

## 反馈时延对闭环多天线系统性能的影响

孙欢 尤肖虎

(东南大学移动通信国家重点实验室 南京 210096)

**摘要:** 该文研究了在时间相关信道下反馈时延对基于天线选择闭环多天线系统性能的影响。在这种系统中,接收端根据瞬时最大信噪比准则选择发射端天线,并把选定天线信息通过反馈链路传送给发射端来进行天线选择。文中分析了在时变信道下反馈时延对系统平均容量、容量中断概率及在 BPSK 调制下系统的误比特率的影响,给出了其关系的解析表达式,数值仿真证明了理论分析的正确性。

**关键词:** 多天线系统; 反馈时延; 时间相关信道; 天线选择

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1009-5896(2008)02-0426-04

## Impact of Feedback Delay on the Performance of Closed Multi-Antenna Systems

Sun Huan You Xiao-lu

(National Mobile Communications Research Lab, Southeast University, Nanjing 210096, China)

**Abstract:** In this paper, the impact of feedback delay on the performance of one closed multi-antennas system based transmit antenna selection is investigated. In such system, the receiver uses the maximum instantaneous SNR to select a target transmit antenna, then feedback the selected information to the receiver for transmit selection through the feedback link. The impact of feedback delay on the ergodic capacity, system outage probability and the bit error rate based on BPSK modulation are researched and the analytic results are presented. Simulations also demonstrate the effect of feedback delay on system performance.

**Key words:** Multi-antennas system; Feedback delay; Temporally-correlated channel; Antenna selection

### 1 引言

文献[1,2]等证明了多输入多数出(MIMO)系统可极大的提高系统容量和改善系统性能,如 MIMO 信道可以通过分层结构来获得更高的带宽利用率<sup>[3]</sup>,也可通过空时编码技术,如空时分组码(STBCs)<sup>[4,5]</sup>,空时格码(STTCs)<sup>[6]</sup>来获得满集增益。然而,这种空时码的设计和实现的高复杂度使其在实际的应用中遇到了挑战。与此相比,天线选择技术作为一种灵活和便于实现的技术开始被提出并应用到多天线系统中,近年来在平稳衰落信道模型下天线选择技术的理论和应用得到了广泛和深入的研究,并取得了显著的成果,出了很多具有实用价值的天线选择的方案,如在文献[7-9]中提出的天线选择方案有双模选择、多模选择及发射端天线选择及最大比合并方案(TAS/MRC)等,在文献[8,9]中证明了基于 TAS/MRC 的方案可以获得满集增益。然而,在这些结论均是在假设信道模型为平坦瑞利衰落模型(也称之为块衰落瑞利模型)、反馈链路不存在反馈时延的条件下取得的。

本文研究的是多输入单输出的多天线通信系统,前向链路的信道模型采用是缓慢时变信道模型,系统的反馈链路存在一定的反馈时延,并且在发射端采用的是天线选择技术,

同时假设反馈链路是无误差反馈。本文的主要贡献是在时变信道模型下,分析了反馈时延对系统性能的影响,并从理论和仿真上对已有文献[9]中的结论进行了全面的比较,从理论和仿真证明了文献[9]中的结论是本文结论的一个特例。

### 2 系统模型

本文研究的对象是在时间相关瑞利信道模型下多输入单输出的多天线通信系统,在发射端配置有  $L_t$  个天线,而接收端仅配置有一个接收天线,发射端根据反馈的信息来选择发射端的天线以形成与接收端的通信链路,其结构如图 1 所示。

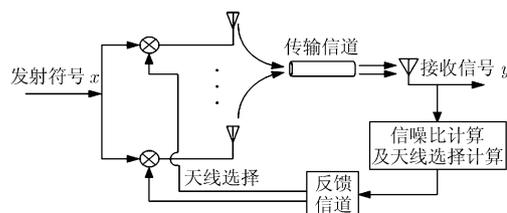


图 1 系统模型

用  $\mathbf{h}$  表示  $1 \times L_t$  的信道矢量, 矢量中的元素  $h_i, 1 \leq i \leq L_t$ , 表示发射端第  $i$  个天线与接收天线间链路的衰落系数, 并且假

设它们是独立同分布的单位循环复高斯变量, 则发射端天线选择的方法可以表示为

$$I = \arg \max_{1 \leq i \leq L_t} \{C_i = |h_i|^2\} \quad (1)$$

通过反馈链路, 发射端在获得  $I$  的信息后对发射端的天线进行选择。式(1)中的天线选择准则与按瞬时最大信噪比选择天线的准则是等价的, 这说明式(1)中的天线选择方案也是最优的, 同时这种天线选择方案已经在文献[8-10]中被广泛的采纳和使用。

在任一时刻  $k$ , 未经过编码的信号  $x(k)$  通过发射端选定的天线进行发射, 则在接收端所接收到的信号可以表示为

$$y(k) = \sqrt{E_b} h(k)x(k) + n(k) \quad (2)$$

其中  $y(k)$  表示接收端在  $k$  时刻所接收到的信号,  $n(k)$  表示  $k$  时刻通信链路上承受的复加性高斯白噪声, 单边功率谱密度为  $N_0$ ,  $E_b$  为发端的比特能量。在时变信道下, 由于反馈链路的时延, 此时接收端与选定天线形成链路的状态  $h(k)$  和  $D$  时刻前相同链路的状态  $h(k-D)$  是不同的。用  $S$  表示  $|h(k)|^2$ ,  $S_i$  表示  $|h_i(k)|^2$ , 则可知  $S_i$  为服从自由度为2的卡方分布(即指数分布), 其概率密度函数(PDF)可以表示为

$$p(S_i) = \exp(-S_i), \quad S_i \geq 0 \quad (3)$$

随机变量  $S_i$  的累计分布函数(CDF)可由其式(3)积分获得, 可表示为

$$P(S_i) = 1 - \exp(-S_i), \quad S_i \geq 0 \quad (4)$$

结合天线选择准则式(1), 令  $\tilde{S} = \max\{S_i, i = 1, \dots, L_t\}$ , 则随机变量  $S$  的 PDF 可由文献[11]得到

$$P(\tilde{S}) = L_t \cdot [1 - \exp(-\tilde{S})]^{L_t-1} \exp(-\tilde{S}), \quad \tilde{S} \geq 0 \quad (5)$$

**引理 1** 设随机变量  $S$  在不同时刻  $k$  和  $k+D$  分别取值  $x$  和  $y$ , 则它们的联合概率密度函数可表示为

$$p_S(x, y) = \frac{1}{1-\rho} \exp\left[-\frac{x+y}{1-\rho}\right] I_0\left(\frac{2\sqrt{xy\rho}}{1-\rho}\right), \quad x, y \geq 0 \quad (6)$$

引理 1 中的  $D$  表示的是时间间隔数, 单位为采样周期, 其真实时间间隔为  $T = DT_s$ ,  $T_s$  是采样周期或是数据离散化的时间单位。式中的  $\rho$  是  $x$  和  $y$  的相关系数, 它与信道的参数如多普勒频移及具体的时延  $T$  等有关。如文献[12]中述, 在相关瑞利信道模型下,  $\rho = J_0^2(2\pi f_d T)$ , 其中  $J_0(\cdot)$  为第一类零阶贝塞尔函数。

**证明** 利用文献[13, 14]中关于 Nakagami- $m$  随机变量的联合概率密度函数的结论, 在令  $m = 1$  则可直接得到引理 1 的结论。

用符号  $\gamma$  表示在时刻  $k$  接收端获得的信噪比, 该信噪比是一个随机变量, 其在延时  $D$  个时间周期后的值用  $\gamma_D$  表示, 则  $\gamma = \gamma_0 \tilde{S}$ , 其中  $\gamma_0 = E_b/N_0$ ,  $\gamma_D$  的概率密度函数由引理 2 给出。

**引理 2** 当反馈链路存在反馈时延为  $D$  时, 接收端可获得信噪比  $\gamma_D$  的概率密度函数可以表示为

$$p(\gamma_D) = \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{L_t}{\gamma_0((1-\rho)k+1)} (-1)^k \binom{L_t-1}{k} \exp(-\alpha\gamma_D) \quad (7)$$

其中  $\alpha = (k+1)/\gamma_0((1-\rho)k+1)$ ,  $\rho = J_0^2(2\pi f_d T_s D)$ 。

**证明** 由式(5)及  $\gamma = \gamma_0 \tilde{S}$  等关系可以得到  $\gamma$  的概率密度函数为

$$f(\gamma) = L_t \left[1 - \exp\left(-\frac{\gamma}{\gamma_0}\right)\right]^{L_t-1} \frac{1}{\gamma_0} \exp\left(-\frac{\gamma}{\gamma_0}\right) \quad (8)$$

再根据式(6)和式(8), 可以得出在给定  $\gamma$  条件下  $\gamma_D$  的概率密度函数为

$$f_{\gamma_D}(\gamma_D|\gamma) = \frac{1}{(1-\rho)\gamma_0} \exp\left[-\frac{\gamma_D + \rho\gamma}{(1-\rho)\gamma_0}\right] I_0\left(\frac{2\sqrt{\rho\gamma_D\gamma}}{(1-\rho)\gamma_0}\right) \quad (9)$$

则  $\gamma_D$  的概率密度函数可表示为

$$\begin{aligned} f(\gamma_D) &= \int_0^\infty f(\gamma_D|\gamma)f(\gamma)d\gamma \\ &= \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{L_t}{\gamma_0((1-\rho)k+1)} (-1)^k \binom{L_t-1}{k} \exp(-\alpha\gamma_D) \quad (10) \end{aligned}$$

### 3 平均容量和中断概率分析

本节将对系统平均容量和中断概率与反馈时延的关系进行分析, 给出它们之间关系的解析表达式。

#### 3.1 系统平均容量分析

根据文献[11]中的结论, 一个单输入单输出系统的瞬时系统容量的表达式可表示为

$$C(\gamma_D) = \log(1 + \gamma_D) \quad (11)$$

其中的  $\gamma_D$  表示在接收端获得的瞬时信噪比, 因为  $\gamma_D$  为随机变量, 所以  $C(\gamma_D)$  也为一随机变量。因此需要计算系统的平均容量, 系统的反馈时延为  $D$  时平均容量可以表示为

$$\bar{C}(D) = \int_0^\infty C(\gamma_D)f(\gamma_D)d\gamma_D \quad (12)$$

将式(10)和式(11)代入式(12), 可得到系统的平均容量为

$$\begin{aligned} \bar{C}(D) &= \int_0^\infty C(\gamma_D)f(\gamma_D)d\gamma_D \\ &= \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{L_t}{k+1} (-1)^{k+1} \binom{L_t-1}{k} \exp\left(\frac{k+1}{\gamma_0((1-\rho)k+1)}\right) \\ &\quad \cdot E_i\left[-\frac{k+1}{\gamma_0((1-\rho)k+1)}\right] \quad (13) \end{aligned}$$

其中  $E_i(x) = -\int_{-x}^\infty \exp(-t)/tdt$ 。从式(13)可知, 平均容量的表达与在文献[9]中对应的表达式有非常相似的结构, 文献[9]中的结论是式(13)的一个特例, 即时延等于零时系统的平均容量。

#### 3.2 容量中断概率分析

系统容量的中断概率定义为在给定传输速率  $R$  下, 系统容量小于该传输速率的概率。因此容量中断概率可以表示为

$$P_{\text{out}}(R, \gamma_D) = P\{\log_2(1 + \gamma_D) < R\} = P\{\gamma_D < 2^R - 1\} \quad (14)$$

令  $y = 2^R - 1$ , 并结合式(10), 系统的容量中断概率可以表示为

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}(R, \gamma_D) &= \int_0^y \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{(-1)^k L_t}{\gamma_0((1-\rho)k+1)} \binom{L_t-1}{k} \exp(-\alpha\gamma_D) d\gamma_D \\ &= L_t \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{(-1)^k}{k+1} \binom{L_t-1}{k} \left[1 - \exp\left(-\frac{2^R-1}{\gamma_0} \frac{k+1}{((1-\rho)k+1)}\right)\right] \quad (15) \end{aligned}$$

### 4 系统误比特率分析

本节将分析当系统在发射端采用 BPSK 调制下系统的误比特率与系统反馈延时的关系, 给出其关系的解析表达式。

#### 4.1 误比特率分析

对于一个单输入单输出的系统, 当系统在发射端采用 BPSK 调制下系统的误比特率可由文献[11]中的结论给出, 可表示为

$$P_b = \int_0^\infty Q(\sqrt{2\gamma_D})f(\gamma_D)d\gamma_D \quad (16)$$

代入  $\gamma_D$  的概率密度函数, 则式(16)可以表示为

$$P_b = \int_0^\infty Q(\sqrt{2\gamma_D}) \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{(-1)^k L_t}{\gamma_0 \left( (1-\rho)k+1 \right)} \binom{L_t-1}{k} \exp(-\alpha\gamma_D) d\gamma_D$$

$$= \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{L_t (-1)^k}{2} \binom{L_t}{k+1} \left( 1 - \sqrt{\frac{\gamma_0 \left( (1-\rho)k+1 \right)}{\gamma_0 \left( (1-\rho)k+1 \right) + k+1}} \right) \quad (17)$$

从式(17)可知系统的误比特率是相关系数  $\rho$  的函数, 根据关系式  $\rho = J_0^2(2\pi f_d DT_s)$  可知误比特率与反馈延时有密切的关系。

#### 4.2 信噪比增益分析

定义闭环多天线系统在接收端可获得的平均信噪比增益为

$$G = E(\gamma_D) / \gamma_0 \quad (18)$$

根据  $\gamma_D$  的概率密度函数, 则可计算出接收端可获得的信噪比增益与反馈延时关系为

$$G_D = \frac{1}{\gamma_0} \int_0^\infty \gamma_D \sum_{k=0}^{L_t-1} \frac{(-1)^k L_t}{\gamma_0 \left( (1-\rho)k+1 \right)} \binom{L_t-1}{k} \exp(-\alpha\gamma_D) d\gamma_D$$

$$= \sum_{k=0}^{L_t-1} L_t (-1)^k \binom{L_t-1}{k} \frac{\left( (1-\rho)k+1 \right)}{\left( k+1 \right)^2} \quad (19)$$

### 5 实验仿真

根据 3GPP 规范, 假设移动台运动的速度为 2m/s, 载频为 2.4GHz, 则信道的相干时间为 26.4ms, 则每帧的时间大约为 3ms。天线选择系统的工作方式为: 在第 1 帧, 基站各天线依次对移动台发送导频信号, 移动台对各天线对应的信道进行估计; 在第 2 帧, 基站接收移动台反馈的信息, 对发射天线进行选择; 在第 3 帧时间内, 发射台利用已选择好的天线进行发送。在这种传输方案中, 发射台利用的信道信息已经不是当前的信道信息了, 至少是延迟了一帧的时间。根据以上的参数给出了系统的仿真数据及理论数据的比较。

系统平均容量与反馈延时的关系如图 2 所示, 在不同反馈延时下仿真曲线与理论曲线几乎是重叠的, 这表明反馈延时对系统平均容量的影响是比较小的。图 3 仿真的在  $R=1\text{bit/s/Hz}$  时系统容量中断概率与反馈延时的关系。反馈延

时  $TD=0$  时的曲线表示系统在块衰落信道下系统的容量中断概率与接收信噪比的关系, 此时系统容量的中断概率与文献[9]中的结论及仿真是一致的; 仿真结果表明了系统的容量中断概率随着系统反馈延时变大而增大。图 4 所示的是系统误比特率与反馈延时关系。仿真结果表明了系统的误比特率随着反馈延时的增大而增大。根据系统可获得分集度与误比特率的关系, 即分集度可表示为  $\kappa = -\lim_{\gamma_0 \rightarrow \infty} \log P_b / \gamma_0$ 。因此

图 4 中误比特率曲线的斜率即表述了系统可获得的分集度。随着反馈延时的增加, 误比特率曲线的斜率在逐渐的减小, 因此系统可获得的分集度也是在逐步的减小。

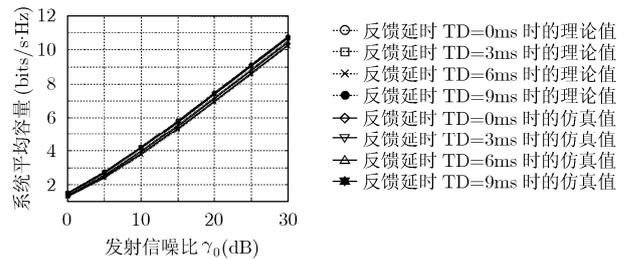


图 2 平均容量与反馈延时的关系

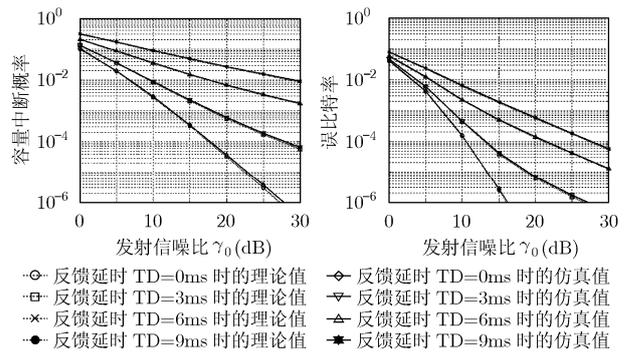


图 3 系统容量中断概率与反馈延时的关系

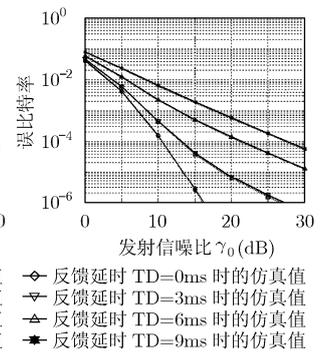


图 4 误比特率与反馈延时的关系

### 6 结束语

本文分析了在相关瑞利衰落信道下, 闭环多天线系统的反馈链路时延对系统性的影响, 推导出了反馈延时与系统平均容量、容量中断概率及在 BPSK 调制下的误比特率关系的解析表达式, 理论和仿真结果均证明了反馈链路的时延会造成系统性能的大幅下降。因此在设计实际的闭环多天线通信系统中, 反馈链路的时延应给予充分的考虑和研究, 本论文的相关结论有很高的参考价值。

### 参考文献

[1] Telatar I E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. *European Trans Telecommunication*, 1999, 10(6): 585-596.

[2] Foschini G J and Gans M J. On limits of wireless communications in a fading environment when using multiple antennas. *Wireless Personal Communications*, 1998, 6(3):

- 311-335.
- [3] Foschini G J. Layered space-time architecture for wireless communication in a fading environment when using multi-element antennas. *Bell Labs*, 1996, 1(2): 41-59.
- [4] Alamouti S M. A simple transmit diversity technique for wireless communications. *IEEE Trans. on JSAC*, 1998, 16(8): 1451-1458.
- [5] Tarokh V, Jafarkhani H, and Calderbank A R. Space-time block codes from orthogonal designs. *IEEE Trans. on Inform. Theory*, 1999, 45(4): 1456-1467.
- [6] Tarokh V, Seshadri N, and Calderbank A R. Space-time codes for high data rate wireless communication. *IEEE Trans. on Comm.*, 1999, 47(2): 199-206.
- [7] Heath R W Jr and Love D J. Dual-mode antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers. in Proc. IEEE Asil. Conf., Calif., 2003, 1: 1085-1089.
- [8] Heath R W Jr and Love D J. Multimode antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2005, 53(8): 3042-3056.
- [9] Chen Zhuo, Yuan Jinhong, and Vucetic B. Analysis of transmit antenna selection/maximal-ratio combining in Rayleigh fading channels. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2005, 54(4): 1312-1321.
- [10] Heath R W Jr, Sandhu S, and Paulraj A. Antenna selection for spatial multiplexing systems with linear receivers. *IEEE Commun. Lett.*, 2001, 5(4): 142-144.
- [11] Proakis J G. Digital Communications. 4rd ed., New York: McGraw-Hill, 2001, chapter 2.
- [12] Mehta N B and Goldsmith A. Performance analysis of link adaptation in wireless data networks. in Proc. IEEE GLOBECOM'2000, San Francisco, 2000, 3: 1422-1426.
- [13] Ramesh A, Chockalingam A, and Milstein L B. A first-order Markov model for correlated Nakagami-m fading channels. IEEE International Conference, N.Y., ICC., 2002, 5: 3413-3417.
- [14] Alouini M S and Simon M K. Performance analysis of coherent equal gain combining over Nakagami-m fading channels. *IEEE Trans. on Veh. Technol.*, 2001, 50(6) : 1449-1463.
- 孙欢: 男, 1974年生, 博士生, 研究方向为MIMO、分布式通信系统及协同通信等。
- 尤肖虎: 男, 1962年生, 教授, 博士生导师, 研究方向为未来宽带移动通信理论与技术。