

电感调谐的同轴谐振腔中 TM_{s10} 模电场分布的研究

曹 静^{①②} 丁耀根^① 沈 斌^① 古学春^①

^①(中国科学院电子学研究所 北京 100080)

^②(中国科学院研究生院 北京 100039)

摘 要: 圆柱型同轴谐振腔中的横磁模 TM_{s10} 的电场分量沿圆周方向呈周期性均匀分布, 电感调谐的圆柱型谐振腔的圆周边界不再规则, 腔内场分布的均匀性遭到破坏。为了能准确描述场分布的情况, 该文建立了不规则圆周边界的同轴谐振腔的物理模型, 通过理论分析得出了边界发生变化时同轴谐振腔中电场分布的变化规律。并通过三维电磁场软件进行了数值模拟, 模拟结果与理论分析所得结论一致。

关键词: 多注速调管; 同轴谐振腔; 场分布; 高阶模; 复杂边界

中图分类号: TN122

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)05-1243-04

Research on Field Distribution of TM_{s10} Mode in Cylindrical Coaxial Cavity Resonator with Inductive Tuning

Cao Jing^{①②} Ding Yao-gen^① Shen Bin^① Gu Xue-chun^①

^①(Institute of Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

^②(Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: The electric field component of TM_{s10} mode in cylindrical coaxial resonator presents periodic distribution along with circumference, the cylindrical resonator circumference borders with tunable inductors is irregularity and uniformity of the distribution is destruction. In order to accurately describe the distribution situation, in the paper, a irregular circumference border coaxial resonator physical model is established. The formula of the electric field distribution through CST and the numerical simulation, simulation results with theoretical analysis concluded unanimously.

Key words: Mult-beam klystron; Coaxial cavity resonator; Field distribution; High-order mode; Complex boundary

1 引言

谐振腔是多注速调管中高频相互作用系统的主要组成部分, 按工作模式的不同分为基模谐振腔和高阶模谐振腔。随着高频段, 高功率雷达的迅速发展, 在多注速调管中高阶模谐振腔越来越受到青睐。

实际使用的微波谐振腔, 时常需要在谐振腔壁上焊接调谐膜片, 并设法使其发生微小的变形以微调谐振频率, 这种调谐方式对于圆柱型同轴谐振腔的 TM_{s10} 模而言即为电感调谐^[1]。多注速调管应用的谐振腔, 还需要在电场极大值的位置设置供电子注通过的漂移管, 以获得最佳特性阻抗增强注波相互作用。圆柱形同轴谐振腔 TM_{s10} 模的电场分量沿圆周方向呈周期性均匀分布, 因此, 谐振腔上加载的漂移管也是沿圆周方向均匀分布, 而在腔壁上加入电感调谐后, 由于圆周边界不再规则, 腔中 TM_{s10} 模的电场分布变得不再均匀, 因此研究电感调谐的圆柱型同轴谐振腔中 TM_{s10} 模的电场分布对多注速调管的研制很有意义。

本文以电感调谐的同轴谐振腔中的横磁模 TM_{s10} 模为研究对象, 通过理论推导得出了不规则圆周边界的同轴谐振腔中该模式场分布的变化规律及计算公式。并用三维电磁场软件 CST 进行数值模拟, 模拟结果与理论分析所得结论一致。可为电感调谐的高阶模谐振腔的设计提供参考。

2 物理模型和理论分析

如图 1 所示的电感调谐的同轴谐振腔结构, 该结构可获得稳定分布的 TM_{s10} 模, 且该模式与其它非工作模式模式间隔大^[2]。由于漂移管的端面与 z 轴垂直, 根据微扰原理可知在腔内沿 z 轴方向设置漂移管不影响 TM_{s10} 模的电场分布^[3]; 调谐时调谐膜片的微小变形引起的场分布的变化很小, 可忽略, 但调谐膜片与腔中心的距离及调谐膜片的尺寸大小与场分布关系密切。因此研究电感调谐对场分布的影响时, 为了便于分析计算, 可将图 1 所示结构简化为如图 2 所示的不带漂移管的电感调谐的同轴谐振腔物理模型。

如图 2 所示的同轴谐振腔在外圆边界上有突变, 单一函数不能满足边界条件, 因此可将图 2 所示物理模型分区计

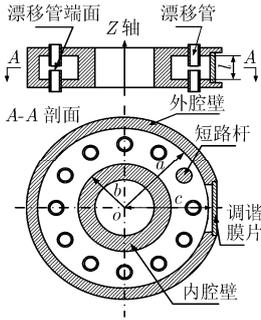


图1 电感调谐的同轴谐振腔结构图

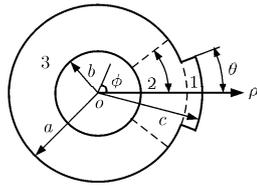


图2 电感调谐同轴谐振腔物理模型

算, 采用极坐标, 于是规定 α 是 TM_{310} 沿逆时针方向离开极轴的第一个电场极小值位置所在的角度, 当 $\alpha > \theta$ 时可将图 2 所示的物理模型分为 3 个区域: $a \leq \rho \leq c, |\phi| \leq \theta$ 的区域作为 1 区, $b \leq \rho < a, |\phi| \leq \alpha$ 的区域作为 2 区, $b \leq \rho \leq a, |\phi| > \alpha$ 的区域作为 3 区。图 2 中夹角为 2θ 的扇形即 1 区为电感调谐区, 弧线表调谐膜片, 通过机械力可以使膜片微小变形来调节腔体的频率。本文只研究调谐膜片中心与一个电场极大值所在位置对应的情况, 并规定膜片的调节量很小, 因此调谐膜片的变形对场分布的影响可忽略。

本文以横磁模 TM_{s10} 模为研究对象进行理论分析, 因此扇形谐振腔中的博格尼斯函数 $V = 0$, U 函数的普遍表达式为^[4]

$$U(\rho, \phi, z) = [AJ_v(T\rho) + BN_v(T\rho)](Ce^{jv\phi} + De^{-jv\phi})$$

其中 $v = (n\pi)/\eta$ (n 为正整数或零, η 为扇形腔夹角), T 为模式本征值, $T = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ 。

1 区 ($a \leq \rho \leq c, |\phi| \leq \theta$) 的 U 函数记为 U_1 , 边界方程为 $U_1|_{\rho=c} = 0, U_1|_{\phi=-\theta} = 0, U_1|_{\phi=\theta} = 0$ 。

通过解边界方程得

$$U_1 = \frac{2jA_1C_1}{N_w(Tc)} [N_w(Tc)J_w(T\rho) - J_w(Tc)N_w(T\rho)] \sin \frac{n\pi}{2\theta} (\phi + \theta)$$

$w = n\pi/(2\theta)$ ($n = 0$ 或正整数)。于是可求出 1 区电磁场分量 $E_{1z}, H_{1\phi}, H_{1\rho}$ 为

$$E_{1z} = T^2 U_1 = \frac{2jT^2 A_1 C_1}{N_w(Tc)} [N_w(Tc)J_w(T\rho) - J_w(Tc)N_w(T\rho)] \cdot \sin \frac{n\pi}{2\theta} (\phi + \theta)$$

$$H_{1\phi} = -j\omega\varepsilon \frac{\partial U_1}{\partial \rho} = \frac{2A_1 C_1 \omega \varepsilon T}{N_w(Tc)} [N_w(Tc)J'_w(T\rho) - J_w(Tc)N'_w(T\rho)] \sin \frac{n\pi}{2\theta} (\phi + \theta)$$

$$H_{1\rho} = \frac{j\omega\varepsilon}{\rho} \frac{\partial U_1}{\partial \phi} = \frac{-2w\omega\varepsilon A_1 C_1}{\rho N_w(Tc)} [N_w(Tc)J_w(T\rho) - J_w(Tc)N_w(T\rho)] \cos \frac{n\pi}{2\theta} (\phi + \theta)$$

2 区 ($b \leq \rho < a, |\phi| \leq \alpha$) 的 U 函数记做 U_2 。2 区的边

界方程为 $U_2|_{\rho=b} = 0, U_2|_{\phi=-\alpha} = 0, U_2|_{\phi=\alpha} = 0$ 。

同理可得

$$U_2 = \frac{2jA_2 C_2}{N_v(Tb)} [N_v(Tb)J_v(T\rho) - J_v(Tb)N_v(T\rho)] \sin \frac{m\pi}{2\alpha} (\phi + \alpha)$$

$v = m\pi/(2\alpha)$ ($m = 0$ 或正整数)。2 区的电磁场分量 $E_{2z}, H_{2\phi}, H_{2\rho}$ 为

$$E_{2z} = \frac{2jT^2 A_2 C_2}{N_v(Tb)} [N_v(Tb)J_v(T\rho) - J_v(Tb)N_v(T\rho)] \cdot \sin \frac{m\pi}{2\alpha} (\phi + \alpha)$$

$$H_{2\phi} = -j\omega\varepsilon \frac{\partial U_2}{\partial \rho} = \frac{2w\varepsilon T A_2 C_2}{N_v(Tb)} [N_v(Tb)J'_v(T\rho) - J_v(Tb)N'_v(T\rho)] \sin \frac{m\pi}{2\alpha} (\phi + \alpha)$$

$$H_{2\rho} = \frac{j\omega\varepsilon}{\rho} \frac{\partial U_2}{\partial \phi} = \frac{-2v\omega\varepsilon A_2 C_2}{\rho N_v(Tb)} [N_v(Tb)J_v(T\rho) - J_v(Tb)N_v(T\rho)] \cos \frac{m\pi}{2\alpha} (\phi + \alpha)$$

3 区 ($a \leq \rho \leq b, |\phi| > \alpha$) 的 U 函数 U_3 , 边界方程为 $U_3|_{\phi=\alpha} = 0, U_3|_{\phi=2\pi-\alpha} = 0$, 得

$$U_3 = \frac{2jA_3 C_3}{N_u(Tb)} [N_u(Tb)J_u(T\rho) - J_u(Tb)N_u(T\rho)] \cdot \sin \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha} (\phi - \alpha)$$

$u = \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha}$ ($k = 0$ 或正整数)。3 区的电场分量 E_{3z} 和 $H_{3\rho}$ 为

$$E_{3z} = \frac{2jT^2 A_3 C_3}{N_u(Tb)} [N_u(Tb)J_u(T\rho) - J_u(Tb)N_u(T\rho)] \cdot \sin \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha} (\phi - \alpha)$$

$$H_{3\rho} = \frac{j\omega\varepsilon}{\rho} \frac{\partial U_3}{\partial \phi} = \frac{-2u\omega\varepsilon A_3 C_3}{\rho N_u(Tb)} [N_u(Tb)J_u(T\rho) - J_u(Tb)N_u(T\rho)] \cos \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha} (\phi - \alpha)$$

上述各式中 $J_i(y), N_i(y)$ 分别为 i 阶的第一、第二类贝塞尔函数, 其中 i 代表 u, v, w ; $A_j C_j$ 表示第 j 区中场分量的幅值大小的系数, 其中 j 代表 1, 2, 3; ω 表示谐振角频率; ε 为腔中介质的介电常数, μ 为腔中介质的磁导率; ρ 代表径向坐标, ϕ 代表角向坐标。本文研究的是同轴谐振腔中的模式, 并规定 $2\theta < 2\pi/(2s)$, 则可知 $k + m = 2s, m = n = 1$, 即 2 区和 3 区两个扇形腔中电场极大值的个数之和等于整个同轴腔中 TM_{s10} 模的极大值个数, 且 1 区和 2 区的扇形腔中只对应一个电场极大值。

应用 1 区和 2 区交界面 (圆柱面 $\rho = a, |\phi| \leq \alpha$) 上的场匹配条件:

$$E_{2z}(a) = E_{1z}(a), \quad \theta \leq |\phi|;$$

$$E_{2z}(a) = 0, \quad \theta < |\phi| \leq \alpha;$$

$$H_{2\phi}(a) = H_{1\phi}(a), \quad |\phi| < \theta$$

可得下列方程组

$$\left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & \frac{[N_w(Tc)J'_w(Ta) - J_w(Tc)N'_w(Ta)]}{[N_w(Tc)J_w(Ta) - J_w(Tc)N_w(Ta)]} \\ & = \frac{\theta}{\alpha} P_{11}^2 \frac{[N_v(Tb)J'_v(Ta) - J_v(Tb)N'_v(Ta)]}{[N_v(Tb)J_v(Ta) - J_v(Tb)N_v(Ta)]} \\ & P_{11} = \frac{2}{\theta} \int_0^\theta \sin \frac{\pi}{2\theta}(\phi + \theta) \sin \frac{\pi}{2\alpha}(\phi + \alpha) d\phi = \frac{4\theta\alpha \cos(\pi\theta/2\alpha)}{\pi(\alpha^2 - \theta^2)} \\ & w = \frac{\pi}{2\theta}, v = \frac{\pi}{2\alpha} \end{aligned} \right\} \\ & \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

根据同轴谐振腔高阶模式的等效电路^[5]可知第 3 区所形成的扇形腔中 TM_{k10} 的谐振频率等于整个同轴谐振腔中 TM_{s10} 的频率。于是得到下列方程组:

$$\left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & N_u(Tb)J_u(Ta) - J_u(Tb)N_u(Ta) = 0 \\ & u = \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha}, k = 0 \text{ 或正整数} \\ & T = \omega\sqrt{\mu\epsilon} \end{aligned} \right\} \\ & \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

联立方程式(1)和式(2)即可求出与参数 s, θ 和 c 对应的 α 和 T 。从而求得 2 区和 3 区的场分布函数 U_2 和 U_3 。再根据 2 区和 3 区的场匹配条件: $H_{2\rho}|_{\phi=\alpha} = H_{3\rho}|_{\phi=\alpha} (\alpha > \theta)$ 可求得

$$A_2C_2 = \frac{uN_v(Tb)[N_u(Tb)J_u(T\rho) - J_u(Tb)N_u(T\rho)]}{vN_u(Tb)[N_v(Tb)J_v(T\rho) - J_v(Tb)N_v(T\rho)]\cos\pi} A_3C_3$$

于是得出: 半径为 $\rho = r$, 极角为 $\phi = \varphi_0$ 的位置处的轴向特性阻抗为

$$\left. \begin{aligned} & \left. \begin{aligned} & Z = \frac{\left[\int_{-1/2}^{1/2} E_{2z}(r, \varphi_0) dz \right]^2}{2\omega\epsilon W_0} E_{2z} = \frac{2jT^2 u A_3 C_3}{v N_u(Tb) \cos\pi} [N_u(Tb)J_u(T\rho) \\ & \quad - J_u(Tb)N_u(T\rho)] \sin \frac{\pi}{2\alpha}(\varphi_0 + \alpha), \varphi_0 < \alpha \\ & Z = \frac{\left[\int_{-1/2}^{1/2} E_{3z}(r, \varphi_0) dz \right]^2}{2\omega\epsilon W_0} E_{3z} = \frac{2jT^2 A_3 C_3}{N_u(Tb)} [N_u(Tb)J_u(T\rho) \\ & \quad - J_u(Tb)N_u(T\rho)] \sin \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha}(\varphi_0 - \alpha), \alpha < \varphi_0 \end{aligned} \right\} \\ & \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

式(3)中 W_0 为谐振腔中的储能, l 为腔高。对于实际使用的谐振腔, 需要在轴向特性阻抗最强的位置放置漂移管, 对于电感调谐的同轴谐振腔, 电场的极值点在圆周上不再是均匀分布的。因此对于 TM_{s10} , 圆周上均匀放置 $2s$ 个漂移管, $2s$ 个轴向特性阻抗不再均匀, 其中差别最大的是 $\varphi_0 = 0$ 和 $\varphi_0 = \pi$ 位置上的特性阻抗。

令

$$\begin{aligned} \Delta z/z' &= \left| (Z_{\varphi_0=\pi} - Z_{\varphi_0=0}) / Z_{\varphi_0=\pi} \right| \\ &= \left| \frac{u(v \cos\pi) \sin(\pi/2\alpha)(0 + \alpha) - \sin \frac{k\pi}{2\pi - 2\alpha}(\pi - \alpha)}{\sin[k\pi/(2\pi - 2\alpha)](\pi - \alpha)} \right| \\ &= \left| \frac{u/(v \cos\pi) - \sin(k\pi/2)}{\sin(k\pi/2)} \right|, \alpha > \theta \end{aligned} \quad (4)$$

其中 Δz 代表 $z_{\varphi_0=\pi} - z_{\varphi_0=0}$, z' 代表 $z_{\varphi_0=\pi}$, 由式(4)可知, $\Delta z/z'$ 越大, 场分布就越不均匀。于是分别将 $2s$ 个漂移管所在的位置 ϕ 代入式(3)即可求出与参数 s, θ 和 c 对应的特性阻抗, 即可求得 $\Delta z/z'$, 从而可研究参数 θ 和 c 对场分布的影响。

3 计算和模拟结果及分析

以 TM_{310} 模为例进行计算和模拟, 表 1 给出了图 2 所示物理模型的两组结构参数值。首先计算参数值 1 对应的结构, 利用 matlab 对方程式(1)和式(2)编程计算, 可求得 $2\alpha = 0.92 = 52.7^\circ$, $T = \omega\sqrt{\mu\epsilon} = 271.4$, 在本文中, 腔内介质为真空, 于是得谐振频率 $f = \frac{T}{2\pi\omega\sqrt{\mu\epsilon}} = 12.95\text{GHz}$ 。

表 1 谐振腔的结构参数

结构参数名称	参数值 1	参数值 2
谐振腔外半径 a	26mm	26mm
谐振腔内半径 b	12mm	12mm
谐振腔腔高 l	7mm	7mm
调谐腔外半径 c	27mm	30mm
调谐腔夹角 2θ	50°	50°

由上面的计算可知 $\alpha > \theta$, 于是可将 $\phi = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3$ 和 $m = 1, k = 5, 2\alpha = 0.92$, 代入式(3)求出 Z 。从而求出 $\Delta z/z' = 13.3\%$ 。为了验证计算结果的正确性, 利用 CST 对于参数值 1 对应的同样的结构进行了模拟, 图 3 给出了 CST 模拟的结果。

由图 3 可得到: $2\alpha = \frac{9.6 \times 2}{20.75} = 0.93 = 53.2^\circ$, 于是 $2\pi - 2\alpha = 5.35$, 即为 306.5° 。由于 $5\pi/18 < 2\pi/6$ 则 $m = 1, k = 2s - m = 5$ 。可通过 CST 模拟参数值 1 的同轴腔得到 TM_{310} 模的谐振频率为 12.96GHz, 在半径为 20.75mm, $\phi = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi$, 的位置上的特性阻抗如表 2 所示。

经比较可知, 理论公式的计算结果和 CST 模拟结果有很好的 consistency, 证明了理论推导的正确性。经过同样的计算和模拟, 表 3 给出了 $c = 26.4, 26.6, 26.8, 27$ 时由式(4)和 CST 模拟计算出的 $\rho = 20.75\text{mm}$, $\phi = 0, \pi$ 时的特性阻抗及 $\Delta z/z'$ 。

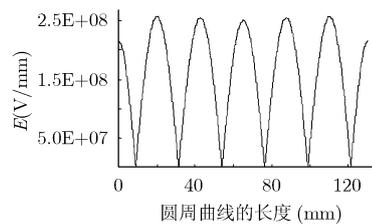


图 3 半径 20.75mm 的圆周上电场幅值绝对值

表2 6个漂移头间隙中心处的 TM_{310} 模的特性阻抗

n	1	2	3	4	5	6	$\Delta z/z'$
$Z_n(\Omega)$	16.43	19.06	19.21	18.86	19.21	19.06	13.8%

注: 编号 1, 2, 3, 4, 5, 6 依次与 $\phi = 0, \pi/3, 2\pi/3, \pi, 4\pi/3, 5\pi/3$ 对应

表3 不同的参数 c 对应的特性阻抗及 $\Delta z/z'$

$c(\text{mm})$	26.4	26.6	26.8	27.0
$Z_{\phi=0}(\Omega)$	17.91	17.45	16.94	16.43
$Z_{\phi=\pi}(\Omega)$	18.58	18.68	18.77	19.06
2α (rad)	1.01	0.98	0.96	0.93
$\Delta z/z'$ (CST)	3.6%	6.6%	9.7%	13.8%
$\Delta z/z'$ (式(4))	4.1%	7.8%	9.8%	13.3%

注: $\rho = 20.75\text{mm}$, 其他结构参数值见表 1

由表 3 可看出, 当 θ 不变时, 随着 c 的增大, $\Delta z/z'$ 逐渐增大, 经过同样的计算也可得出当 c 不变时, 随着 θ 的增大, $\Delta z/z'$ 也逐渐增大。并且从表 3 也可看出通过式(4)的计算结果和 CST 的模拟结果有很好的一致性, 证明了本文中理论推导的正确性。

对于参数值 2 对应的结构进行同样的计算和模拟, 表 4 给出了计算公式和 CST 模拟结果的对比。

表4 公式计算结果和 CST 模拟结果之比较

	α (rad)	$\Delta z/z'$
式(4)计算结果	0.371	33%
CST 模拟结果	0.369	48%

从表 4 看出: 对于 $\Delta z/z'$, 理论推导的公式的计算结果和 CST 模拟的结果相差很大。这是因为公式(4)不适用于 $\alpha < \theta$ 的情况, 对于 $\alpha < \theta$ 的情况可按本文的方法分区进行计算, 本文不做讨论。

4 结束语

本文推导了不规则圆周边界的同轴谐振腔中 TM_{s10} 模的谐振频率和特性阻抗相对值的计算公式, 并对公式计算结果和 CST 模拟结果进行了比较, 得出理论推导的公式的计算结果与 CST 模拟结果一致的结论, 证明了理论推导的正确性。推导得出的特性阻抗的计算公式虽不能计算出具体特性阻抗值, 但可以对特性阻抗的均匀性进行分析, 因此对

分析场分布的均匀性有很好的参考价值。经过一系列的计算得出了调谐膜片与场分布的关系: 对于电感调谐的同轴谐振腔, 当调谐膜片离腔中心轴的距离固定时, 随着膜片尺寸增大, 场分布变的更加不均匀; 当调谐膜片尺寸固定时, 随着调谐膜片离腔中心轴的距离增大, 场分布也变的更加不均匀。

参考文献

- [1] 顾继慧. 微波技术. 北京: 科学出版社, 2004: 211.
 - [2] 丁耀根, 阮存军等. X 波段同轴腔多注速调管的研究[J]. 电子学报, 2006, 34(12A): 2337-2341.
Ding Y G and Ruan C J, et al. Study of a X-Band coaxial cavity multi beam klystron[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2006, 34(12A): 2337-2341.
 - [3] 董玉和, 丁耀根, 肖刘. 同轴谐振腔高阶横磁模式参数的研究. 物理学报. 2005, 54(12): 5629-5636.
Dong Y H, Ding Y G, and Xiao Liu. Research on parameters of higher-order transverse magnetic modes in cylindrical coaxial cavity resonator[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(12): 5629-5636.
 - [4] 张克潜, 李德杰. 微波与光电子学中的电磁理论(第二版). 北京: 电子工业出版社, 第五章.
 - [5] 陈新桥, 朱允淑, 丁耀根. TM_{220} 高次模多注速调管矩形谐振腔. 真空电子技术, 2002, (4): 44-47.
Chen Xin-qiao, Zhu Yun-shu, and Ding Yao-gen. Rectangle cavity of TM_{220} high mode multi-beam klystron. *Vacuum Electronics*, 2002, (4): 44-47.
 - [6] 张敏. CST 用户全书[M]. 电子科技大学出版社, 2005.
- 曹 静: 女, 1976 年生, 工程师, 硕士生, 研究方向为微波电真空器件.
丁耀根: 男, 1942 年生, 研究员, 博士生导师, 研究方向为微波电真空器件.
沈 斌: 男, 1976 年生, 助理研究员, 研究方向为微波电真空器件.
古学春: 男, 1979 年生, 工程师, 研究方向为微波电真空器件.