta < R_t$$

$$V_c = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \frac{Z_1 Z_2}{\zeta}, \quad \zeta \geq R_t, \quad (5)$$

其中  $\rho_e$  为电荷密度,  $\varepsilon$  是角度部分  $x_1$  和  $x_2$  的函数,  $a$  是两球相连接“窗口”的半径,  $R_t = \bar{R}_1 + \bar{R}_2$ . 角度部分变量  $x_1 = \pi - \theta_1$  和  $x_2 = \theta_2 - \pi$  由角度  $\theta_1$  和  $\theta_2$  来定义, 如

图1所示. 由函数  $f$ ,  $f'$  和  $g$  所表示的  $\varepsilon$  因子的表达式如下:

$$\varepsilon(x_1, x_2) = \left[ \frac{1}{\sin^2 x_2} - \frac{1}{\sin^2 x_1} \right] \left[ \frac{f(x_2)}{\sin^2 x_2} - \frac{f(x_1)}{\sin^2 x_1} \right] +$$

$$\frac{\pi}{8} [g(x_1) + g(x_2)] - (\cot x_2 + \cot x_1) \times$$

$$\left[ \frac{f'(x_2 + \frac{\pi}{4})}{\sin^2 x_2} + \frac{f'(x_1 + \frac{\pi}{4})}{\sin^2 x_1} \right] +$$

$$\frac{1}{\sin^2 x_1 \sin^2 x_2} [f(x_1 + x_2) +$$

$$\frac{1}{3} \sin^2(x_1 + x_2)], \quad (6)$$

$f'$  表示  $f$  对其自变量的导数. 辅助函数  $f$ ,  $f'$  和  $g$  的表达式如下:

$$f(x) = 1 - x \cot x - \frac{\pi}{2} \tan \frac{x}{2}, \quad (7)$$

$$f'(x) + \frac{\pi}{4} = \frac{2x - \sin(2x)}{2\sin^2 x} - \frac{\pi}{4} \tan^2 \frac{x}{2}, \quad (8)$$

$$g(x) = \left[ 1.5 + \tan^2 \frac{x}{2} + 0.3 \tan^4 \frac{x}{2} \right] \tan \frac{x}{2} + \frac{2}{\sin^3 x}. \quad (9)$$

对于形变系统的表面能, Duarte 等定义了一个有效表面张力系数  $\sigma_{\text{eff}}$  来表示,  $\sigma_{\text{eff}}$  满足方程

$$\frac{3}{20\pi\epsilon_0} e^2 \left[ \frac{Z_p^2}{R_p} - \frac{Z_1^2}{R_1} - \frac{Z_2^2}{R_2} \right] + 4\pi\sigma_{\text{eff}} (R_p^2 - \bar{R}_1^2 - \bar{R}_2^2) = Q, \quad (10)$$

其中  $Z_i e$  ( $i = p, 1, 2$ ) 表示核所带的电荷, 分别对应于母核、 $\alpha$  粒子和子核. 式(10)表明反应能由初态和终态的能量差来决定. 衰变能  $Q$  直接从 Wapstra 等的数据库<sup>[17]</sup> 中得到, 对于参考资料<sup>[17]</sup> 上面没有  $Q$  值的核,  $Q$  值由公式  $Q = M - M_1 - M_2$  得到, 其中母核、 $\alpha$  粒子和子核的质量  $M$ ,  $M_1$  和  $M_2$  采用了 Audi 等人的原子质量数据库<sup>[18]</sup> 上的值, 以后半衰期的实验值也将采用上述数据库. 这样, 原子核的表面能项可以写成

$$V_s = \sigma_{\text{eff}} (S_1 + S_2), \quad (11)$$

其中两核的表面积表示成

$$S_i = 2\pi R_i (R_i + \delta_i), \quad \zeta < R_t$$

$$S_i = 4\pi \bar{R}_i^2, \quad i = 1, 2, \quad \zeta \geq R_t, \quad (12)$$

其中  $\delta_1 = \zeta - \xi$ ,  $\delta_2 = \xi$ .

此外还要考虑到离心势垒效应的影响, 由于在断点以前很难做到对核子流动过程中的角动量转移做出仔细分析, 作为近似只考虑断点之后的效应. 离心势

垒表示为

$$V_1 = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\bar{\mu} \zeta^2}, \quad \zeta \geq R_t, \quad (13)$$

其中  $\bar{\mu} = M_1 M_2 / (M_1 + M_2)$  是系统在断点之后的约化质量.

因此, 一维总有效势能可以写成

$$V = V_c + V_s + V_1. \quad (14)$$

### 2.3 有效质量的计算

断点之后的有效质量即为  $\bar{\mu}$ , 断点之前的有效质量采用 Duarte 等人提出的有效惯性系数的方法<sup>[13]</sup>得到, 表示为

$$\mu_{\text{eff}} = \bar{\mu} \alpha^2, \quad (15)$$

$$\alpha = 1 + \frac{\pi}{V_1} [R_1^2 - (\zeta - \xi)^2] \left[ R_1 \frac{dR_1}{d\zeta} - (\zeta - \xi) \left( 1 - \frac{d\xi}{d\zeta} \right) \right] + \frac{\pi}{V_2} (R_2^2 - \xi^2) \left( R_2 \frac{dR_2}{d\zeta} - \xi \frac{d\xi}{d\zeta} \right), \quad (16)$$

$V_1$  和  $V_2$  分别为  $\alpha$  粒子和子核的体积.

### 2.4 Gamow 因子和衰变半衰期

Gamow 几率穿透因子为

$$\Gamma = \exp \left[ -\frac{2}{\hbar} \int_{\zeta_0}^{\zeta_c} \sqrt{2\mu[V(\zeta) - Q]} d\zeta \right], \quad (17)$$

转变点  $\zeta_0$  和  $\zeta_c$  由方程  $V(\zeta) = Q$  确定. 最后得到  $\alpha$  衰变半衰期

$$\tau = \frac{\ln 2}{\lambda_0 \Gamma}, \quad (18)$$

其中  $\lambda_0$  是表示衰变过程表面振动特征时间的参数.

## 3 结果和讨论

由于偶偶核基态的  $\alpha$  衰变情况比较简单 ( $0^+ \rightarrow 0^+$ ),  $\alpha$  粒子角动量  $L$  为 0, 在计算中不用考虑离心势垒效应的影响. 所以我们首先在质子数  $Z$  为 88—98 的区域内计算了偶偶超重核的  $\alpha$  衰变半衰期, 用计算结果与实验值的比较来检验在此区域内有效液滴模型的适用性. 在计算中选取与 Duarte 等人<sup>[11]</sup>同样的模型参数  $r_0 = 1.13$ ,  $\lambda_0 = 1.8 \times 10^{22}$ . 为了便于比较, 在图 2 中画出了计算结果与实验值的比值. 从图 2 可以看出, 虽然只采用了两个模型参数, 计算结果与实验数据符合得比较好, 绝大多数核素计算值与实验值的比在 0.3—5 之间. 可见有效液滴模型在此区域内计算偶偶核的  $\alpha$  衰变半衰期是适用的. 从图 2 还可以看到, 在中子幻数  $N = 126$  处, 计算结果比实验值小一些, 这是

因为在满壳层中  $\alpha$  粒子的形成几率比在一般的核中要小一些, 表明在满壳层核我们选取的参数  $\lambda_0$  偏大, 于是导致计算值偏小.

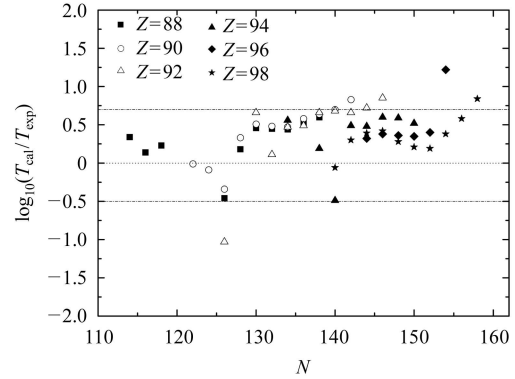


图 2 计算值与实验值的比与母核中子数  $N$  的关系 ( $Z = 88—98$ )

图中的点线表示  $T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$  的值为 1, 两条点虚线分别表示  $T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$  为 0.3 和 5.

在此基础上我们把计算推广到  $Z \geq 100$  的偶偶超重核区域, 先计算了质子数为 100—104 的核. 计算得到的  $\alpha$  衰变半衰期值与实验值的比较如图 3 所示. 从图 3 可以看出, 计算值与实验值符合得很好, 其比值在 0.5—2 倍之间, 说明有效液滴模型在此区域是非常适合的. 我们还发现在中子数  $N = 152$  时, 上述核的  $\alpha$  衰变半衰期值都比附近偶偶核的值大; 在中子数  $N = 154$  时,  $\alpha$  衰变半衰期值都比附近偶偶核的小. 说明在中子数  $N = 152$  的地方存在壳效应, 导致  $N = 152$  处的  $\alpha$  衰变能减小, 半衰期相应增大; 而  $N = 154$  处的衰变能增大, 半衰期相应减小. 由于现在合成的超重核大多是丰质子的, 其主要衰变方式为  $\alpha$  衰变, 这表明中子数  $N = 152$  处的核素具有较长的寿命.

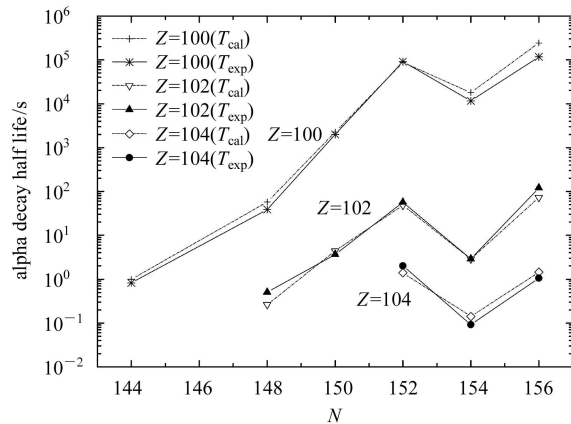


图 3  $Z = 100—104$  的偶偶核  $\alpha$  衰变计算值与实验值的比较

横坐标为母核中子数  $N$ .

表 1 超重偶偶核 ( $Z = 100—116$ ) 的  $\alpha$  衰变计算结果与实验值比较

Z	A	$T_{\text{exp}}/s$	$T_{\text{cal}}/s$	$T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$
100	244	0.82	1.00	1.22
100	248	38.71	57.49	1.49
100	250	$2.0 \times 10^3$	$2.2 \times 10^3$	1.10
100	252	$9.1 \times 10^4$	$8.7 \times 10^4$	0.96
100	254	$1.2 \times 10^4$	$1.8 \times 10^4$	1.50
100	256	$1.2 \times 10^5$	$2.4 \times 10^5$	2.00
102	250	0.50*	0.27	0.54
102	252	3.64	4.42	1.21
102	254	56.67	48.68	0.86
102	256	2.91	2.88	0.99
102	258	120.00	72.87	0.61
104	256	2.02	1.41	0.70
104	258	0.09	0.14	1.56
104	260	1.05	1.44	1.37
106	260	0.01	0.009	0.90
106	266	61.66	18.20	0.30
108	264	$1.1 \times 10^{-3}$	$7.8 \times 10^{-4}$	0.71
108	270	3.63	1.91	0.53
110	270	$1.6 \times 10^{-4}$	$1.0 \times 10^{-4}$	0.63
112	284	30.90	31.62	1.02
114	288	2.82	1.48	0.52
116	292	0.12	0.06	0.50

注: 带有\*的值摘自文献[11].

我们进一步把有效液滴模型运用到计算所有有实验值的超重偶偶核, 在图 4 中画出了在质子数为 100—116 的区域, 所有有实验值的偶偶超重核的计算结果与实验值的比. 从图上可以看出, 理论值和实验值符合得非常好. 在表 1 中我们对计算结果进行了系统的比较, 其中  $Z$  和  $A$  分别代表母核的质子数和质量数,  $T_{\text{exp}}$  和  $T_{\text{cal}}$  分别表示  $\alpha$  衰变半衰期的计算值和实验值, 单位为 s,  $T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$  表示计算值与实验值的比值.

从表 1 可以看出, 除了  $^{266}\text{Sg}$  和  $^{256}\text{Fm}$  外, 所有核的计算值与实验值的比均在 0.5—1.5 之间.  $^{266}\text{Sg}$  和  $^{256}\text{Fm}$  的比值稍许偏大, 分别为 0.3 和 2. 上述结果表明有效液滴模型在此区域是非常成功的. 最后我们还计算了一些奇偶核和奇奇核的  $\alpha$  衰变半衰期, 也得到了比较好的结果.

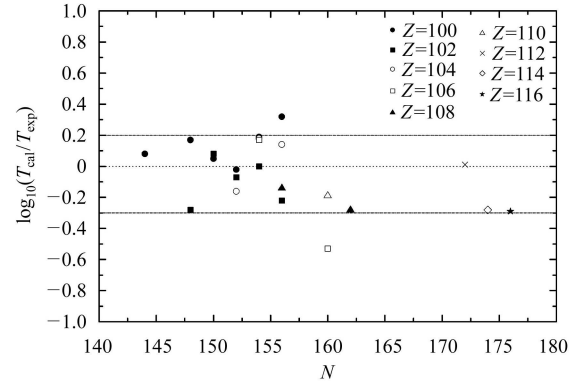


图 4 计算值与实验值的比与母核中子数  $N$  的关系 ( $Z \geq 100$ )

点线表示  $T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$  的值为 1, 两条点虚线分别表示  $T_{\text{cal}}/T_{\text{exp}}$  为 0.5 和 1.5.

## 4 结论

利用有效液滴模型对  $Z = 88—98$  的核素的  $\alpha$  衰变半衰期进行了系统的计算, 得到的  $\alpha$  衰变半衰期的计算值与实验值比较符合, 检验了有效液滴模型在该区域的有效性. 随后我们把计算推广到偶偶超重核 ( $Z \geq 100$ ) 的情况, 计算结果与实验符合. 上述研究表明有效液滴模型可以用来计算偶偶超重核的  $\alpha$  衰变半衰期.

## 参考文献(References)

- Hofmann S, Münzenberg G. Reviews of Modern Physics, 2000, **72**: 733
- Hofmann S, Ninov V, Heßberger F P et al. Z. Phys., 1995, **A350**: 277
- Hofmann S, Ninov V, Heßberger F P et al. Z. Phys., 1995, **A350**: 281
- Hofmann S, Ninov V, Heßberger F P et al. Z. Phys., 1996, **A354**: 229
- Oganessian Yu Ts et al. Nature(London), 1999, **400**: 242
- Oganessian Yu Ts et al. Phys. Rev. Lett., 1999, **83**: 3154
- Oganessian Yu Ts et al. Phys. Rev., 2001, **C63**: 011301(R)
- GAN Z G, QIN Z, FAN H M et al. Eur. Phys. J., 2001, **A10**: 21
- GAN Zai-Guo, FAN Hong-Mei, QIN Zhi et al. HEP & NP, 2004, **28**(4):332(in Chinese)
- (甘再国, 范红梅, 秦芝等. 高能物理与核物理, 2004, **28**(4): 332)
- XU Chang, REN Zhong-Zhou. HEP & NP, 2004, **28**(5): 502(in Chinese)
- (许昌, 任中洲. 高能物理与核物理, 2004, **28**(5): 502)
- Duarte S B, Tavares O A P, Guzmán F et al. Atomic Data and Nuclear Data Tables, 2002, **80**: 235
- Gonçalves M, Duarte S B. Phys. Rev., 1993, **C48**: 2409
- Duarte S B, Gonçalves M G. Phys. Rev., 1996, **C53**: 2309
- Guzmán F, Gonçalves M, Tavares O A P et al. Phys. Rev., 1999, **C59**: R2339
- Duarte S B, Rodríguez O, Tavares O A P et al. Phys. Rev., 1998, **C57**: 2516
- Gaudin M. J. Phys., 1974, **35**: 885
- Wapstra A H, Audi G, Thibault C. Nucl. Phys., 2003, **A729**: 129

18 Audi G, Bersillon O, Blachot J et al. Nucl. Phys., 2003,

A729: 3

# Theoretical Study on the Alpha Decay Half-Life of Superheavy Elements with the Effective Liquid Drop Model<sup>\*</sup>

ZHANG Xiao-Ping<sup>1</sup> REN Zhong-Zhou<sup>1,2;1)</sup>

1 (Department of Physics, Nanjing University, Nanjing 210008, China)

2 (Center of Theoretical Nuclear Physics,

National Laboratory of Heavy Ion Accelerator of Lanzhou, Lanzhou 730000, China)

**Abstract** Alpha decay half-lives of even-even superheavy elements are calculated in the framework of the effective liquid drop model using the combination of constant asymmetry shape description for the mass transfer and the effective inertia coefficient. We have tested this model in the range of  $Z = 88-98$  at first. Then we extend this model to the superheavy area of  $Z \geq 100$ . The comparisons between calculated half-lives and experimental data show that the effective liquid drop model is very efficient to describe the alpha decay process of even-even superheavy elements.

**Key words** effective liquid drop model, alpha decay half-life, even-even superheavy element

---

Received 15 March 2005

<sup>\*</sup>Supported by National Natural Sciences Found for Distinguished Young Scholar (10125521), Doctoral Fund of Ministry of Education of China (20010284036), Major State Basic Research Development (G2000077400) and Knowledge Innovation Project of Chinese Academy of Sciences (KJCX2-SW-N02)

1) E-mail: zren@nju.edu.cn