

基于 CSA 和薄层单元法主动土压力计算方法

陈昌富, 曾玉莹, 肖淑君, 吴子儒
(湖南大学 岩土工程研究所, 湖南 长沙 410082)

摘要: 土压力计算一直沿用经典朗肯和库仑土压力理论, 所得土压力沿墙高呈三角形分布。而实际上认为挡土墙后土压力总是沿墙高呈三角形分布是不合理的, 墙体位移量和形式不同, 土压力分布将呈现不同的曲线形式, 墙背与填土间的摩擦以及滑裂面的形状对土压力分布也有重要影响。假定挡土墙后土体潜在滑裂面由对数螺旋滑动面和平面组合而成, 根据挡土墙后土体薄层单元的平衡条件推导出粘性土层主动土压力的计算公式。通过在普通模拟退火算法中引入复合形法进行局部最优解搜索, 得到了一种搜索性能更好的复合形模拟退火算法, 并将其用于挡土墙后填土潜在最危险滑裂面搜索和相应的主动土压力计算, 并给出了两个算例。其计算结果表明: 与传统的朗肯和广义库仑土压力理论的计算结果相比, 所提方法更符合实测结果。

关键词: 土力学; 挡土墙; 土压力; 模拟退火算法; 薄层单元法; 对数螺旋线

中图分类号: TU 432

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2005)增 2 - 5292 - 05

CALCULATION METHOD OF ACTIVE EARTH PRESSURE BASED ON CSA AND THIN-LAYER ELEMENT METHOD

CHEN Chang-fu, ZENG Yu-ying, XIAO Shu-jun, WU Zi-ru
(*Geotechnical Institute, Hunan University, Changsha 410082, China*)

Abstract: It is not always reasonable that the distributing shape of earth pressure in the back of retaining wall is triangular along the height of the wall on the basis of the Rankine and Mohr-Coulomb theories. The distribution of earth pressure presents different curve shapes with different displacements and its form of the wall. The friction between the back of the wall and the filling plays an important role in earth pressure distribution. It is assumed that potential sliding surface of the soil in the back of the retaining wall is composed of logarithmic spiral arc and line. Based on the limit equilibrium of the soils' thin-layer elements in the back of retaining wall, calculation formula of the active earth pressure for the clayey soils is suggested. Complex simulated annealing (CSA) calculation method with better searching properties is attained by introducing complex method into simple simulated annealing method to search for local optimization solution. And it is used for searching for the potential sliding surface of the filling and computing the corresponding active earth pressure. Two case studies are given to verify the proposed method. The active earth pressures calculated by the presented method are more close to the in-situ ones comparing to traditional Rankine's and Mohr-Coulomb's theories.

Key words: soil mechanics; retaining walls; earth pressure; simulated annealing; thin-layer element method; logarithmic spiral line

1 引言

土压力计算一直沿用经典朗肯理论和库仑理

论, 所得土压力沿墙高呈三角形分布。实际上, 只有当挡土墙产生足够的位移使墙后填土处于极限平衡状态时, 土压力分布才为三角形; 而墙体位移未使填土处于极限平衡状态时, 土压力分布为曲线。

收稿日期: 2005 - 06 - 26; **修回日期:** 2005 - 08 - 15

作者简介: 陈昌富(1963 -), 男, 博士, 2001 年于湖南大学结构工程专业获博士学位, 现任教授、博士生导师, 主要从事边坡及基础工程等方面的教学与研究工作。E-mail: cfchen@163.com。

研究表明, 墙背与填土间的摩擦以及滑裂面的形状对土压力分布有重要影响。K. Terzaghi 1943 年就指出土压力分布是非线性的。后来大量室内和现场试验均表明土压力呈曲线分布。Karan 首次采用薄层单元法得到了土压力非线性分布解^[1]。在此基础上, 一些学者进一步进行了研究, 文[2]假定挡土墙后土体滑裂面为直线, 求出了粘性土土压力计算公式。文[3]假定破裂面为直线并通过优化反演控制参数 K_w 和 K_r 计算土压力。此外, 文[4]假定破裂面为中心位于墙顶且从墙踵开始向墙后填土表面展开的对数螺线来推求土压力计算公式。文[5]认为破裂面为对数螺线和直线的组合曲线等形式, 按极限分析方法求得土压力。文[6]采用有限元法研究了作用于刚性挡土墙上主动土压力大小和分布问题。本文则考虑挡土墙后填土粘聚力 c 的影响, 通过假定破裂面为对数螺线面和平面的组合平面, 运用薄层单元法推导出主动土压力计算公式, 并利用复合形退火算法求出潜在最危险滑动面上主动土压力的分布。

2 主动土压力的确定

2.1 滑裂面形状、位置的确定

如图 1 所示, 假定土体滑动面是一个通过墙踵且与水平面成 ω 夹角的平面和对数螺线曲面的组合面。滑裂面的形状和位置由 4 个参数确定, 分别为直线倾角 ω 、对数螺线的中心点 A 的坐标 x_0 和 y_0 以及对数螺线形状参数 a 。破裂面上直线 BD 方程为

$$y = -\tan \omega(x - h \tan \alpha) + h \quad (1)$$

式中: ω 为直线段与水平线的夹角, α 为挡土墙倾斜角。

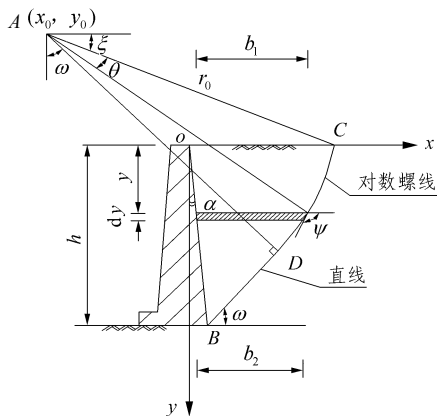


图 1 对数螺线和直线组合破裂面

Fig.1 Slip surface composed of log-spiral surface and plane

对数螺线滑裂面方程为

$$r = r_0 e^{a\theta} \quad (2)$$

式中: r 为对数螺线的半径, r_0 为螺线初始半径, a 为影响对数螺线形状的参数, θ 为旋转角度。

设对数螺线中心点 A 的坐标为 (x_0, y_0) , 挡土墙的高度为 h , 墙背倾斜角为 α , 则 B 点的坐标为 $(h \tan \alpha, h)$ 。滑裂面上, 由直线与对数螺线在 D 点相切, 得直线 BD 垂直直线 AD 于 D 点, 其坐标为

$$\left. \begin{aligned} x_D &= (\cot \omega x_0 - y_0 + h \tan \omega + h) / \tan \omega + \cot \omega \\ y_D &= \cot \omega(x_D - x_0) + y_0 \end{aligned} \right\}$$

于是可求得 AD 之间的距离, 且有

$$|AD| = \sqrt{(y_D - y_0)^2 + (x_D - x_0)^2} = r_0 e^{a \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{-y_0}{r_0} - \omega \right)} \quad (3)$$

求解式(3)可得初始半径 r_0 。

设初始半径 r_0 与水平面的夹角为 ξ , 则有 $\xi = \arcsin(-y_0)/r_0$ 。从而可得滑裂面上任一点坐标:

(1) 当 $y < y_D$ 时, 滑裂面为对数螺线, 其坐标为

$$x = r_0 e^{a\theta} \cos(\xi + \theta) + x_0 \quad (4)$$

$$y = r_0 e^{a\theta} \sin(\xi + \theta) + y_0 \quad (5)$$

设对数螺线上某一点斜率为 k , 切角为 ψ , 则

$$k = \tan \psi = dy/dx = \tan(\beta + \xi + \theta) \quad (6)$$

式中: $\beta = \arcsin(1/\sqrt{a^2 + 1})$ 。令 $\rho = \beta + \xi$, 则 $\psi = \rho + \theta$ 。

(2) 当 $y > y_D$ 时, 滑裂面为直线, 其上各点坐标为 $(h \tan \alpha + (h - y) \cot \omega, y)$ 。

2.2 土压力计算

在对数螺线滑裂面上, 距地面 y 处, 取一厚度为 dy 的薄层进行受力分析(见图 2)。假设 p 为作用于墙背上的土压力强度; r 为滑裂面上反力强度; q 为顶面上垂直压力; b_1, b_2 分别为薄层单元上、下底宽。

依 $\Sigma F_x = 0$, 可得

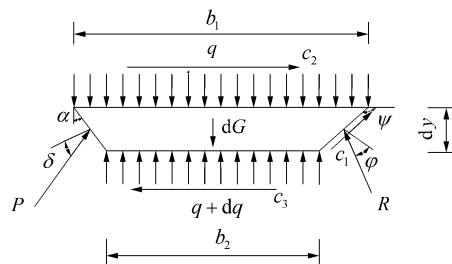


图 2 薄层受力分析

Fig.2 Thin-layer element analysis

$$r = \left[p \frac{\cos(\alpha + \delta)}{\cos \alpha} - c(\tan \alpha - 2 \cot \psi) \right] \frac{\sin \psi}{\sin(\psi + \varphi)} \quad (7)$$

依 $\Sigma F_y = 0, \Sigma M = 0$ 有

$$p = \lambda_1 q + \lambda_2 c \quad (8)$$

其中,

$$\lambda_1 = \frac{(\tan \alpha + \cot \psi) \cos \alpha \tan(\psi + \varphi)}{\cos(\alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta) \tan(\psi + \varphi)}$$

$$\lambda_2 = \frac{[\tan(\psi + \varphi) + 2 \cot \psi - \tan \alpha] \cos \alpha}{\cos(\alpha + \delta) + \sin(\alpha + \delta) \tan(\psi + \varphi)}$$

将式(8)代入式(7), 得

$$dq / dy + Aq = \gamma - Bc \quad (9)$$

其中,

$$A = \frac{2[-\tan \alpha + \lambda_1 \sin(\alpha + \delta) / \cos \alpha]}{r_0 e^{a\theta} \cos(\xi + \theta) + x_0 - y \tan \alpha}$$

$$B = \frac{2\lambda_2 \sin(\alpha + \delta)}{r_0 e^{a\theta} \cos(\xi + \theta) + x_0 - y \tan \alpha}$$

式(9)必须借助数值积分的方法求解。

同理, 可得滑裂面在直线段时土压力为

$$p = \lambda_3 q + \lambda_4 c \quad (10)$$

其中,

$$\lambda_3 = \frac{(\tan \alpha - \cot \omega) \cos \alpha \tan(\rho - \varphi)}{\sin(\alpha + \delta) \tan(\rho - \varphi) - \cos(\alpha + \delta)} \quad (11a)$$

$$\lambda_4 = \frac{2 \cos \alpha + \cot \alpha \tan \rho (\tan \omega + \tan \alpha)}{\tan \omega \tan \rho [\sin(\alpha + \delta) - \cos(\alpha + \delta) \tan \omega]} \quad (11b)$$

$$q = \frac{\gamma}{C_2 - 1} (h - y) + C_1 (h - y)^{C_2} + \frac{C_3}{C_2} \quad (11c)$$

式中: C_1, C_2 和 C_3 为积分常数。其中, C_1 可根据墙背上的土压力 p 在 D 点连续确定, C_2 和 C_3 的表达式为

$$C_2 = 2[\lambda_1 \sin(\alpha + \delta) / \cos \alpha - \tan \alpha] / (\tan \alpha + \cot \rho)$$

$$C_3 = 2\lambda_2 \sin(\alpha + \delta) / (\tan \alpha + \cot \rho)$$

当 $C_2 > 0$ 时, 土压力为抛物线分布; $C_2 = 0$ 时, 土压力为直线分布; $C_2 < 0$ 时, 土压力为双曲线分布。

求得土压力强度 p 后, 可按下列各式求土压力合力 E 和作用点位置 Z (Z 为离墙踵点的垂直距离):

$$E = \int_0^h p dy \quad (12)$$

$$Z = \int_0^h p(h - y) dy / \int_0^h p dy \quad (13)$$

2.3 土压力计算思路

任选一点 (x_0, y_0) 作为对数螺线中心, 由式(3)求得 r_0 , 当 $y \in [0, y_D]$ 时, 根据式(5)可求出对应于不同 y 坐标的对数螺线的旋转角 θ 值, 代入式(9)中可求得薄层单元顶面垂直压力 q 值, 再由式(10)可求得墙背上土压力 p 值。当 $y \in [y_D, h]$ 时, 破裂面为直线, 则由式(10)求得 p 。然后, 根据式(12)和(13)就能求得土压力合力及其作用点位置。

取不同的 ω, x_0, y_0 和 a 值, 滑裂面形状发生变化, 土压力合力 E 值也随之变化, 可通过下述复合性模拟退火(CSA)算法求出 E_{\max} 值和对应的土压力 p 值, 此时得到的滑裂面即为最危险滑裂面。由此可知, 土压力的计算可归结为如下优化问题:

$$\left. \begin{aligned} & \text{求 } V = \{x_0, y_0, a, \omega\}^T \\ & \max E \end{aligned} \right\}$$

3 最危险破裂面搜索复合形退火算法

模拟退火算法(SA)是基于对固体退火过程模拟的随机搜索算法, 具有全局收敛性、初值鲁棒性强以及通用和易实现等优点^[7], 但局部搜索能力较差。复合形法(CM)是一种基于群体的寻优搜索方法, 并且对优化问题的数学形态无特殊要求, 具有较强的局部最优解的搜索能力^[8], 但全局最优解搜索能力较差。为此, 本文将 CM 与 SA 有机结合, 得到了复合形模拟退火算法(complex simulated annealing, CSA)。土压力计算复合形模拟退火算法流程如下:

(1) 随机产生与滑动面形状和位置有关的 4 个参数 x_0, y_0, a, ω 的初始值, 并给定初温 t_0 。

(2) 在可行域范围内随机产生 $2n - 1$ (n 为维数) 个初始顶点, 然后构造一个有 $2n$ 个顶点的初始复合形。

(3) 按上节计算方法计算各复合形点函数值, 即土压力合力 E 值, 并根据函数值确定最差点 V_n , 次差点 V_g 和最好点 V_1 。

(4) 检查终止条件: 若满足最优解在固定步数内不变, 则将最优解输出; 否则转入下步。

(5) 复合形的寻优迭代计算。通过对初始点的反射、扩张、压缩、向最好点的收缩、绕最好点的旋转等操作使复合形不断地向可行域的局部最优解移动和收缩, 直到满足收敛准则。

(6) 按下式产生候选解:

$$X_j = X_i + \eta \xi \quad (14)$$

式中: η 为扰动幅度参数, ξ 为均匀分布随机变量。

(7) 按下式概率接受候选解:

$$\min\{1, \exp(-\Delta / t)\} > \text{random}[0, 1] \quad (15)$$

式中: Δ 为新旧状态目标值之差, t 为当前退火温度。

(8) 抽样稳定条件: 采用固定抽样步数, 步长为 $L_2 = (10 \sim 50)n$ 。达到固定步长数, 进入下一步, 否则转入(6);

(9) 按下式进行退温操作后转入(3):

$$t_k = \alpha t_{k-1} \quad (16)$$

式中: α 为退温速率, 取 $\alpha = 0.95$ 。

根据上述流程, 采用 FORTRAN 语言编制了土压力计算复合形模拟退火法程序。

4 实例分析

4.1 算例 1

四川省建筑科学研究所(1975)在四川简阳养马河做的重力式挡土墙试验^[9]: 墙背竖直, 墙高为 4 m, 土的天然容重为 $\gamma = 18.95 \text{ kN/m}^3$, 不排水三轴快剪指标为内摩擦角 $\varphi = 16.633^\circ$, 土与墙间摩擦角 $\delta = 8.317^\circ$, 粘聚力 $c = 4.606 \text{ kPa}$ 。以此为依据, 采用本文所提出的基于复合形退火算法主动土压力计算薄层单元法, 得计算结果如图 3。图 3 同时还给出了朗肯土压力和广义库仑土压力理论值。

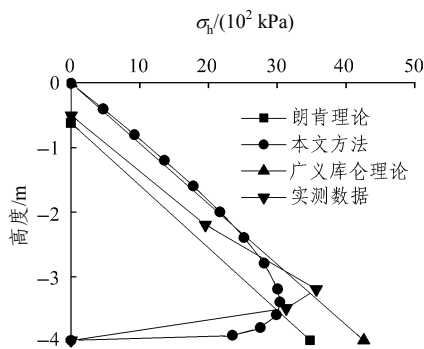


图 3 算例 1 土压力计算值与实测值

Fig.3 Computed and measured results of case 1

由图 3 可知, 与经典的朗肯土压力和广义库仑理论相比, 本文方法计算结果无论是土压力分布形式还是大小, 均与实测结果吻合较好, 而且在土压力分布图突出点上部, 与广义库仑土压力值很接近。

4.2 算例 2

查嘎列尔在格鲁吉亚列宁工学院的实验室内进

行的挡土墙土压力试验^[10]: 墙背填土为海砂, 天然容重 $\gamma = 18 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$, 内摩擦角 $\varphi = 37^\circ$, 土与墙间摩擦角 $\delta = 15.9^\circ$ 。本文方法土压力计算值、实测值和库仑理论方法计算值如图 4 所示。

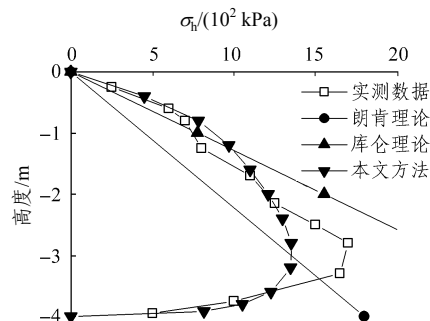


图 4 算例 2 土压力计算值与实测值

Fig.4 Computed and measured results of case 2

同样由图 4 可知, 无论是土压力分布还是大小, 本文方法的计算结果比经典的朗肯理论和广义库仑理论值更接近于实测结果。

5 结 语

(1) 假定破裂面为由对数螺线和直线构成的组合曲线, 提出了基于薄层单元法主动土压力计算复合形退火算法, 经与 2 个现场试验结果对比分析知: 无论是土压力分布和土压力大小, 本文方法结果与实测值均吻合得很好, 说明本文方法实用、可靠。

(2) 由式(9)的解和式(10)可知, 受参数 A, B, C_2 和 C_3 值(A, B, C_2 和 C_3 又是墙背倾斜角 α 和墙-土间摩擦角 δ 的函数)的影响, 土压力分布可能为抛物线、双曲线、直线或者其组合曲线。

(3) 本文考虑了粘性土粘聚力 c 的影响, 使本文方法对于砂性土和粘性土都适用。

(4) 本文方法未考虑挡土墙位移对土压力的影响, 这还有待今后进一步研究。

参考文献(References):

[1] 顾慰慈. 挡土墙土压力计算[M]. 北京: 中国建材工业出版社, 2001. 167 - 187.(Gu Weici. Calculation of Earth Pressure on Retaining Wall[M]. Beijing: Chinese Architectural Material Industrial Press, 2001. 167 - 187.(in Chinese))

[2] 姚代禄. 挡土墙土压力非线性分布的研究[J]. 重庆交通学院学报, 1984, (3): 40 - 47.(Yao Dailu. The study of soil pressure nonlinear

- distribution on retaining wall[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University, 1984, (3): 40 - 47.(in Chinese))
- [3] 张 军, 王贻荪. 确定挡土墙主动土压力分布的薄层分析法[J]. 湖南大学学报, 1998, 25(5): 147 - 152.(Zhang Jun, Wang Yisun. Determination of active earth pressure distribution against retaining wall by thin-layer method[J]. Journal of Hunan University, 1998, 25(5): 147 - 152.(in Chinese))
- [4] 赵树德, 赵树惠. 用对数螺线滑动面计算挡土墙主动土压力[J]. 西安建筑科技大学学报, 2002, 34(4): 343 - 345.(Zhao Shude, Zhao Shuhui. Calculation of earth pressure of active retaining wall with logistic spiral sliding surface[J]. J. Xi'an Univ. of Arch. and Tech. (Natural Science), 2002, 34(4): 343 - 345.(in Chinese))
- [5] Chen W F. Limit Analysis and Soil plasticity[M]. New York: Elsevier Scientific Publishing Company, 1975. 83 - 88.
- [6] 陈页开, 汪益敏, 徐日庆, 等. 刚性挡土墙主动土压力数值分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(6): 989 - 995.(Chen Yekai, Wang Yimin, Xu Riqing, et al. Numerical analysis of active earth pressure on retaining wall[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(6): 989 - 995.(in Chinese))
- [7] 康立山, 谢 云, 尤矢勇, 等. 非数值并行算法——模拟退火算法[M]. 北京: 科学出版社, 1997.(Kang Lishan, Xie Yun, You Shiyong, et al. Non-numeric Parallel Arithmetic-simulated Annealing Arithmetic[M]. Beijing: Science Press, 1997.(in Chinese))
- [8] 刘惟信, 孟嗣宗. 机械最优化设计[M]. 北京: 清华大学出版社, 1986.(Liu Weixin, Meng Sizong. Optimum Design Mechanism[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1986.(in Chinese))
- [9] 顾慰慈, 武全社, 陈卫平. 挡土墙背填土中滑裂体形状的试验研究[J]. 岩土工程学报, 1988, 10(2): 49 - 56.(Gu Weici, Wu Quanshe, Chen Weiping. Study on filling sliding shape back of the retaining wall[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1988, 10(2): 49 - 56.(in Chinese))
- [10] 王元战, 王玉红. 挡土墙土压力计算的一种新方法[J]. 港口工程, 1997, (1): 15 - 19.(Wang Yuanzhan, Wang Yuhong. A new method of retaining earth pressure calculation[J]. Porting Engineering, 1997, (1): 15 - 19.(in Chinese))