

# 动态规划算法进行弱目标检测的机理研究<sup>1</sup>

强 勇 焦李成 保 铮

(西安电子科技大学雷达信号处理重点实验室 西安 710071)

**摘 要** 低信噪比环境中对弱小目标的检测,已经在信号处理、红外图像序列检测等领域中引起人们的广泛关注。动态规划实际上是一个多阶段决策的优化问题,它是检测前跟踪(TBD)处理过程中提出的一种有效检测弱小运动目标的方法。该文分析了动态规划算法进行弱小目标检测的机理,在此基础上对两类动态规划算法进行了革新,并给出了一个统一的递推关系式。仿真结果表明此算法对弱小目标具有较强的检测能力,比一般的弱目标的检测方法 SNR 性能上约提高 3~5dB。

**关键词** 检测前跟踪(TBD),动态规划算法,似然函数,弱目标检测

**中图分类号** TN911.23

## 1 引 言

检测前跟踪(TBD)方法对于处理红外图像序列、光学图像序列中弱小运动目标的检测具有强大的功效。与其它诸如卡尔曼滤波器、概率数据关联(PDA)等方法比较,TBD的处理有所不同,它在每一帧并不宣布检测结果,不设检测门限,而是将每一帧的信息数字化、并存储起来,然后在帧与帧之间对假设路径包含的点作几乎没有信息损失的相关处理,经过数帧的积累,在目标的轨迹被估计出来后,检测结果与目标的航迹同时宣布<sup>[1]</sup>。

TBD算法实际上是在求出由各扫描时刻的点构成的所有路径之后,将每条路径中各个回波幅度值相加,找出累加值超过门限 $V_T$ 的路径<sup>[2]</sup>。

当然,解此类问题可以用穷举法,即先求出一切可能的由第1帧到第 $k$ 帧所有点构成的路径,求出各条路径所包含点的幅度的累加值,再与门限 $V_T$ 比较,将超过门限的路径找出来,宣布检测结果。这种方法想起来简单,但真正实现起来却非常困难,因为计算量大得惊人,即使用最先进的计算机,花费的时间之长也会使这种方法失去使用价值<sup>[3]</sup>。

为了减少运算量,有人设想可以通过动态规划算法实现。1985年,Yair Barniv提出的用于目标检测的动态规划算法<sup>[4]</sup>,根据贝叶斯理论,用概率密度函数构造优化决策过程的目标函数,1993年,James Arnold进一步发展了这类算法,能够检测到0dB以下的目标<sup>[5]</sup>,但这类算法适用于非起伏模型目标,对于起伏目标模型处理效果较差。1996年,S. M. Tonissen等人直接利用假设目标的幅度信息构造优化决策过程的目标函数,可以检测起伏模型的运动目标。此算法虽然具有良好的检测目标的性能,但跟踪性能很差<sup>[1]</sup>。本文通过对这两类动态规划算法机理进行研究,将两类动态规划算法统一到一个基本的递推方程中,利用假设目标的一些先验知识,将基本的动态规划方程加以改进,提高了动态规划算法的检测性能。

## 2 动态规划的数学描述<sup>[6]</sup>

### 2.1 动态规划的概念

动态规划问题实际上是一个多阶段决策优化问题。处理时将研究的问题分解为互相联系的几个子问题。如果原问题被看作一个过程,各个子问题就是过程的几个阶段。这里引入状态变量来描述过程的演变。状态变量的取值称为状态,状态的取值称为状态集合。状态和状态集合

<sup>1</sup> 2001-11-30 收到, 2002-10-14 改回  
国家部级资助项目 (No:413070301)

都依赖于阶段  $k$ ，分别记为  $x_k$  和  $X_k$ 。当各段状态和终状态确定后，这个过程就完全确定了。即过程可以表示为状态序列  $\{x_1, x_2, \dots, x_k\}$ ，其中  $x_1$  为初状态， $x_k$  为终状态。

对于给定的最优化过程，在各个阶段要求我们选择某个变量的值，使得全过程按给定的准则达到最优，各阶段上状态变量的选择就是问题的决策。一般用决策函数  $u_k(x_k)$  表示决策过程。整个决策过程相对应的决策函数序列  $\{u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_k(x_k)\}$  称为策略。决策过程还必须有一个度量其策略好坏的准则，称为值函数。于是问题可归结为选择一个  $k$  阶段的策略

$$\{u_1(x_1), u_2(x_2), \dots, u_k(x_k)\} \in U \quad (1)$$

使值函数为最大。由下式表示：

$$f_k(x_k) = \max_{\{u_1, \dots, u_k\}} v_k(x_1; u_1, \dots, u_k) \quad (2)$$

其中  $f_k(x_k)$  是从初始状态  $x_1$  到终状态  $x_k$  的最优值函数或目标函数。

## 2.2 动态规划的基本方程

设值函数为阶段值，其形式为

$$v_k(x_1; u_1, \dots, u_k) = \sum_{i=1}^k w_i(x_i, u_i) \quad (3)$$

其中  $w_i(x_i, u_i)$  是阶段指标，表示第  $i$  个阶段，状态  $x_i$  作出决策  $u_i$  情况下的阶段指标函数。

根据最优性原理得关系式：

$$\begin{aligned} f_k(x_k) &= \max_{\{u_i\} \in U} \left[ \sum_{i=1}^k w_i(x_i, u_i) \right] = \max_{\{u_i, u_k\} \in U} \left[ w_k(x_k, u_k) + \sum_{i=1}^{k-1} w_i(x_i, u_i) \right] \\ &= \max_{u_k} [w_k(x_k, u_k) + f_{k-1}(x_{k-1})], \quad k = 2, 3, \dots, M \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $k$  表示决策过程划分的阶段数。

一般地，初始条件可以假设为

$$f_1(x_1) = w_1(x_1, u_1) \quad (5)$$

这样，(4) 式和 (5) 式就是多段决策过程的动态规划基本方程，这实际上是一个递推关系式。

## 3 用于弱小目标检测的动态规划算法

我们考虑一个普通的包含  $N \times N$  个分辨单元构成的测量。在每个时刻  $k$ ，测量值在各单元中被记录。在时刻  $k$  记录的总测量是一个  $N \times N$  矩阵：

$$Z(k) = \{z_{ij}(k)\} \quad (6)$$

其中  $1 \leq i, j \leq N$  并且  $z_{ij}(k)$  是时刻  $k$  分辨单元  $(i, j)$  中记录的测量值，由下式给出

$$z_{ij}(k) = \begin{cases} n_{ij}(k), & \text{在时刻 } k \text{ 单元 } (i, j) \text{ 中无目标} \\ A(k) + w_{ij}(k), & \text{在时刻 } k \text{ 单元 } (i, j) \text{ 中有目标} \end{cases} \quad (7)$$

这里  $A(k)$  表示目标的幅度，为了简化，假设为常数，也就是说  $A(k) = A$ 。附加噪声  $w_{ij} \sim N(0, \delta_w^2)$  对于不同的  $k$ ，假设为独立同分布的， $n_{ij}$  也是一个随机变量，一般也假设为  $n_{ij} \sim N(0, \delta_n^2)$ ，

但它的分布与  $w_{ij}$  的分布有区别。目标的幅度可以来自一个特殊的分布, 但是这个分布的信息是不需要的, 除非它的均值远大于噪声的均值, 这对感兴趣的目标往往是成立的。

信噪比可以定义为如下形式:

$$\text{SNR} = 10 \lg \left[ A(k)^2 / \left( \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N n_{i,j}(k)^2 \right) \right] \quad (8)$$

一个目标轨迹被定义为从时刻 1 到时刻  $M$  (总的时间是  $MT$ ) 一系列的连续态  $\mathbf{x}(k)$  的集合。因此在时刻  $M$  的一个轨迹定义为

$$\mathbf{X}_M = \{\mathbf{x}(1), \dots, \mathbf{x}(M)\} \quad (9)$$

动态规划用到 TBD 算法中, 需要对动态规划的基本关系式变形, 根据 (4) 式得

$$\begin{aligned} f_k(x_k) &= \max_{u_k} [w_k(x_k, u_k) + f_{k-1}(x_{k-1})] \\ &= \max_{u_k} [w_k(x_k, u_k) + \max_{u_{k-1}} [w_{k-1}(x_{k-1}, u_{k-1}) + \dots + \max_{u_2} [w_2(x_2, u_2) + f_1(x_1)]]] \\ &= \max_{u_k} [h_k(x_k)] \end{aligned} \quad (10)$$

其中  $h_k(x_k)$  表示阶段的值函数, 有下面的形式:

$$h_k(x_k) = w_k(x_k, u_k) + \max_{u_{k-1}} [h_{k-1}(x_{k-1})] \quad (11)$$

一般地, 初始条件可以假设为

$$h_1(x_1) = w_1(x_1, u_1) \quad (12)$$

那么 (11) 式、(12) 式构成基于动态规划的 TBD 算法的基本递推关系式。TBD 问题归结为用由测量序列  $\mathbf{Z}_k$  (这里  $\mathbf{Z}_k = \{\mathbf{Z}(1), \dots, \mathbf{Z}(M)\}$ ) 产生的  $M$  阶段的值函数  $h_M(x_M)$ , 按照下面的公式, 宣布检测结果并且决定最有可能是实际目标的轨迹。

$$\{\hat{\mathbf{X}}_M\} = \{\mathbf{X}_M : h_M(x_M) > V_T\} \quad (13)$$

这里  $V_T$  是一个门限,  $\hat{\mathbf{X}}_M = \{\hat{\mathbf{x}}(1), \dots, \hat{\mathbf{x}}(M)\}$  是目标轨迹的估计值, 它在每一个阶段的决策中被记录。

可以看出, 值函数的选择, 对动态规划算法至关重要, 直接影响算法对目标检测的性能。按照值函数的不同选择, 将动态规划算法分为两类: 一类是将假设目标在各阶段幅度值作为阶段指标函数, 构造值函数, 另一类是基于似然函数的动态规划算法。

第一类算法机理比较简单, 并且直接体现了 TBD 的基本思想: 由于目标运动的限制, 目标的幅度在扫描到扫描时间内或帧与帧之间是统计关联的, 而噪声或干扰信号则不关联。

这里用各阶段检测单元的幅度测量值  $z_{i,j}(k)$  替代 (11) 式和 (12) 式中动态规划方程中的  $w_i(x_i, u_i)$  作为阶段指标函数, 得到如下的递推关系式:

$$h_1(x_1) = z_{i,j}(1) \quad (14)$$

$$h_k(x_k) = \max_{x_{k-1}} [h_{k-1}(x_{k-1})] + z_{i,j}(k), \quad k = 2, 3, \dots, M \quad (15)$$

基于似然函数的动态规划算法是将似然函数作为阶段指标函数, 构造值函数  $h_k(x_k)$ , 在文献 [5] 中推导出了基于似然函数的动态规划算法的递推关系式:

$$h_k(x_k) = \lg \left( \frac{p(z_{i,j}(k)|x_k)}{p(z_{i,j}(k)|H_0)} \right) + \max_{x_{k-1}} [\lg p(x_k|x_{k-1}) + h_{k-1}(x_{k-1})], \quad k = 2, 3, \dots, M \quad (16)$$

其中  $h_k(x_k)$  是在  $k$  个阶段的 TBD 过程候选路径最后阶段的目标值;  $\lg p(x_k|x_{k-1})$  通过相应状态之间的变化概率设计一个惩罚, 以增强目标运动的连贯性;  $p(z_{i,j}(k)|x_k)$  和  $p(z_{i,j}(k)|H_0)$  分别表示在  $k$  阶段, 有目标和无目标情况下观察量的概率密度函数. 可以看出, 如果除去 (16) 式中的  $p(x_k|x_{k-1})$  项, (16) 式与 (11) 式有相同的形式. 从文献 [5] 中分析得出, 第二种方法实际上是构造一个具有图 1(b) 形状的概率密度函数替代 (11) 式和 (12) 式中动态规划方程中的  $w_i(x_i, u_i)$  作为阶段指标函数, 由下面 (17) 式生成, 这个函数有下面的性质: 在期望的目标幅度  $\hat{a}$  附近概率密度函数达到峰值, 在低于或高于这个值时其概率密度降低.

文献 [5] 考虑噪声由两个或更多的高斯随机过程组成, 从分布 1 选择的概率为  $1 - \varepsilon$ , 从分布 2 选择的概率为  $\varepsilon$ , 构造出了一个混合似然比函数

$$\frac{P(z_{i,j}(k)/x_k)}{P(z_{i,j}(k)/H_0)} = \frac{(1 - \varepsilon)g_1(z_{i,j}(k) - \hat{a}) + \varepsilon g_2(z_{i,j}(k) - \hat{a})}{(1 - \varepsilon)g_1(z_{i,j}(k)) + \varepsilon g_2(z_{i,j}(k))} \quad (17)$$

其中  $g_j$  表示方差为  $\delta_j^2$  的零均值高斯分布的概率密度函数. 一般的权值  $\varepsilon < 1$ , 标准偏差  $\delta_2 \gg \delta_1$ , 使得混合噪声过程具有高斯背景噪声下偶然有些亮点的性质.

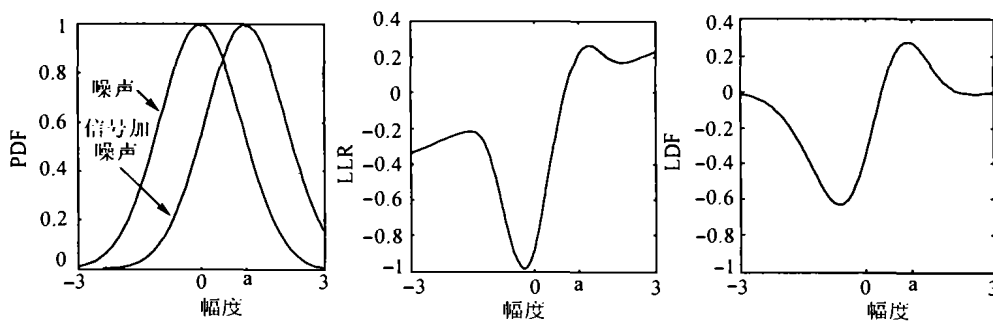
设噪声  $n_{ij}$  和信号加噪声  $A_k + w_{ij}$  服从正态分布, 其概率密度函数由下式表示:

$$\left. \begin{aligned} p(z_{i,j}(k)/H_0) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z_{i,j}(k)^2}{2}\right) \\ p(z_{i,j}(k)/x_k) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} \exp\left(-\frac{(z_{i,j}(k) - a)^2}{2\delta^2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

图 1(a) 画出了它们的概率分布情况.

为了使目标函数更适于检测, 我们构造似然差函数形式作为阶段指标函数, 它有如图 1 (c) 的性质

$$S(x_k) = \hat{P}(z_{i,j}(k)/x_k) - P(z_{i,j}(k)/H_0) \quad (19)$$



(a) 噪声和信号加噪声的概率密度分布 (b) 似然比的映射函数 (c) 似然差函数

图 1 混合高斯分布特性

其中

$$\hat{P}(z_{i,j}(k)/x_k) = \exp \left[ -\frac{(z_{i,j}(k) - \varepsilon a)^2}{2\sigma^2} \right], \quad 0 < \varepsilon < 1, \sigma > 1 \quad (20)$$

则 (16) 式变为

$$h_k(x_k) = S(x_k) + \max_{x_{k-1}} [\lg p(x_k|x_{k-1}) + h_{k-1}(x_{k-1})], \quad k = 2, 3, \dots, M \quad (21)$$

其中利用态之间的变化的先验信息设计一个惩罚函数  $\lg p(x_k|x_{k-1})$  定义如下的形式:

$$\lg p(x_k|x_{k-1}) = -\lg |x(k) - \alpha \cdot x(k-1)| \quad (22)$$

这里,  $\alpha$  是系数. 如果假设 (21) 式的初始化条件为

$$h_1(x_1) = S(x_1) \quad (23)$$

则 (21) 式和 (23) 式构成了基于似然函数的动态规划算法的基本递推方程. 同样将 (21) 式的惩罚函数这个先验信息加入 (15) 式中, 有:

$$h_k(x_k) = z_{i,j}(k) + \max_{x_{k-1}} [\lg p(x_k|x_{k-1}) + h_{k-1}(x_{k-1})], \quad k = 2, 3, \dots, M \quad (24)$$

当然 (21) 和 (24) 式的惩罚函数中所含的  $\beta$  是不同的. 从 (21) 和 (24) 式中, 可以看出, 实际上这两种动态规划算法的基本递推关系具有相同的形式, 因此, 我们可以给出这两种动态规划算法基本递推方程的统一形式:

$$h_k(x_k) = P(x_k) + \max_{x_{k-1}} [Q(x_k|x_{k-1}) + h_{k-1}(x_{k-1})], \quad k = 2, 3, \dots, M \quad (25)$$

其初始化方程为

$$h_1(x_1) = P(x_1) \quad (26)$$

## 4 算法性能分析

前面已经提到, 第一种动态规划方法直接利用假设目标的幅度信息进行积累构造目标函数. 检测性能受目标幅度起伏的影响不大, 但对 SNR 有一定的要求, 通常 SNR 低于 4dB 时, 虚警概率迅速增加, 基本上无法检测到目标, 后来加入先验信息, 对 (15) 式加以改进, 性能得到一些改善, 但仍受 SNR 的限制. 基于似然函数的动态规划算法是以目标的幅度是未知的但必须是恒定的为前提构造目标函数, 由于它的大小与噪声和目标的分布有关, 与幅度的大小没有直接的联系, 所以可以在信噪比很低的情况下进行检测, 在文献 [5] 中, 用这样的方法可以在信噪比低于 0dB 的情况下进行检测. 但是对于机动飞行的起伏目标, 检测性能大大降低.

## 5 仿真结果

### 5.1 基本动态规划算法的仿真

下面随机产生包含高斯噪声和移动目标的 20 幅连续的点的图像序列, 其中 SNR=4.08dB, 目标的初始位置为 (12, 52), 以  $v_x = -2$  单元/帧和  $v_y = 2$  单元/帧运动, 目标的幅度  $A = 1.6$ . 用 Matlab 程序运行, 其中当门限  $V_T = 30$ , 出现如图 2(a) 所示的多条伪航迹和目标航迹; 将检测门限增加,  $V_T = 32$ , 只剩下两条伪航迹和目标航迹, 结果如图 2(b) 所示.

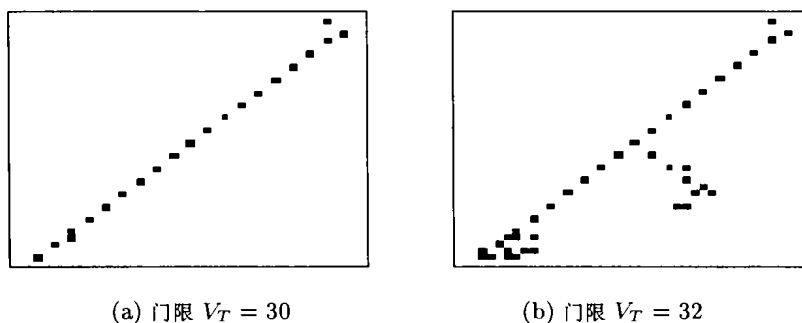


图 2 检测前跟踪算法模拟结果 (SNR=4.08dB,  $k = 20$ )

通过蒙特卡洛仿真实验, 我们可以得出增加图像序列的积累的次数, 可以将检测灵敏度提高 1~2dB. 在 SNR=4.08dB 的情况下, 可以检测到目标, 信噪比低于 4dB, 由于虚警率太大, 基本上无法分辨目标.

### 5.2 基于似然函数的动态规划算法的仿真

同样随机产生包含高斯噪声和移动目标的 20 幅连续的  $64 \times 64$  点的图像序列, 其中 SNR=6dB, 目标的初始位置为 (12, 52), 以  $v_x = -2$  单元/帧和  $v_y = 2$  单元/帧运动, 目标的幅度  $A = 2$ . 运行 Matlab 程序, 其中当门限  $V_T = 322$ , (19) 式中  $\alpha = 0.85$ ,  $\delta = 1$  时, 结果如图 3(a) 所示. 同样的噪声背景下, SNR=3dB, 取门限  $V_T = 178$ , (19) 式中  $\alpha = 0.55$ ,  $\delta = 1$  时, 结果如图 3(b) 所示. 可以看出, 除了目标航迹外还有一些伪航迹是无法除去的.

通过蒙特卡洛仿真实验, 我们可以得出基于似然函数的动态规划算法, 可以将检测灵敏度比一般检测算法提高约 5dB. 从两种动态规划算法的仿真结果, 可以看出, 虽然它们都有较强的检测弱小目标的能力, 甚至可以检测到 SNR=3dB 的目标, 而一般的检测方法如 CFAR, 对于信噪比低于 5dB 的目标是难以检测到的. 但同样可以看到, 这两种动态规划算法的跟踪性能较差, 真实航迹不一定在整个阶段完整地恢复出来, 而且可能产生一些伪航迹, 所以一般在下一步处理过程中通过设计高性能的跟踪器, 进一步对动态规划算法检测出的目标进行跟踪, 来去除伪航迹, 提高跟踪性能.

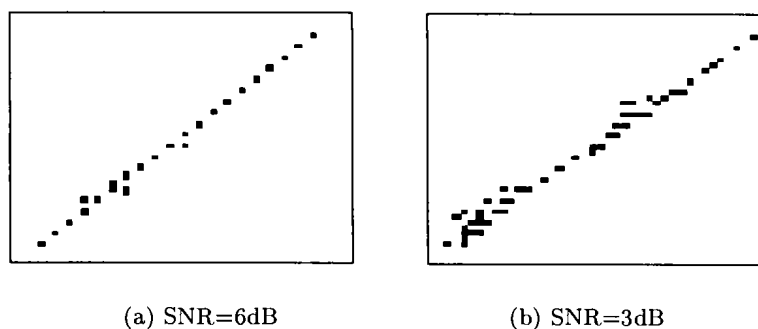


图 3 检测前跟踪算法模拟结果

## 6 结 论

动态规划算法是处理 IR 图像序列中弱目标检测问题非常有效的一种方法. 然而由于条件的约束, 在实际处理问题中存在一些局限性. 本文对动态规划算法的机理进行了较深入细致的

研究, 找出了两类动态规划算法的共性和区别, 通过动态规划方程的统一形式联系起来, 但又因为目标函数的选择不同将二者区分开来, 在此对比的基础上对两类动态规划算法加以改进, 加入了目标的一些先验信息, 进一步改善了检测性能。本文只给出了用于检测弱小目标的两类动态规划算法的基本递推方程, 真正要进行弱目标的检测上还要考虑一些具体的问题, 由于篇幅限制, 这里不作讨论。另外, 基于检测前跟踪的动态规划算法虽然在最后阶段可能检测到目标, 但是不一定能够恢复目标的真实航迹。这种算法虽然有好的检测性能, 但其跟踪性能比较弱, 如果要提高跟踪性能, 还要通过卡尔曼滤波等方法进行进一步的跟踪。

### 参 考 文 献

- [1] S. M. Tonissen, Performance of dynamic programming techniques for track-before-detect[J], IEEE Trans. on AES, 1996, AES-32(4), 1441-1450.
- [2] L. Harmon, Track-before-detect performance for a high PRF search mode[C], IEEE International Radar Conference, California, 1991, 11-15.
- [3] J. David, Track-before-detect processing for an airborne type radar, IEEE International Radar Conference, Virginia, 1990, 422-427.
- [4] Y. Barniv, Dynamic programming solution for detecting dim moving target[J], IEEE Trans. on AES, 1985, AES-21(1), 144-155.
- [5] J. Arnold, Efficient target tracking using dynamic programming[J], IEEE Trans. on AES, 1993, AES-29(1), 44-56.
- [6] 张润琦, 动态规划 [M], 北京, 北京理工大学出版社, 1989, 10-15.

## STUDY ON MECHANISM OF DYNAMIC PROGRAMMING ALGORITHM FOR DIM TARGET DETECTION

Qiang Yong    Jiao Licheng    Bao Zheng

(Key Lab. for Radar Signal Processing, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract** An important problem in the field of signal processing, sequence of infrared image detection which arouses people's attention widely is the detection and tracking of dim moving targets in very low Signal-to-Noise Ratio (SNR) or signal-to-clutter ratio environment. In fact, dynamic programming is a problem of multi-stage decision, and Dynamic Programming Algorithm (DPA) is an effective approach which was adopted during the process of Track-Before-Detect(TBD). In current work, the mechanism of dynamic programming algorithm is analyzed, and a number of technical innovations that improve the performance of DPA are presented. Simulation results show this approach has high ability of detection for dim moving targets, and achieves 3~5dB SNR gains comparable to those of other detection algorithms.

**Key words** Track-Before-Detect(TBD), Dynamic programming, Likelihood function, Dim target detection

- 强 勇:** 男, 1973 年生, 博士生, 研究方向包括: 雷达信号处理、神经网络、进化算法、智能信号处理等。  
**焦李成:** 男, 1959 年生, 教授、博士生导师, 主要研究领域包括: 非线性理论, 人工神经网络, 子波理论和应用, 进化算法, 数据挖掘和智能信号处理等。  
**保 铮:** 男, 1927 年生, 教授, 博士生导师, 中国科学院院士, 中国电子学会会士, 主要研究领域包括: 空时自适应处理, 雷达成像技术, 天波超视距雷达, 信号处理和无源定位等。