

导波结构三维不连续性问题的高次六面体边缘元分析¹

徐善驾 贾冬炎

(中国科技大学电子工程与信息科学系 合肥 230027)

摘 要 该文从全磁场矢量泛函出发, 讨论了一种 54 参量六面体边缘元的空间构造. 这种高次三维边缘元方法不但有效地消除了伪解, 而且具有很高的计算精度. 用这种方法对导波结构三维不连续性散射问题的分析, 证实了它的有效性和可靠性. 与 12 参量六面体边缘元计算结果的比较表明: 本文方法具有更高的精度和计算效率, 是一种求解三维不连续性问题的高效数值方法, 有着推广应用的实际价值.

关键词 导波结构, 三维不连续性, 高次边缘元

中图分类号 TN011

1 引言

波导不连续性问题是微波工程中最基本的实际问题之一, 对它的分析研究具有很重要的实际意义. 有限元方法以其准确、通用、稳定和方便等特点在导波结构不连续性问题的分析中受到广泛重视. 理论和实践证明, 全磁场矢量泛函是一种适用面很广的泛函形式, 能求解包括各向异性介质填充的各种复杂波导结构在内的三维不连续性问题^[1-8]. 美中不足的是它的计算结果中包含了一系列不易辨别的伪解; 如何消除这些伪解是近年来国际上关注的难题. 边缘元方法的出现比较好的解决了这个问题^[9-13]. 但是, 当用三维边缘元计算不连续性问题时, 为了保证计算精度, 节点数不能太少, 这样系数阵的阶数已较高, 这时想要再用增加节点的办法来提高计算精度是不经济的, 有时是不可能的. 根据有限元理论, 一个克服上述困难的有效方法是采用高次三维边缘元. 我们的实践证明只要适当的构造高次边缘元空间并结合稀疏矩阵的处理技术, 可以很好地达到既有高精度又有高效率的目的.

本文直接从全磁场矢量泛函出发, 用一种高次三维边缘元方法分析了导波结构中的三维不连续性问题. 文中详细讨论了一种 54 参量六面体三维边缘元的空间构造, 这是一种高次六面体三维有限元结构, 用这种结构对一些波导三维不连续性问题进行了计算, 并和常规的 12 参量六面体边缘元结构的计算结果进行了比较, 证实本文方法具有比常用三维边缘元高出一个多数量级的计算精度, 并有很高的计算效率.

2 理论分析

全磁场矢量泛函可以表示为如下形式:

$$F(\mathbf{H}) = \iiint_{\Omega} (\nabla \times \mathbf{H}) \cdot (\epsilon^{-1} \nabla \times \mathbf{H}) d\Omega - k_0^2 \iiint_{\Omega} \mathbf{H} \cdot \mathbf{H} d\Omega + j\omega\epsilon_0 \iint_{\Gamma} \mathbf{H} \cdot (\mathbf{n} \times \mathbf{H}) d\Gamma \quad (1)$$

其中 $\iiint_{\Omega} d\Omega$ 是对求解区域的体积分, $\iint_{\Gamma} d\Gamma$ 是在边界面上的面积分, \mathbf{n} 是法向单位向量. 我们用图 1 所示的 54 参量六面体边缘元构造来剖分求解区域 Ω . 这种构造的特点是用六面体中各顶点和各条边的中点平行于 ξ 轴的 18 个分量来插值 H_{ξ} ; 平行于 η 轴的 18 个分量来插值 H_{η} ; 平行于 ζ 轴的 18 个分量来插值 H_{ζ} . 这是一种比 12 参量六面体边缘元更高次的三维边缘元结构.

¹ 1999-05-21 收到, 1999-10-22 定稿

国家自然科学基金 (No.69871026) 和博士点基金 (No.9703823) 资助项目

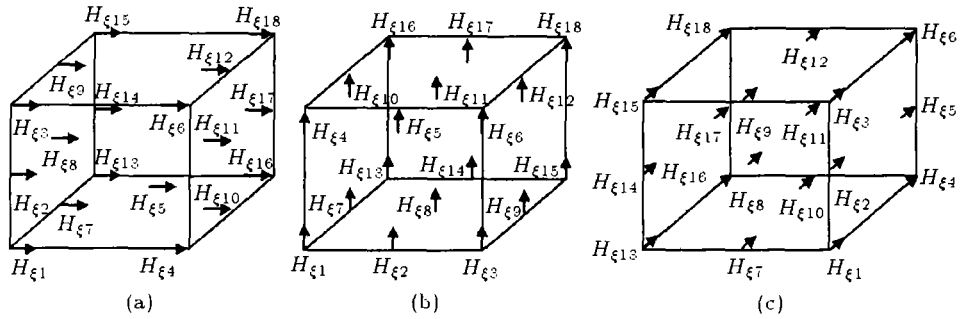
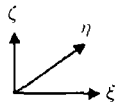


图 1 54 参量六面体边缘元结构



(a) 沿 ξ 方向分量 (b) 沿 ζ 方向分量 (c) 沿 η 方向分量

经过一些数学运算可以证明在这种结构下，求解区域中每个单元内的磁场 H 可表示为

$$H_{\xi} = \sum_{i=1}^{18} H_{\xi i} N_{\xi i}(\xi, \eta, \varsigma) \tag{2a}$$

$$H_{\zeta} = \sum_{i=1}^{18} H_{\zeta i} N_{\zeta i}(\xi, \eta, \varsigma) \tag{2b}$$

$$H_{\eta} = \sum_{i=1}^{18} H_{\eta i} N_{\eta i}(\xi, \eta, \varsigma) \tag{2c}$$

其中

$$\begin{aligned} N_{\xi 1} &= -l_2(\xi)q_1(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 2} = -l_2(\xi)q_1(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 3} = -l_2(\xi)q_1(\eta)q_3(\varsigma) \\ N_{\xi 4} &= -l_1(\xi)q_1(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 5} = -l_1(\xi)q_1(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 6} = -l_1(\xi)q_1(\eta)q_3(\varsigma) \\ N_{\xi 7} &= -l_2(\xi)q_2(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 8} = -l_2(\xi)q_2(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 9} = -l_2(\xi)q_2(\eta)q_3(\varsigma) \\ N_{\xi 10} &= -l_1(\xi)q_2(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 11} = -l_1(\xi)q_2(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 12} = -l_1(\xi)q_2(\eta)q_3(\varsigma) \\ N_{\xi 13} &= -l_2(\xi)q_3(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 14} = -l_2(\xi)q_3(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 15} = -l_2(\xi)q_3(\eta)q_3(\varsigma) \\ N_{\xi 16} &= -l_1(\xi)q_3(\eta)q_1(\varsigma), N_{\xi 17} = -l_1(\xi)q_3(\eta)q_2(\varsigma), N_{\xi 18} = -l_2(\xi)q_3(\eta)q_3(\varsigma) \end{aligned}$$

其中 $l_1(s) = (1-s)/2, l_2(s) = (1+s)/2, q_1(s) = s(s-1)/2, q_2(s) = (1-s^2), q_3(s) = s(s+1)/2$.

对于 $N_{\zeta i}$ 和 $N_{\eta i}$ 也有类似公式，受空间所限这里不再列出。

将 (2) 式代入 (1) 式，根据变分原理得到如下的线性方程组：

$$[S]\{H\} - k_0^2 [T]\{H\} + \sum_i \sum_{e'} \iint_{e'} j\omega\epsilon_0 [N](\mathbf{n}_i \times \mathbf{E})|_{\Gamma_{i1}} d\Gamma_i = \{0\} \tag{3}$$

其中

$$[S] = \sum_e [S_{ij}^e] \tag{4a}$$

$$[T] = \sum_e [T_{ij}^e] \tag{4b}$$

$$S_{ij}^e = \sum_e \iiint_{V^e} \frac{1}{\varepsilon_r} (\nabla \times N_i^e) \cdot (\nabla \times N_j^e) dV \quad (5a)$$

$$T_{ij}^e = \sum_e \iiint_{V^e} N_i^e \cdot N_j^e dV \quad (5b)$$

这样, 第 e 个体元内的矩阵 $[S^e]$ 和 $[T^e]$ 可以表示成

$$[S^e] = \begin{bmatrix} S_{\xi\xi}^e & S_{\xi\zeta}^e & S_{\xi\eta}^e \\ S_{\zeta\xi}^e & S_{\zeta\zeta}^e & S_{\zeta\eta}^e \\ S_{\eta\xi}^e & S_{\eta\zeta}^e & S_{\eta\eta}^e \end{bmatrix} \quad (6a)$$

$$[T^e] = \begin{bmatrix} T_{\xi\xi}^e & 0 & 0 \\ 0 & T_{\zeta\zeta}^e & 0 \\ 0 & 0 & T_{\eta\eta}^e \end{bmatrix} \quad (6b)$$

其中

$$[S_{\xi\xi}^e] = \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial\{N_\xi^e\}}{\partial\zeta} \frac{\partial\{N_\xi^e\}^T}{\partial\zeta} + \frac{\partial\{N_\xi^e\}}{\partial\eta} \frac{\partial\{N_\xi^e\}^T}{\partial\eta} \right) dV = \frac{\ell_\xi^e \ell_\eta^e}{\ell_\zeta^e} [K_1] + \frac{\ell_\xi^e \ell_\zeta^e}{\ell_\eta^e} [K_2] \quad (7a)$$

$$[S_{\zeta\zeta}^e] = \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial\{N_\zeta^e\}}{\partial\eta} \frac{\partial\{N_\zeta^e\}^T}{\partial\eta} + \frac{\partial\{N_\zeta^e\}}{\partial\xi} \frac{\partial\{N_\zeta^e\}^T}{\partial\xi} \right) dV = \frac{\ell_\xi^e \ell_\zeta^e}{\ell_\eta^e} [K_1] + \frac{\ell_\zeta^e \ell_\eta^e}{\ell_\xi^e} [K_2] \quad (7b)$$

$$[S_{\eta\eta}^e] = \iiint_{V^e} \left(\frac{\partial\{N_\eta^e\}}{\partial\xi} \frac{\partial\{N_\eta^e\}^T}{\partial\xi} + \frac{\partial\{N_\xi^e\}}{\partial\zeta} \frac{\partial\{N_\xi^e\}^T}{\partial\zeta} \right) dV = \frac{\ell_\zeta^e \ell_\eta^e}{\ell_\xi^e} [K_1] + \frac{\ell_\xi^e \ell_\eta^e}{\ell_\zeta^e} [K_2] \quad (7c)$$

$$[S_{\xi\zeta}^e] = [S_{\zeta\xi}^e] = - \iiint_{V^e} \frac{\partial\{N_\xi^e\}}{\partial\zeta} \frac{\partial\{N_\zeta^e\}^T}{\partial\xi} dV = -\ell_\eta^e [K_3] \quad (7d)$$

$$[S_{\xi\eta}^e] = [S_{\eta\xi}^e] = - \iiint_{V^e} \frac{\partial\{N_\xi^e\}}{\partial\eta} \frac{\partial\{N_\eta^e\}^T}{\partial\xi} dV = -\ell_\zeta^e [K_3] \quad (7e)$$

$$[S_{\zeta\eta}^e] = [S_{\eta\zeta}^e] = - \iiint_{V^e} \frac{\partial\{N_\zeta^e\}}{\partial\eta} \frac{\partial\{N_\eta^e\}^T}{\partial\zeta} dV = -\ell_\xi^e [K_3] \quad (7f)$$

这里 $\ell_\xi^e, \ell_\zeta^e, \ell_\eta^e$ 分别是体元三个方向的几何尺寸, 矩阵 $[K_1], [K_2], [K_3]$ 分别为

$$[K_1]_{18 \times 18} = \frac{1}{270} \begin{bmatrix} 7[B_1] & -8[B_1] & [B_1] \\ -8[B_1] & 16[B_1] & -8[B_1] \\ [B_1] & -8[B_1] & 7[B_1] \end{bmatrix},$$

$$[B_1] = \begin{bmatrix} 2[A_1] & [A_1] \\ [A_1] & 2[A_1] \end{bmatrix}, \quad [A_1] = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad (8a)$$

$$[K_2]_{18 \times 18} = \frac{2}{45} \begin{bmatrix} 2[B_2] & [B_2] & -[B_2] \\ [B_2] & 8[B_2] & [B_2] \\ -[B_2] & [B_2] & 2[B_2] \end{bmatrix},$$

$$[B_2] = \begin{bmatrix} 2[A_2] & [A_2] \\ [A_2] & 2[A_2] \end{bmatrix}, \quad [A_2] = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix} \quad (8b)$$

$$[K_3]_{18 \times 18} = \begin{bmatrix} [B_3] & 5[B_3] & 4[B_3] & 20[B_3] & -5[B_3] & -25[B_3] \\ 5[B_3] & 25[B_3] & -4[B_3] & -20[B_3] & -[B_3] & -5[B_3] \\ 4[B_3] & -4[B_3] & 16[B_3] & -16[B_3] & -20[B_3] & 20[B_3] \\ 20[B_3] & -20[B_3] & -16[B_3] & 16[B_3] & -4[B_3] & 4[B_3] \\ -5[B_3] & -[B_3] & -20[B_3] & -4[B_3] & 25[B_3] & 5[B_3] \\ -25[B_3] & -5[B_3] & 20[B_3] & 4[B_3] & 5[B_3] & [B_3] \end{bmatrix} \quad (8c)$$

这里

$$[B_3] = \begin{bmatrix} 7 & -8 & 1 \\ -8 & 16 & -8 \\ 1 & -8 & 7 \end{bmatrix}$$

$$[T_{kk}^e]_{18 \times 18} = \iiint_{V^e} \{N_k^e\} \{N_k^e\}^T dV = \frac{\xi^e \zeta^e \eta^e}{45} \begin{bmatrix} 4[B_4] & 2[B_4] & -[B_4] \\ 2[B_4] & 16[B_4] & 2[B_4] \\ -[B_4] & 2[B_4] & 4[B_4] \end{bmatrix} \quad (9)$$

这里

$$[B_4] = \begin{bmatrix} 2[A_4] & [A_4] \\ [A_4] & 2[A_4] \end{bmatrix}, \quad [A_4] = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ 2 & 16 & 2 \\ -1 & 2 & 4 \end{bmatrix}$$

设 $\{H\}_1, \{H\}_2$ 分别是由求解区域内入射面 Γ_1 和出射面 Γ_2 上所有点的横向磁场矢量组成的列矩阵, $\{H\}_0$ 是排除边界面 Γ_1 和 Γ_2 上点后求解区域中其它各点的横向磁场矢量组成的列矩阵, 则可将 (3) 式重新调整写成

$$\begin{bmatrix} [R]_{11} & [R]_{10} & [R]_{12} \\ [R]_{01} & [R]_{00} & [R]_{02} \\ [R]_{21} & [R]_{20} & [R]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H\}_1 \\ \{H\}_0 \\ \{H\}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_e \iint_e j\omega\epsilon_0 [N](\mathbf{n}_1 \times \mathbf{E})|_{\Gamma_1} d\Gamma \\ \{0\} \\ -\sum_e \iint_e j\omega\epsilon_0 [N](\mathbf{n}_2 \times \mathbf{E})|_{\Gamma_2} d\Gamma \end{bmatrix} \quad (10)$$

其中 $[R]_{11}, [R]_{10}, \dots, [R]_{22}$ 可由插值函数矢量矩阵 $[N]$ 按 (4) 式确定. 从 (10) 式中消去 $\{H\}_0$, 便可得下方程.

$$\begin{bmatrix} [P]_{11} & [P]_{12} \\ [P]_{21} & [P]_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \{H\}_1 \\ \{H\}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sum_e \iint_e j\omega\epsilon_0 [N](\mathbf{n}_1 \times \mathbf{E})|_{\Gamma_1} d\Gamma \\ -\sum_e \iint_e j\omega\epsilon_0 [N](\mathbf{n}_2 \times \mathbf{E})|_{\Gamma_2} d\Gamma \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中

$$[P]_{11} = [R]_{11} - [R]_{10}[R]_{00}^{-1}[R]_{01} \quad (12a)$$

$$[P]_{12} = [R]_{12} - [R]_{10}[R]_{00}^{-1}[R]_{02} \quad (12b)$$

$$[P]_{21} = [R]_{21} - [R]_{20}[R]_{00}^{-1}[R]_{01} \quad (12c)$$

$$[P]_{22} = [R]_{22} - [R]_{20}[R]_{00}^{-1}[R]_{02} \quad (12d)$$

由 (11) 式就可以求得入射面和出射面上的磁场 \mathbf{H} 来. 根据规则波导理论, 波导不连续性结构入射面 Γ_1 和出射面 Γ_2 上的横向电场 \mathbf{E}_t 和横向磁场 \mathbf{H}_t 可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t(x, y, z_i) = & \sum_m \sum_n (a_{mn} e^{-j\beta_{mn} z_i} + b_{mn} e^{j\beta_{mn} z_i}) \mathbf{e}_{1mn}(x, y) \\ & + \sum_m \sum_n \frac{j\beta_{mn}}{j\omega\epsilon_0} (c_{mn} e^{-j\beta_{mn} z_i} - d_{mn} e^{j\beta_{mn} z_i}) \mathbf{e}_{2mn}(x, y) \end{aligned} \quad (13a)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_t(x, y, z_i) = & \sum_m \sum_n (a_{mn} e^{-j\beta_{mn} z_i} + b_{mn} e^{j\beta_{mn} z_i}) \mathbf{h}_{1mn}(x, y) \\ & + \sum_m \sum_n \frac{j\beta_{mn}}{j\omega\epsilon_0} (c_{mn} e^{-j\beta_{mn} z_i} - d_{mn} e^{j\beta_{mn} z_i}) \mathbf{h}_{2mn}(x, y) \end{aligned} \quad (13b)$$

这里 e_{mn} 和 h_{mn} 是矩形波导中归一化模式矢量函数, 下标 1 和 2 分别对应 TE 和 TM 模, β_{mn} 是对应于每种模的传播常数。

在主模 TE₁₀ 入射下, 根据 (13) 式便可以得到入射面 Γ_1 和出射面 Γ_2 上 \mathbf{E}_t 和 \mathbf{H}_t 的如下关系:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t(x, y, z_i) = & \delta_{i1} 2a_{10} e^{-j\beta_{10} z_{10}} \mathbf{e}_{110}(x, y) + \sum_m \sum_n (-1)^i \frac{1}{j\beta_{mn}} \iint_{\Gamma_i} \mathbf{h}_{1mn}(x', y') \\ & \times j\omega\mu_0 \mathbf{H}_t(x', y') dx' dy' \mathbf{e}_{1mn}(x, y) + \sum_m \sum_n (-1)^i \frac{j\beta_{mn}}{-k_0^2} \iint_{\Gamma_i} \mathbf{h}_{2mn}(x', y') \\ & \times j\omega\mu_0 \mathbf{H}_t(x', y') dx' dy' \mathbf{e}_{2mn}(x, y) \end{aligned} \quad (14)$$

这里 i 取 1 或 2 分别对应于入射面 Γ_1 和出射面 Γ_2 。将 (14) 式离散化便可得到

$$\begin{bmatrix} \{E_x\}_i \\ \{E_y\}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \delta_{i1} \{g\}_i \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} [Z_{xx}]_i & [Z_{xy}]_i \\ [Z_{yx}]_i & [Z_{yy}]_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega\mu_0 \{H_x\}_i \\ j\omega\mu_0 \{H_y\}_i \end{bmatrix} \quad (15)$$

设 $[A]_{11}, [A]_{12}, [A]_{21}, \dots, [A]_{44}$ 是 (11) 式中 $[P]_{11}, [P]_{12}, [P]_{21}, [P]_{22}$ 的子矩阵, 将 (15) 式代入 (11) 式便可得到下方程:

$$\begin{bmatrix} [\bar{A}]_{11} & [\bar{A}]_{12} & [\bar{A}]_{13} & [\bar{A}]_{14} \\ [\bar{A}]_{21} & [\bar{A}]_{22} & [\bar{A}]_{23} & [\bar{A}]_{24} \\ [\bar{A}]_{31} & [\bar{A}]_{32} & [\bar{A}]_{33} & [\bar{A}]_{34} \\ [\bar{A}]_{41} & [\bar{A}]_{42} & [\bar{A}]_{43} & [\bar{A}]_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega\mu_0 \{H_x\}_1 \\ j\omega\mu_0 \{H_y\}_1 \\ j\omega\mu_0 \{H_x\}_2 \\ j\omega\mu_0 \{H_y\}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [B]_1^y \\ \{0\} \\ \{0\} \\ \{0\} \end{bmatrix} \quad (16)$$

求解 (16) 式, 得到入射面 Γ_1 和出射面 Γ_2 上点的横向磁场 \mathbf{H}_t , 利用下面公式便可确定主模 TE₁₀ 的反射系数 S_{11} 和传输系数 S_{21} 。

$$S_{11} = \frac{\iint_{\Gamma_1} \mathbf{h}_{110} \cdot j\omega\mu_0 \mathbf{H}_{t1} d\Gamma - j\beta_{10} a_{110} e^{-j\beta_{10} z_i}}{-j\beta_{10} a_{110} e^{-j\beta_{10} z_i}} \quad (17a)$$

$$S_{21} = \frac{\iint_{\Gamma_2} \mathbf{h}_{110} \cdot j\omega\mu_0 \mathbf{H}_{t2} d\Gamma}{-j\beta_{10} a_{110} e^{-j\beta_{10} z_2}} \quad (17b)$$

3 计算结果

为了检验本文方法的精确性和有效性, 我们对一些导波结构不连续性的散射问题进行了分析, 并与 12 参量六面体边缘元的计算结果进行了比较。在计算中, 我们对两种三维边缘元方法均利用自动剖分技术以增加计算程序的通用性和方便性^[18]; 同时采用系数矩阵压缩技术以节省内存。以下是数值计算结果和两种方法的比较情况。

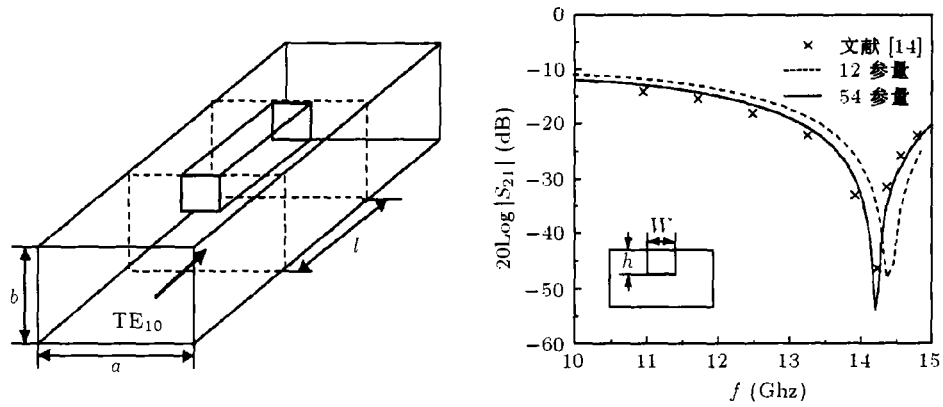


图 2 E 面脊波导散射特性
($a = 19.05\text{mm}$, $b = 9.524\text{mm}$, $l = 5.08\text{mm}$, $W = 1.016\text{mm}$, $h = 7.619\text{mm}$)

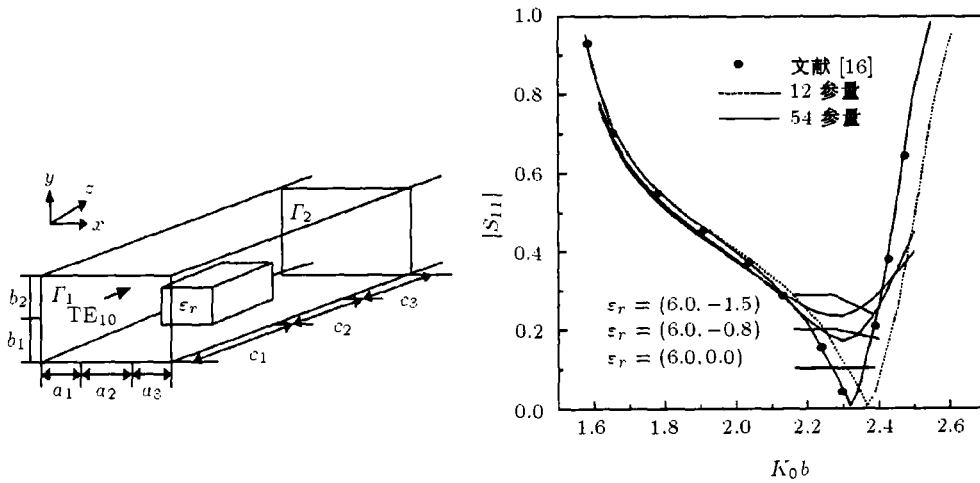
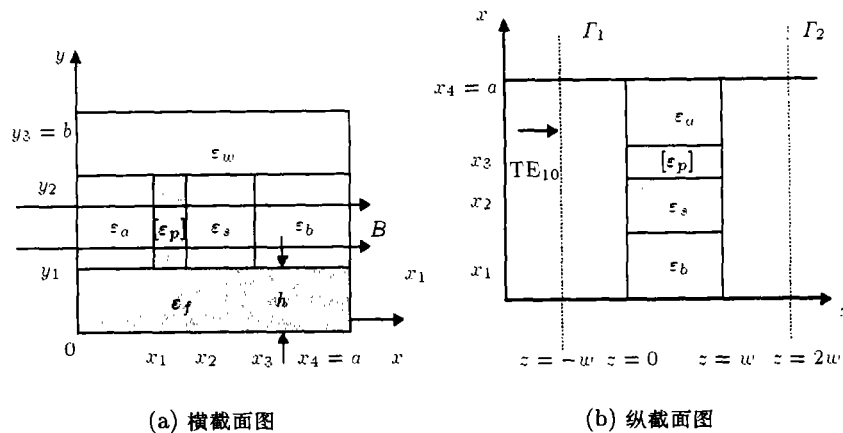


图 3 有损介质块填充波导散射特性
($a_1 = a_3 = 0.556b$, $a_2 = 0.888b$, $b_1 = 0.399b$, $b_2 = 0.601b$, $c_1 = c_3 = b$, $c_2 = 0.8b$)



(a) 横截面图

(b) 纵截面图

图 4 II-VI 族半导体填充波导不连续性示意图

首先我们对空波导的传输系数进行了计算。为了说明问题,在计算中对两种边缘元结构均采用约190个未知节点数。表1是计算结果及比较。从表1可以看到无论对振幅或相位用54参量要比用12参量的计算精度高出一个多数量级。图2-图4分别给出了三种导波结构不连续性的散射特性。图2给出了E面脊波导的传输特性。图3是有损介质块填充的波导三维不连续性结构的反射系数随归一化频率 k_0b 的变化曲线。表2列出了II-VI族半导体材料填充波导不连续性问题在不同间隙 g 下传输系数的计算值。我们同样对54参量和12参量的计算结果与其它文献的结果进行了比较,其中12参量和54参量的未知节点数都保持约为370。

从上面的结果我们可以看出54参量三维边缘元结构确实能有效的提高计算精度和效率,是一种求解波导三维不连续性问题的高效数值计算方法,有推广应用的实际价值。

表1 空波导传输系数各种方法数值结果之比较

频率 (GHz)	幅度			相位		
	理论值	12参量	54参量	理论值	12参量	54参量
8	1.0	1.009237	1.000224	-25.3992	-25.4887	-25.4088
10	1.0	1.007883	1.000353	-38.4000	-38.2917	-38.3925
12	1.0	1.001824	0.999947	-49.8830	-50.3525	-49.8423
14	1.0	0.999541	1.000131	-60.7151	-60.2733	-60.6883
16	1.0	1.000443	1.000088	-71.1955	-71.6624	-71.2102

表2 不同高度II-VI族半导体样品传输系数各种方法数值结果之比较

($a = 22.86\text{mm}$, $b = 10.16\text{mm}$, $x_4 - x_3 = 10.15\text{mm}$, $d_p = 0.0047\text{mm}$,
 $d_s = 1.0\text{mm}$, $h = 0.2\text{mm}$, $f = 8.9\text{GHz}$, $\epsilon_p = (-2861, -103052)$, $\epsilon_s = (11, -0.5)$)

$g(\text{mm})$	严格模匹配方法(文献[18])	12参量	54参量
0.2	-2.68	-2.783	-2.686
0.4	-2.449	-2.487	-2.451
0.6	-2.290	-2.282	-2.288
0.8	-2.151	-2.162	-2.152
1.0	-2.028	-2.054	-2.029
2.0	-1.603	-1.588	-1.598
3.0	-1.272	-1.237	-0.1269
4.0	-1.007	-0.925	-0.993
5.0	-0.783	-0.746	-0.781

参 考 文 献

- [1] S. R. Hool, S. R. Hoole, R. Rios, S. Yoganathan, Vector potential formulations and finite element trial functions, Int. J. Number. Meth. Eng., 1988, 26(2), 95-108.
- [2] M. L. Barton, Z. J. Cendes, New vector finite elements for three-dimensional magnetic field computation, J. Appl. Phys., 1987, 61(8), 3919-3921.
- [3] Z. J. Cendes, Vector finite elements for electromagnetic field, IEEE Trans. on Magnetics, 1991, 27(9), 3958-3966.
- [4] JF. Lee, D. K. Sun, Z. J. Cendes, Tangential vector finite elements for electromagnetic field computation, IEEE Trans. on Magnetics, 1991, 27(9), 4032-4035.
- [5] R. Miniowitz, J. P. Webb, Covariant-projection quadrilateral elements for the analysis of waveguides with sharp edges, IEEE Trans. on Microwave Theory Tech., 1991, MTT-39(8), 1262-1271.
- [6] G. Mur, A. T. de Hoop, A finite-element method for computing three dimensional electromagnetic fields in inhomogeneous media, IEEE Trans. on Magnetics, 1985, 21(11), 2188-2191.
- [7] A. Kameari, Calculation of transient 3D eddy current using edge-elements, IEEE Trans. on Magnetics, 1990, 26(3), 466-469.

- [8] A. Bossavit, Rational A for edge-elements' in 3-D fields computations, *IEEE Trans. on Magnetics*, 1988, 24(1), 74-79.
- [9] A. Bossavit, I. Mayergoyz, Edge-element for scattering problems, *IEEE Trans. on Magnetics*, 1989, 25(7), 2816-2821.
- [10] H. Whitney, *Geometric Integration Theory*, New Jersey, Princeton University Press, 1957, Chapter 1.
- [11] J. P. Webb, Edge elements and what they can do for you, *IEEE Trans. on Magnetics*, 1993, 29(3), 1460-1465.
- [12] K. Ise, K. Inoue, M. Koshib, Three-dimensional finite-element method with edge elements for electromagnetic waveguide discontinuities, *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1991, MTT-39(8), 1289-1295.
- [13] M. Koshiba, K. Hayata, M. Suzuki, Vectorial finite-element formulaton without spurious solutions for dielectric waveguide problems, *Electron. Lett.*, 1984, 20(3), 409-410.
- [14] R. Mansour, R. S. K. Tong, R. H. MacPhie, Simplified description of the field distribution in finlines and ridge waveguides and its application to the analysis of E-plane discontinuities, *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1988, MTT-36(12), 1825-1832.
- [15] M. Koshiba, K. Hayata, M. Suzuki, Approximate scalar finite-element analysis of anisotropic optical waveguides with off-diagonal elements in permittivity tensor, *IEEE Trans. on Microwave Theory Tech.*, 1984, MTT-32(6), 587-593.
- [16] H. Katzier, Strenvrhalten elektromagnetischer wellen bei sprunghaften übergangen geschirmter dielektrischer leitungen, *Arch. Elektron. Ubertrag. Tech.*, 1984, 38(3), 290-296.
- [17] Xu Shanjia, Scattering characteristics of 3-D discontinuity consisting of semiconductor sample filled in waveguide with gaps, *Int. J. Infrared and Millimeter Waves*, 1993, 14(10), 2155-2190.
- [18] Xu Shanjia, Sheng Xinqing, An automatic division technique for 3-D finite-element analysis of the discontinuity problem in the waveguide, India, *Proceedings of the 4th International Symposium on Recent Advances in Microwave Technology*, 1993.

HIGH-ORDER 3-D EDGE-ELEMENT ANALYSIS OF THE 3-D DISCONTINUITY PROBLEMS IN GUIDED WAVE STRUCTURES

Xu Shanjia Jia Dongyan

(Dept. of Electro. Eng. Info. Sci., Univ. of Sci. and Tech. of China, Hefei 230027, China)

Abstract A 54 parameter high-order 3-D edge-element approach based on full magnetic vector variational formulas is discussed. This approach eliminates the spurious solutions efficiently and possesses very high accuracy. The analyses of the scattering characteristics of some 3-D discontinuity problems in guided wave structures verify the effective and reliability of the present method. The comparison between the numerical results obtained with 54 and 12 parameter edge element methods shows that the present approach is more accurate and efficient.

Key words Guided wave structure, 3-D discontinuity, High-order 3-D edge-element

徐善驾: 男, 1939年生, 教授, 博士生导师, 从事毫米波及光波理论和技术方面的教学与科研工作。
贾冬炎: 男, 1972年生, 硕士生, 从事数值方法方面的研究工作。