

关于“对‘准脆性材料破裂过程失稳的尖点突变模型’的讨论”的回复

REPLY TO “DISCUSSION ON ‘A CUSP CATASTROPHE MODEL OF UNSTABLE FAILURE PROCESS OF QUASI-BRITTLE MATERIALS’”

张明(ZHANG Ming), 李仲奎(LI Zhongkui)

(清华大学 水沙科学与水利水电工程国家重点实验室, 北京 100084)

(State Key Laboratory of Hydrosience and Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)03 - 646 - 03

作者发表于《岩石力学与工程学报》2006年第25卷第6期的“准脆性材料破裂过程失稳的尖点突变模型”引起潘岳教授等的讨论。基于此,作者就相关问题进行说明,旨在回答“对‘准脆性材料破裂过程失稳的尖点突变模型’的讨论”一文提出的若干问题,并且阐明目前在岩体以及岩石类材料失稳过程分析中应用突变理论时两种不同的观点和处理方法以及所采用的突变模型。

1 岩石类材料失稳分析问题的简化

岩石试件材料破裂过程中的失稳现象,实际上是材料连同加载体的整个系统的失稳,与试验机-试样系统的失稳机制是相同的。

图1为试验机加载方法的示意图。试验机油压装置推动活塞,使压头压迫试件。在加载过程中,除了试件受压变形,机身也会产生一定的微小变形。加载速率通过调节进油量调节。对于试件非稳定破裂现象的试验研究,要求控制加载使之成为准静态加载。

将图1所示试件及试验机看作一个系统,而在进行理论分析时,有时利用图2所示的试验机-试样系统简化力学模型^[1~11]。系统以串联的弹簧和试件表示,一端固定,一端作用压力 P 。系统的状态由试件的位移 u 、系统总的变形 a 和弹簧变形 u_m 来描述。将此系统的状态变化过程作为准静态过程处理,即系统由一个平衡态平衡地过渡到另一个平衡态。在弹性阶段工作的试验机机身代以线刚度为 K_m 的弹簧,试件荷载-位移关系假定为 $R=f(u)$ 。岩石类材料试件的变形全过程曲线具有形变软化阶段。

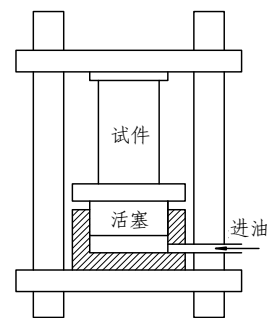


图1 试验机加载方法示意图

Fig.1 Sketch of loading method on testing machine

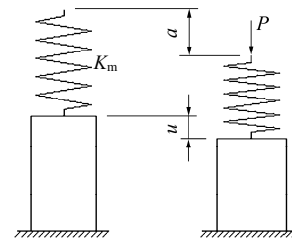


图2 试验机-试件系统简化力学模型

Fig.2 Simplified mechanical model of testing machine-specimen system

利用突变理论分析试验机-试样系统的失稳过程时,首先要得到该系统的总势能。为此需假定外力 P 所做的功与其作用点的位移的最终值 a 有关,而与达到位移的最终值 a 的路径无关,即假定系统为保守力系,存在总势能。

收稿日期: 2008 - 02 - 11

基金项目: 国家自然科学基金委员会、二滩水电开发有限责任公司雅砻江水电开发联合研究基金项目(50539090)

作者简介: 张明(1965-),男,博士,1988年毕业于西安交通大学工程力学系,现任副教授,主要从事岩石力学与工程的教学与研究工作。

E-mail: mzhang@tsinghua.edu.cn

设 u 为试件的变形, u_m 为试验机弹簧的位移。系统的内能包括试件和试验机的应变能, 分别为 $\int_0^u f(u)du$ 和 $\frac{1}{2}K_m u_m^2$ 。外力势能为外力所做的功的负值, 即 $-\int_0^a Pda$ 。由弹性体总势能 Π 的定义, 即总势能为应变能和荷载系统的外力势之和可知

$$\Pi = \int_0^u f(u)du + \frac{1}{2}K_m u_m^2 - \int_0^a Pda \quad (1)$$

其中外力总位移 a 、试件位移 u 和弹簧位移 u_m 存在如下关系:

$$a = u_m + u \quad (2)$$

驻值条件 $\Pi' = 0$ 给出系统的平衡方程, 其中 $\Pi'' > 0$ 表示稳定平衡, $\Pi'' < 0$ 表示不稳定平衡, 本文求导运算均以 u 为变量进行。将 Π 在奇异点作 Taylor 展开并且规范化, 所得到的系统总势能多项式可用于对系统的突变类型的分类。这些都取决于最终所采用的 Π 的具体形式, 取决于式(1)右端第 3 项外力势的不同处理。

2 突变模型的确立

2.1 折迭突变模型

潘岳等^[2-6]基于外力 P 及其作用点位移 a 均为试件位移 u 的函数的认识, 认为应考虑外力势在总势能中的贡献, 由此得到的是岩石类材料破裂过程分析的折迭突变模型。

此时总势能(式(1))具体为

$$\Pi = \int_0^u f(u)du + \frac{1}{2}K_m u_m^2 - \int_0^{a(u)} Pda \quad (3)$$

相应的平衡方程为

$$f(u) + K_m u_m u_m' - P(a) a' = 0 \quad (4)$$

考虑到 $R = f(u) = K_m u_m$, 式(4)又可写成

$$f(u) + \frac{1}{K_m} f(u) f'(u) - P(a) a' = 0 \quad (5)$$

潘岳等^[4, 6]将其中的 $P(a) a'$ 称作能量输入率, 表示岩样产生单位形变所需外界输入系统的能量。

2.2 尖点突变模型

另一种做法是不考虑外力势在总势能中的作用^[7-13]或认为外力 P 及其作用点位移 a 均非试件位移 u 的函数, 这样给问题的分析带来极大的便利, 所得到的突变模型是尖点突变模型。

此时总势能仍由式(1)给出, 注意到式(2)还可写成

$$\Pi = \int_0^u f(u)du + \frac{1}{2}K_m (a-u)^2 - \int_0^a Pda \quad (6)$$

不同的是在对外力势项的求导时做了简便的处理。

与式(6)相应的平衡方程为

$$f(u) - K_m (a-u) = 0 \quad (7)$$

即

$$f(u) - K_m u_m = 0 \quad (8)$$

式(7)或(8)的意义是明显的, 即它表示试件与弹簧之间的作用力与反作用力在任何时刻都是相等的。

迄今未曾见到对外力 P 及其作用点位移 a 均非试件位移 u 的函数的观点的解释, 也许是研究者们由此得到的平衡方程式的合理性是显然的, 而后验的认为此观点是正确的。不过, 作者在此试图对此作出说明。

描述图 2 所示系统状态的变量有 a , u 和 u_m , 对于普通试验机采取荷载控制加载方式, 外力 P 是主动的, 不受试件变形的被动约束, 不需根据试件的变形情况而是以预先设定的加载方式加载, 此时认为 P 不受 u 的影响。由于先施加了外力 P , 才会产生 u , P 不被认为是 u 的函数。例如, P 可以是常值, 如实际工程中上部山岩所受重力, 或者是试验中设定的加载变化规律。

再者, 很明显, 图 2 所示系统在外力 P 的作用下, 弹簧压缩量 u_m 并不受试件变形量 u 的影响, 因为 $u_m = P/K_m$, 而 P 是独立变化的主动外力。尽管存在关系(式(2))或 $u_m = a - u$, 3 个状态变量 u , u_m 和 a 有两个是独立变化的。如果弹簧上部不动, u_m 才是 u 的因变量, 此时 $u_m = -u$ 。这样, 系统总位移 a 可以作为独立变量, 外力势能项因此与 u 无关。

张明和李仲奎^[8]选取 u 和 a 作为系统状态变量, 在应用最小势能原理得到系统的平衡方程时, 式(6)的外力势项在对 u 求导时为 0。事实上, 作者正是采用了唐春安^[1]的观点和做法, 而众多学者^[6-13]的观点与此完全相同, 他们有时甚至直接将外力势项丢掉^[1, 13], 这样虽则在总势能的表达上不全面, 但不影响最终突变模型的建立, 所得结果也为试验等所证实。

3 结论

本文对岩石类材料破裂过程分析中所采用的简化力学模型作了讨论, 介绍了试验机-试件系统的总势能表达式及其两种处理方法, 由此产生两种不同的应用突变理论的途径。可以确知:

(1) 岩石类材料破裂过程的突变理论分析所依据的势能函数完整表达式中应当包含外力势项, 但目前对此项的后续处理有两种做法, 对系统的平衡和突变模型的选取都有所差异。

(2) 如果认为外力、外力作用点位移和试验机的变形均为试件变形的函数, 由此得到的平衡方程中包含外力输入系统能量项, 所利用的突变类型是折迭突变。这种方法能够考虑伺服加载控制的试验机的情形。

(3) 如果认为外力是主动力, 外力及其作用点的位移不是试件的变形的函数, 外力势在求导时为 0, 由此所得的平衡方程表示试验机和试件之间的作用力和反作用力, 突变分析是沿着尖点突变的分析途径进行的。这种方法针对普通试验机的情形。

(4) 岩石类材料失稳破裂现象分析所采用的折迭突变模型和尖点突变模型两条途径, 类似于通常线性方法与非线性方法、一次方法与二次方法描述和处理问题时的区别, 都从不同方面不同程度地反映了事物的本质, 揭示出与实际相符

的规律。相较而言,后者分析过程较简单,所得结果意义较明确、清晰。在目前无法完全证伪的情况下,都有存在的理由。

(5) 折迭突变与尖点突变虽然属于突变理论的基本突变形式,用于描述不同性质的失稳现象,在反映岩石类材料失稳现象方面可能存在某些联系和共性,随着突变理论的深入发展,进一步的对比研究是必要的^[14]。

参考文献(References):

- [1] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993. (TANG Chun'an. Catastrophe in rock unstable failure[M]. Beijing: China Coal Industry Publishing House, 1993.(in Chinese))
- [2] 潘岳, 戚云松. 受压构件本构失稳的折迭突变模型[J]. 岩土力学, 2001, 22(3): 271 - 275, 307.(PAN Yue, QI Yunsong. The fold catastrophe model of constitutive failure in compression post[J]. Rock and Soil Mechanics, 2001, 22(3): 271 - 275, 307.(in Chinese))
- [3] 贺可强, 潘岳. 岩土介质的本构失稳与折迭突变模型[J]. 岩土工程学报, 2001, 23(4): 506 - 509.(HE Keqiang, PAN Yue. Constitutive failure of rock-soil mass and its fold catastrophic model[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2001, 23(4): 506 - 509.(in Chinese))
- [4] 潘岳, 王志强, 吴敏应. 岩体动力失稳终止点、能量释放量解析解与图解[J]. 岩土力学, 2006, 27(11): 1 915 - 1 921.(PAN Yue, WANG Zhiqiang, WU Minying. Analytic solution and illustration on destabilization end and energy releasing amount of rock dynamic destabilization[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(11): 1 915 - 1 921.(in Chinese))
- [5] 潘岳, 张勇, 于广明. 岩体失稳前兆阶段准静态形变平衡方程和加载参数——能量输入率[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(22): 4 080 - 4 087.(PAN Yue, ZHANG Yong, YU Guangming. Quasi-static deformation equilibrium equation and load parameter in premonitory phase of rock destabilization—energy importing rate[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(22): 4 080 - 4 087.(in Chinese))
- [6] 潘岳, 王志强. 岩体动力失稳的功、能增量——突变理论研究方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(PAN Yue, WANG Zhiqiang. Research approach on increment of work and energy—catastrophe theory of rock dynamic destabilization[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(in Chinese))
- [7] 唐春安, 徐小荷. 岩石破裂过程失稳的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 1990, 9(2): 100 - 107.(TANG Chun'an, XU Xiaohe. A cusp catastrophic model of rock unstable failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1990, 9(2): 100 - 107.(in Chinese))
- [8] 张明, 李仲奎. 准脆性材料破裂过程失稳的尖点突变模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2006, 25(6): 1 233 - 1 239.(ZHANG Ming, LI Zhongkui. A cusp catastrophe model of unstable model of unstable failure process of quasi-brittle materials[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(6): 1 233 - 1 239.(in Chinese))
- [9] 费鸿禄, 徐小荷, 唐春安. 突变理论研究单轴加载失稳与试验验证[J]. 中国矿业, 1995, 4(3): 53 - 57.(FEI Honglu, XU Xiaohe, TANG Chun'an. Application of catastrophe theory to unstable failure of rock and experimental verification[J]. China Mining Magazine, 1995, 4(3): 53 - 57.(in Chinese))
- [10] 陈忠辉, 徐小荷, 唐春安. 单轴压缩下岩石失稳破裂的突跳[J]. 东北大学学报, 1994, 15(5): 476 - 480.(CHEN Zhonghui, XU Xiaohe, TANG Chun'an. Catastrophe of rock's unstable failure under uniaxial compression loading[J]. Journal of Northeastern University, 1994, 15(5): 476 - 480.(in Chinese))
- [11] 陈忠辉, 唐春安, 傅宇方. 岩石失稳破裂的变形突跳研究[J]. 工程地质学报, 1997, 5(2): 143 - 149.(CHEN Zhonghui, TANG Chun'an, FU Yufang. Study on sudden jump of deformation in unstable failure of rocks[J]. Journal of Engineering Geology, 1997, 5(2): 143 - 149.(in Chinese))
- [12] 左宇军, 李夕兵, 马春德, 等. 动静组合载荷作用下岩石失稳破坏的突变理论模型与试验研究[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(5): 741 - 746.(ZUO Yujun, LI Xibing, MA Chunde, et al. Catastrophic model and testing study on failure of static loading rock system under dynamic loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(5): 741 - 746.(in Chinese))
- [13] WANG S Y, LAM K C, AU S K, et al. Analytical and numerical study on the pillar rockbursts mechanism[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2006, 39(5): 445 - 467.
- [14] LIGNOS X A, PARKE G A R, HARDING J E, et al. A comprehensive catastrophe theory for nonlinear buckling of simple systems exhibiting fold and cusp catastrophes[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2002, 54(2): 175 - 193.