岩石破坏过程中试件表面应变场演化特征研究

马少鹏^{1,2},周 辉¹

(1. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430071;

2. 北京理工大学 理学院力学系,北京 100081)

摘要:分析了 2 种岩石试件(一种大理岩方柱试件和一种含圆孔大理岩平板试件)在单轴压缩下试件表面的应变场演 化过程,得到了最大剪应变场的特征统计量(方差 S)随加载的演化规律: S 值在试件的均匀变形阶段较小且变化缓 慢,在试件的非均匀变形段急剧上升。根据 S 值的变化趋势,将 2 个试件的变形破坏过程划分为 5 个不同的阶段, 并给出了 5 个阶段的代表应变场,总结了各阶段的变形特征。应变局部化是其中一个重要阶段,是联系岩石均匀 变形和非均匀变形的"桥梁"。实验结果表明,2 个试件的应变局部化开始于加载曲线峰值前非常接近峰值的时 刻(方柱试件为 99.2%峰值应力处,含圆孔平板试件为 92.2%最大载荷处),结束于峰值点。峰值后岩石试件的变形 主要表现为弱化带和宏观裂纹的活动。

关键词: 岩石力学; 岩石破坏; 数字散斑相关方法; 应变场; 应变局部化; 统计指标 **中图分类号:** TU 45 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000 - 6915(2008)08 - 1667 - 07

SURFACE STRAIN FIELD EVOLUTION OF ROCK SPECIMEN DURING FAILURE PROCESS

MA Shaopeng^{1, 2}, ZHOU Hui¹

(1. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 2. Department of Mechanics, School of Sciences, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract: The surface strain field evolution of two rock specimens(a marble rectangle column and a marble plate with centre hole) subjected to uniaxial compression, which are observed by digital speckle correlation method, are analyzed. The standard deviation(*S*) is taken as the characteristics variable of the strain field and the *S* value of the maximum shear strain field at different loading levels is calculated. It is found that *S* value is lower and changes slightly during the homogenous deformation stage, where it increases sharply at the heterogeneous deformation stage. According to the variation of *S* value, the complete deformation and failure process of the two specimens could be divided into five stages. The shear strain fields at typical loading within the five stages are presented; and the deformation field characteristics are concluded. In the first stage, the strain field is homogenous and the loading curve is linear. In the second stage, the slight strain concentration areas or bands appear and the loading curve is slightly curved or continuously keeps linear. The third stage is the strain localization stage, in which several localization bands appear and further are localized. Experimental results show that strain localization of the two specimens in this study begins at a point just before the peak value of the loading curve(99.2% and 92.2% of

收稿日期: 2008 - 01 - 31; 修回日期: 2008 - 04 - 03

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50504001);中国科学院岩土力学重点实验室开放研究基金项目(Z110504);北京理工大学基础研究基金项目 (2006742013)

作者简介: 马少鹏(1974 -),男,博士,1996年毕业于辽宁工程技术大学地质学专业,现任副教授,主要从事实验固体力学和岩石力学方面的教学与研究工作。E-mail: masp@bit.edu.cn

the peak loads for rectangle column and the centre-holed specimen respectively) and stops at the peak point. The fourth and the fifth stages are at the post-peak of the loading curve, which are the strain softening stage. The localization bands formed in the third stage are interacted and competed in the fourth stage. A final crack appears and the specimen fails along the crack in the fifth stage. Therefore, the deformation of rock after peak value is mainly controlled by the activities of weak bands and macrocracks.

Key words: rock mechanics; rock failure; digital speckle correlation method(DSCM); strain field; strain localization; statistical indicator

1 引 言

岩石(体)破坏机制及破坏过程的研究不但是岩 石力学重要的基础课题,而且对实际岩石工程灾害 的治理与预防也有重要的指导意义。对于这一问题, 目前的理论模型尚不完全成熟,因此实验观测是这 方面研究的重要手段。在以往的一些实验研究工作 中,研究者们采用了声发射^[1]、全息干涉^[2]、贴片 光弹^[3]、云纹^[4]、散斑照相^[5]、实时图像观察^[6]、CT 扫描^[7]、红外辐射^[8]及数字散斑相关方法(DSCM)^[9] 等多种实验方法,获得岩石(体)破坏中多种物理量 的演化过程,揭示岩石材料破坏的一些重要规律, 为岩石力学理论和数值方法的发展奠定了基础。

笔者从博士论文工作起进行了将 DSCM^[10, 11] 全面系统引入岩石及岩体破坏实验观测的研究工 作^[9,12~18]。设计了专用于岩石破坏过程测量的 DSCM 观测系统——Geo-DSCM^[12, 13],并用该实验 系统观测了多种岩石试件(包括完整试件、含缺陷试 件和断层组合试件)的复杂破坏过程。以往的研究中 虽然得到了加载破坏全过程试件表面实时的应变 场,但只是简单定性地从应变场演化的角度描述试 件的破坏过程,未能给出岩石变形破坏过程不同阶 段的具体特征。本文用一种新的分析思路对以往的 实验结果进行分析:用一个可以表征不同阶段应变 场特征的统计指标作为加载过程中应变场的特征 量,绘制岩石变形破坏过程中特征量的演化曲线, 根据演化曲线的变化趋势将岩石的变形破坏过程分 段,然后绘制不同阶段岩石试件表面的应变场,观 察不同阶段的变形特征。指出其中的某一个阶段为 应变局部化阶段,并确定了应变局部化的开始及终 止时刻。本文处理的实验数据选自笔者曾进行过一 种大理岩方柱试件[18]和一种含圆孔大理岩平板试 件[16]的单轴压缩破坏实验。

2 实 验

本文所要讨论的 2 个实验为一种大理岩方柱试件(后文简称 MR 试件)和一种含中心圆孔的大理岩 平板试件(简称 MH 试件)的单轴压缩实验。实验的 具体情况在马少鹏等^[16-18]中已经详细给出,在此只 简单介绍一些重要的信息。

MR 和 MH 试件尺寸分别如图 1 所示。两个试件的长轴为加载方向。试件在 MTS810 伺服压机上进行位移控制加载,加载速率为 0.02 mm/min。



用 Geo-DSCM 系统观测试件表面应变场(观测区 域见图 1 中阴影部分)。在试件表面用喷漆制作散 斑,用计算机控制一个 CCD 相机连续拍摄试件表 面图像,同时采集试验机的载荷信号,实验后用 DSCM 软件处理得到加载过程中不同应力水平的位 移场和应变场。

3 实验结果分析

3.1 应变场的统计分析

定义某一时刻应变场的方差为

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^{n} (X_k - \overline{X})^2}$$
(1)

式中: X_k 为应变场中每个点(共 n 个点)的应变值; \overline{X} 为 X_k 的均值,即

$$\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{n} X_k \tag{2}$$

用 DSCM 计算 2 个试件加载过程中的应变场, 并用式(1)统计其最大剪应变场(如无特殊说明,后文 的应变场均指最大剪应变场)的方差, MR 试件应变 场方差的演化曲线(简称 *S* 曲线)如图 2 所示, MH 试 件 *S* 曲线如图 3 所示。从图 3 可以看出, 2 个试件 应变场的方差在均匀变形阶段(加载曲线的直线段) 较小且变化平缓,在非均匀变形阶段(接近峰值的曲 线部分及峰值后)突然增大且变化剧烈。可按 *S* 曲线 上升速率的突变将 2 个试件应变场的演化过程各 分为如图 2, 3 所示的 5 个阶段(在图 2, 3 中用 4 条虚线分开)。4 个转折点(虚线的具体位置)如表 1 所示。







(b) 图 2(a)虚线区域的放大



Fig.2 S curve of the MR specimen



Fig.3 S curve of the MH specimen

表 1 MR 和 MH 试件 S 曲线的转折点对应值 Table 1 Corresponding values of turning points on the S curve of MR and MH specimens

	试件名称	转折点1	转折点2	转折点3	转折点4
	MR	$86.3\% \sigma_{\rm c}$	99.2% $\sigma_{\rm c}$	$100\%\sigma_{\!\rm c}$	99.8% $\sigma_{\rm c}$
	MH	$54.9\%P_{\rm max}$	$92.2\%P_{\rm max}$	$100\% P_{\rm max}$	$76.8\%P_{\rm max}$
\dot{x} + MD \dot{x} + MD \dot{x} + MD \dot{x} + MD \dot{x} + \dot{y}					

注: σ_c 为 MR 试件的峰值名义应力, P_{max} 为 MH 试件的最大载荷。

3.2 不同阶段应变场特征

对于 MR 试件和 MH 试件,分别取上述 5 个阶段的代表应力水平,绘制各应力水平下的应变场,观察各阶段的变形特征。图 4 为 MR 试件上述 5 个变形阶段代表点、加载曲线峰值点以及试件破坏点共 7 个加载水平的应变场,这 7 个点以及 DSCM 计算的参考点分别用圆圈表示在图 5 的加载曲线上:



图 4 MR 试件压缩过程最大剪应变场 Fig.4 Maximum shear strain field of MR specimen







(1) 变形的第 1 阶段位于岩石加载应力 - 应变 曲线的线性阶段,此时应变场比较均匀(见图 4(a), 右下角处因为试件与压头的配合原因产生局部破碎 而导致微弱的应变集中)。

(2) 第2阶段(起始于应力应变曲线的非线性段) 处于应力 - 应变曲线的软化阶段,但距加载曲线峰 值点尚远,此时应变场呈现出分区的不均匀性(应变 场如图 4(b)所示),右部一个区域的应变较其他区域 大,同时试件端部破坏更加明显。

(3) 第 3 阶段处于接近峰值点时,此时在试件 表面出现明显的应变集中条带,此试件上出现的是 一个"X"形的条带(应变场如图 4(c)所示),随着加 载继续进行,条带逐渐"细化"并"加深",至加载 曲线的峰值点(应变场如图 4(d)所示)停止。

(4) 第4阶段处于峰值后,上面形成的应变集中带的互相作用(应变场如图4(e)所示),之后形成最终导致试件破坏的宏观裂纹。

(5) 第 5 阶段处于试件破坏前,可见明显的应 变集中带在试件表面快速扩展(见图 4(f)),这说明试 件在宏观裂纹的主导下快速破坏。对破坏前采集到 的最后一张图像进行处理,应变场如图 4(g)所示, 此应变场所显示出的破坏模式与试件破坏形式(如 图 4(h)所示)一致。

图 6 为 MH 试件上述 5 个变形阶段代表点、加载曲线峰值点以及试件破坏点共 7 个加载水平的应变场,这 7 个点以及 DSCM 计算的参考点分别用圆圈表示在图 7 的加载曲线上:



图 6 最大剪应变场_{Ymax}的演化

Fig.6 Evolution of the maximum shear strain field under



图 7 MH 试件载荷 - 纵向位移曲线

Fig.7 Load-vertical displacement curve of the MH specimen

(1) 第 1 阶段。试件的变形符合弹性理论,无 明显应变集中带出现,此阶段中典型应变场如图 6(a) 所示。

(2) 第 2 阶段。由于圆孔上端和下端的拉应力 集中,导致圆孔这两部分出现两条明显的应变集中 带并进行扩展,根据试件的受力分析可知此处由于 拉应力集中出现了裂纹并进一步扩展,典型应变场 如图 6(b)所示。但值得注意的是,此阶段加载曲线 的线性并未发生明显变化。

(3) 第3阶段。载荷 - 位移曲线呈现软化现象, 出现连接圆孔左右2个边缘和试件端部的4条应变 集中带(左下支不很明显),且集中程度均逐渐加强 (典型应变场如图6(c)所示),至加载曲线的峰值点时, 这种应变场"同步加强"过程停止(典型应变场如 图6(d)所示)。

(4) 第4阶段。上一阶段中出现的4条应变集中 带互相作用和"竞争",最终有2条占优(典型应变场 如图6(e)所示)。

(5) 第5阶段。试件沿"竞争"占优的2条应 变集中带快速破坏(典型应变场如图 6(f)所示)。试 件破坏前一刻应变场如图 6(g)所示,试件最终的破 坏模式如图 6(h)所示。

需要注意的一点是,MH 试件变形第 3 阶段的 4 条应变集中带与第 2 阶段出现的圆孔上下两处出 现的 2 处应变集中带,其演化规律不同:第 2 阶段 能看到应变集中带的扩展,而第 3 阶段的 4 条集中 带的演化规律与节 3.1 中的大理岩方柱形试件的 "X"形应变集中带类似,先出现较宽但较弱的集 中区,然后集中区的应变进一步集中,形成集中带。 作者认为第 3 阶段是典型的应变局部化阶段^[3, 5, 9, 12]。 因此,从上面的实验结果中看出,MR 试件的应变 局部化出现于 99.2% *σ* 处,MH 试件的应变局部化 出现于 92.2% *P*_{max} 处,而 2 种试件的应变局部化均 结束于加载曲线的峰值处。

仔细观察图 4,6 中不同阶段的应变场,便可以 理解图 2 和 3 中 2 种试件的应变场统计指标的演化 过程:试件的变形发生局部化后,应变场的分布特 征为应变场中少数(局部化带内)点的变形量远远大 于其他(局部化带外)点的变形量。这必然导致局部 化应变场的方差远大于均匀应变场的方差,所以 *S* 曲线在非均匀变形阶段急剧上升。至于峰值后阶段 的宏观裂纹活动阶段,从应变场的角度可以理解为 更加严重的"局部化"变形阶段,因此,其应变场的方差会继续增加。

4 结论与讨论

文中深入分析了一种方柱形大理岩(MR)试件 和一种含中心圆孔的矩形板大理岩(MH)试件单轴 压缩过程中的应变场演化结果。用方差作为应变场 的主要特征,绘制了应变场方差在整个加载过程中 的演化曲线——S曲线;根据S曲线的变化,将试 件变形破坏过程划分为5个阶段,绘制了试件表面 5个阶段的典型应变场,分析了不同阶段的变形特 征。有以下两个结论:

(1) *S* 曲线可有效反映岩石试件的不同变形阶段。在试件的均匀变形阶段,*S* 值较低且变化缓慢, 而在后期的非均匀变形阶段,*S* 值急剧增加。岩石 试件(不管是完整试件还是含结构试件)的变形大致 经历 5 个阶段:① 第 1 阶段,处于加载曲线的直线 段。试件表面无明显应变集中带出现,变形比较均 匀。② 第 2 阶段,加载曲线发生弯曲(MR 试件)或 仍保持直线(MH 试件)。试件表面出现应变集中区 (MR 试件)或微弱的(符合弹性理论的)应变集中带 (MH 试件)。③ 第 3 阶段,是峰值前一个很短的过 程,至峰值点结束。为应变局部化阶段,试件表面 出现几条应变集中带并逐步加强。④ 第 4 阶段,处 于峰值后期。应变局部化带(相当于试件中的几个弱 化带)互相作用,形成宏观裂纹。⑤ 第 5 阶段,处 于破坏前夕,变形主要发生在宏观裂纹处。

(2) 应变局部化是岩石试件加载破坏过程中的 重要现象。MR 和 MH 试件的破坏过程均经历应变 局部化阶段。从本文的实验结果分析中看,MR 试 件的应变局部化开始于 99.2%σ_c处,而 MH 试件的 应变局部化开始于 92.2%P_{max}处。2 个试件的应变局 部化均终止于加载曲线的峰值处。

结合本文的研究,对以下几个问题进行讨论:

(1)不管是完整岩石试件,还是含结构岩石试件,其加载破坏过程的应变场演化都可分为几个具有不同特征的阶段。因此,如果要用理论模型去描述岩石加载破坏过程,不同阶段也许应该采用不同的描述方法。如对于岩石材料峰值后力学行为的描述,从本文的实验结果来看,试件的变形在峰值处即完成了应变局部化。局部化带虽然并未形成宏观

裂纹,但其力学性质上相当于一个弱化带。那么, 岩石(体)试件在加载曲线峰值后的力学行为事实上 受控于(或者说决定于)这些弱化带的活动。因此, 是否应该有这样一个认识:岩石试件(即使是不含缺 陷的完整试件)在峰值后已经不是一种材料,而是一 种结构了。如果要用力学方法描述峰值后岩石的力 学行为,这一点需要考虑。

(2) 从岩石破坏过程中应变场统计演化规律可 以看出, *S* 曲线在破坏之前均有明显的突跳,也就 是说,这些指标可以用来指示破坏的发生。这一统 计方法是否可以用于实际工程中的失稳破坏预报, 是一个值得研究的问题。另一方面,应变场的方差 统计指标事实上表征了试件表面应变场的非均匀演 化(局部化)过程,而岩石材料的变形局部化其根本 原因是内部微裂纹的演化和局部化,也就是说,岩 石内部微裂纹的演化和此应变场统计指标有联系。 因此,是否可以基于此统计指标建立一种描述岩石 损伤的损伤变量,从而根据此指标的演化得到损伤 变量的演化规律,对岩石进行损伤力学分析。这也 是一个值得深入研究的问题。

(3) 从应变场演化上看,应变局部化为先出现 一个较宽的变形集中带,带内变形进一步集中,集中 带慢慢变窄的过程。这一过程与试件中由于缺陷导 致的裂纹扩展形成的应变集中带(如本文圆孔试件 拉裂纹的应变集中带)有些区别,两者的发展模式不 同。两者的作用也不同,如本文的实验表明:试件 一定会沿(某些)局部化带破坏,但却不一定会沿由 缺陷导致的裂纹破坏。在本文的 MH 试件实验中, 圆孔上下边缘出现的应变集中带甚至并未影响该阶 段试件宏观加载曲线的线性性质。另一方面,局部 化不等于宏观破坏,局部化带也不等于宏观裂纹。 从本文的实验可以看出,有的变形局部化带会最终 演变为导致试件破坏的宏观裂纹,有的没有演变为 最终导致试件破坏的宏观裂纹。到底哪些会形成宏 观裂纹,如何形成宏观裂纹,这是一个复杂但对于 描述岩石破坏规律却很重要的问题,需要进一步研 究。

致谢 中国科学院力学研究所许向红博士、杨海升 高级工程师以及东北大学刘善军教授参与了本文的 部分实验工作,并给予作者许多研究上的启发和帮 助,在此表示感谢!

参考文献(References):

- LOCKNER D, BYERLEE J. Acoustic emission and creep in rock at high confining pressure and differential stress[J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 1997, 67(2): 247 - 258.
- [2] WANG R, ZHAO Y, CHEN Y, et al. Experiment and finite element simulation of X-type shear fractures from a crack in marble[J]. Tectonophysics, 1987, 144(1/3): 141 - 150.
- [3] 郑 捷,姚孝新,陈 颙. 岩石变形局部化的实验研究[J]. 地球物 理学报, 1982, 26(6): 554 - 562.(ZHENG Jie, YAO Xiaoxin, CHEN Yong. Experimental study on the deformation localization of rock[J]. Chinese Journal of Geophysics, 1982, 26(6): 554 - 562.(in Chinese))
- [4] HUANG J, CHEN G, ZHAO Y, et al. An experimental study of the strain fields development prior to failure of a marble plate under compression[J]. Tectonophysics, 1990, 175(3): 269 - 284.
- [5] BERTHAUD Y, TORRENTI J M, FOND C. Analysis of localization in brittle materials through optical techniques[J]. Experimental Mechanics, 1997, 37(2): 216 - 220.
- [6] 李兆霞,黄跃平. 脆性固体变形响应与裂纹扩展的同步实验观测 及其定量分析[J]. 实验力学, 1998, 13(2): 231-236.(LI Zhaoxia, HUANG Yueping. Cracking observed in real time of deformational response and its quantitative analysis[J]. Journal of Experimental Mechanics, 1998, 13(2): 231-236.(in Chinese))
- [7] 杨更社,谢定义,张长庆,等. 岩石损伤特性的 CT 识别[J]. 岩石 力学与工程学报, 1996, 15(1): 48 - 54.(YANG Gengshe, XIE Dingyi, ZHANG Changqing, et al. CT identification of rock damage properties[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 1996, 15(1): 48 - 54.(in Chinese))
- [8] WU L X, CUI C Y, GENG N G, et al. Remote sensing rock mechanics(RSRM) and associated experimental studies[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2000, 37(6): 879 - 888.
- [9] 潘一山,杨小彬,马少鹏,等. 岩土材料变形局部化的实验研究[J]. 煤炭学报,2002,27(3):281-284.(PAN Yishan, YANG Xiaobin, MA Shaopeng, et al. Experimental study on the deformation localization of rock-soil material[J]. Journal of China Coal Society, 2002, 27(3):281-284.(in Chinese))

[10] SUTTON MA, MCNEILL S R, HELM J D, et al. Advances in

two-dimensional and three-dimensional computer vision[C]// Topics in Applied Physics. Berlin: Springer, 1999: 323 - 372.

- [11] 马少鹏. 岩石材料破坏过程中的应变场演化[R]. 北京: 北京大学,
 2005.(MA Shaopeng. On the deformation field evolution of rock materials during failure: methods and experiment[R]. Beijing: Peking University, 2005.(in Chinese))
- [12] 马少鹏.数字散斑相关方法在岩石破坏测量中的发展与应用[博士 学位论文][D].北京:清华大学,2003.(MA Shaopeng. Development and application of digital speckle correlation method to measurement of rock failure[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: Tsinghua University, 2003.(in Chinese))
- [13] MAS P, ZHAO Y H, JIN G C. Geo-DSCM system and its application to deformation measurement of rock mechanics[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2004, 41(3): 411 - 412.
- [14] 马少鹏,金观昌,潘一山.岩石材料基于天然散斑场的变形观测 方法研究[J].岩石力学与工程学报,2002,21(6):792-796.(MA Shaopeng, JIN Guanchang, PAN Yishan. Deformation measurement method for rock materials based on natural speckle pattern[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 792 - 796.(in Chinese)).

- [15] 马少鹏,刘善军,赵永红.数字图像灰度相关性用以描述岩石试件损伤演化的研究[J].岩石力学与工程学报,2006,25(3):590-595.(MA Shaopeng, LIU Shanjun, ZHAO Yonghong. Gray correlation of digital images from loaded rock specimen surface to evaluate its damage evolution[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2006, 25(3): 590 - 595.(in Chinese))
- [16] 马少鹏,王来贵,赵永红. 岩石圆孔结构破坏过程应变场演化的 实验研究[J]. 岩土力学,2006,27(7):1082-1086.(MA Shaopeng, WANG Laigui, ZHAO Yonghong. Experimental study on deformation field evolution during failure procedure of a rock borehole structure[J]. Rock and Soil Mechanics, 2006, 27(7):1082-1086.(in Chinese))
- [17] 马少鹏,赵永红,金观昌,等.光测方法在岩石力学实验观测中的应用评述[J].岩石力学与工程学报,2005,24(10):1794-1799.
 (MA Shaopeng, ZHAO Yonghong, JIN Guanchang, et al. Review on application of optical measurement methods to experimental inspection of rock mechanics[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(10): 1794-1799.(in Chinese))
- [18] MASP, WANGLG, JINGC. Damage evolution inspection of rock using digital speckle correlation method[J]. Key Engineering Materials, 2006, 326 - 328: 1 117 - 1 120.

"隧道及地下工程围岩的屈服接近度分析"一文作者更正

作者在《岩石力学与工程学报》2005 年第 24 卷 17 期第 3 083~3 087 页上发表了论文"隧道及地下工程围岩的屈服接 近度分析"(以下简称"原文"),后经作者审阅发现,文中的个别表述可能会给读者带来一些误解或疑问。为严谨起见,作 者特对原文作如下更正和说明,并对广大读者表示歉意:

(1) 为了表达的严密性, 原文"摘要"中的"破坏"改为"屈服","破坏区"改为"塑性区"。

(2) 为符合岩石力学的惯用表达方式,原文图 1 中的 $\tau = c - \sigma \tan \varphi$ 改为 $\tau = c + \sigma \tan \varphi$ 。

(3) 为了表述更确切, 原文"则式(4)的三角关系近似成立。…式(4)也将无意义可循"中的"式(4)"改为"式(8)"。

(4) 为符合岩石力学的惯用表达方式,式(12)和(13)及图 4 中的" σ_L "改为 σ_t ,式(12)中 σ_R 的表达式改为 $\sigma_R = (\sigma_t - c \cos \varphi)/(1 - \sin \varphi)$ 。

(5)为了全文表述的一致性和准确性,原文"…按式(7)计算各单元的屈服接近度,深度为 25 m 处横断面的屈服接近度 分布如图 6 所示"改为"……按式(11)计算各单元的屈服接近度,并令 $\omega = 1 - YAI$,深度为 25 m 处横断面的 ω 分布如图 6 所示";相应地,"在图 6 中可以清晰而直观地看到,屈服接近度为 1.0 的区域为塑性区,…屈服接近度为 0.95~1.00 的区 域,……"中的"屈服接近度"改为" ω ",图 6 中的"*FAI*"改为" ω "。图 6 标题中的"屈服接近度"和"the yield approach degree"均改为" ω "。

特此更正。