

岩体变形破坏过程的能量机制

谢和平^{1,2}, 鞠杨¹, 黎立云¹, 彭瑞东¹

(1. 中国矿业大学 煤炭资源与安全开采国家重点实验室, 北京 100083; 2. 四川大学, 四川 成都 610065)

摘要: 叙述岩体单元变形破坏过程中能量耗散与强度、能量释放与整体破坏等概念。在循环压缩载荷下, 实测岩石的能量耗散及损伤, 数据拟合表明, 基于能量耗散分析建立的岩石损伤演化方程可以较好地描述岩石的损伤演化过程。在循环压缩载荷下同时实测不同加载速度及不同载荷水平下岩体内可释放应变能、耗散能、卸荷弹性模量及卸荷泊松比的变化规律, 给出复杂应力条件下卸荷弹性模量的变化公式。基于可释放应变能建立岩体单元的整体破坏准则, 该准则与大理岩的双压试验结果符合得比较好。对工程中常见的层状岩体, 提出基于畸变能与广义体积膨胀势能而建立的层状岩体破坏准则, 该准则与层状岩的双压试验也符合得比较好。

关键词: 岩石力学; 可释放应变能; 耗散能; 破坏准则; 岩体单元

中图分类号: TU 45

文献标识码: A

文章编号: 1000 - 6915(2008)09 - 1729 - 12

ENERGY MECHANISM OF DEFORMATION AND FAILURE OF ROCK MASSES

XIE Heping^{1,2}, JU Yang¹, LI Liyun¹, PENG Ruidong¹

(1. State Key Laboratory of Coal Resources and Safety Mining, China University of Mining and Technology, Beijing 100083, China;

2. Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

Abstract: The relationships between energy dissipation and strength, energy release and global failure during the deformation and failure of rock mass element are discussed. Under the condition of cyclic compressive load, the energy dissipation and damage variable are calculated and used to fit the damage evolution equation based on the analysis of energy dissipation. The releasable strain energy, dissipated energy, unloading elastic modulus and unloading Poisson's ratio are calculated at different loading levels and different loading speeds so that an equation about unloading elastic modulus under complex stress condition is obtained. The global failure criterion of rock mass element is proposed based on the analysis of releasable strain energy and is well accordance with the result of biaxial compressive test on marble. The failure criterion of layered rock mass is proposed based on the analysis of distortion energy and general potential energy of volume; and it is well accordant with the result of biaxial compressive test on layered rock.

Key words: rock mechanics; releasable strain energy; dissipated energy; failure criterion; rock mass element

1 引言

从能量的角度去观察及研究岩体力学问题, 已

得到工程界、理论界越来越多的关注及重视。目前的研究主要集中在三个方面: 首先是从细观的角度去研究岩体单元的能量耗散与岩体单元损伤的关系、能量耗散与岩体本构的关系, 以及岩体单元内

收稿日期: 2008 - 05 - 08; **修回日期:** 2008 - 07 - 11

基金项目: 国家重点基础研究发展规划(973)项目(2002CB412705); 国家自然科学基金“创新研究群体”项目(50221402); 国家自然科学基金重点项目(50639100); 新世纪优秀人才支持计划项目(NCET - 05 - 0215)

作者简介: 谢和平(1956 -), 男, 博士, 1978年毕业于中国矿业大学工程力学专业, 现任中国工程院院士、教授、博士生导师, 主要从事岩石力学与工程方面的教学与研究工作。E-mail: xiehp@scu.edu.cn

可释放应变能与岩体单元破坏或破裂的关系，在这方面已取得了显著的成绩^[1~20]；其次是从势能的极值及数学分析角度建立岩体结构的灾变模型^[21~23]，以确定岩体结构发生灾变的条件，这些条件可以用于工程岩体整体的稳定性判断；最后是从宏观的能量守恒角度去研究岩体结构经历了能量耗散即损伤以后的能量释放，用以估计工程中岩爆的烈度或碎裂岩块的飞溅速度，即定量分析岩体结构中的能量传递过程，为防灾减灾提供理论依据。

本文主要在第一个方面做了较系统的研究：叙述了岩体单元变形破坏过程中能量耗散与损伤、能量释放与整体破坏等概念。在循环压缩载荷下，实测了岩石的能量耗散及损伤，数据拟合表明，基于能量耗散分析建立的岩石损伤演化方程可以较好地描述岩石的损伤演化过程。在循环压缩载荷下，也实测了不同加载速度及不同载荷水平下岩体内可释放应变能、耗散能、卸荷弹性模量及卸荷泊松比的变化规律，给出了复杂应力条件下卸荷弹性模量的变化公式。基于可释放应变能建立了岩体的整体破坏准则，该准则与大理岩的双压试验结果符合得比较好。对工程中常见的层状岩体，提出了基于畸变能与广义体积膨胀势能而建立的层状岩体破坏准则，该准则与层状岩的双压试验结果也符合得比较好。

2 岩体内的耗散能与可释放应变能

考虑一个岩体单元在外力作用下产生变形，假设该物理过程与外界没有热交换，即一个封闭系统，外力功所产生的总输入能量为 U ，由热力学第一定律得

$$U = U^d + U^e \quad (1)$$

式中： U^d 为耗散能； U^e 为可释放弹性应变能，其表达式为

$$U^e = \frac{1}{2E} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\bar{\nu}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \quad (2)$$

式中： \bar{E} 及 $\bar{\nu}$ 分别为卸荷弹性模量与泊松比平均值。

耗散能 U^d 用于形成材料内部损伤和塑性变形，其变化满足热力学第二定律，即内部状态的改变符合熵增加趋势。图 1 中岩体单元 i 的应力 - 应变曲线下点状阴影面积 U_i^d 代表了形成损伤和塑性形变时岩体单元所消耗的能量。可释放应变能 U^e 为岩体单元卸载后释放的弹性应变能，该部分能量与卸荷

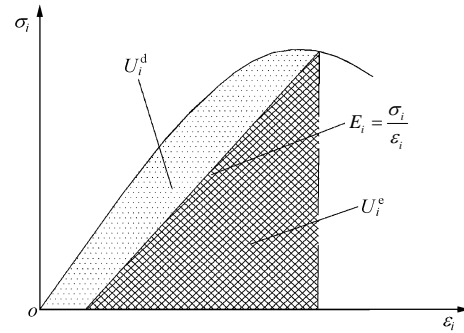


图 1 岩体单元中的耗散能和可释放应变能的关系
Fig.1 Relationship between dissipated energy and releasable strain energy of rock mass element

弹性模量及卸荷泊松比直接相关，图 1 所示应力 - 应变曲线下的带状阴影面积 U_i^e 代表了岩体单元中储存的可释放应变能。从热力学观点来看，能量耗散是单向和不可逆的，而能量释放则是双向的，只要满足一定条件都是可逆的。

图 2 所示为某一砂岩试件在单轴循环压缩条件下的载荷 - 位移曲线，从图中可看出，当加载到某一载荷再卸载时，卸载曲线并不沿着原来的加载曲线，而是要低于加载曲线。加载曲线下的面积是外载所做的功，而卸载曲线下的面积是岩石释放的弹性性能，也就是对应于该载荷时岩石的弹性变形能。加卸载曲线的不同表明，外载所做的总功除了引起岩样弹性变形能的增大外，还有一部分是被耗散掉了，耗散掉的能量不会随着卸载再从岩样中释放出来，因此卸载曲线要低于加载曲线。由外载总功减去岩样的弹性变形能即为耗散掉的能量，也就是加卸载曲线之间的面积。

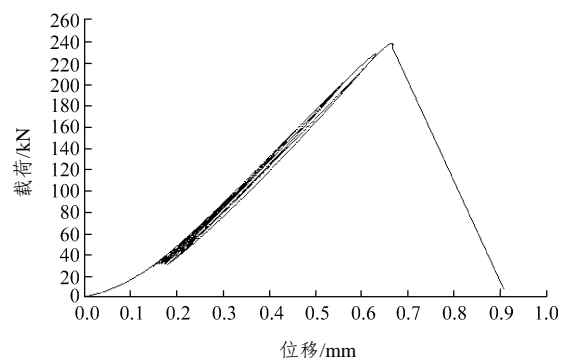


图 2 砂岩试样单轴循环压缩时的载荷 - 位移曲线
Fig.2 Load-displacement curve of sandstone sample under uniaxial cyclic compression

通过计算面积可以将各个循环周次下外载所做的总功以及岩样释放的弹性性能计算出来。作为示例，

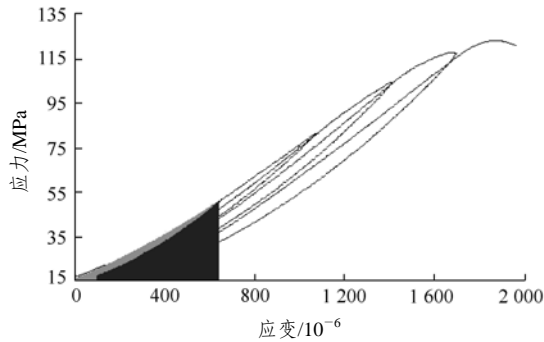
图 3 给出了砂岩试样在第 2~5 循环周次下的计算结果。图中黑色部分面积即为相应载荷下的弹性应变

能 U^e , 而灰色部分面积即为耗散掉的能量。从图中可以看出, 随着载荷增大, 外载所做的总功自然增多, 而岩石耗散的能量也相应增多。详细试验结果见表 1。

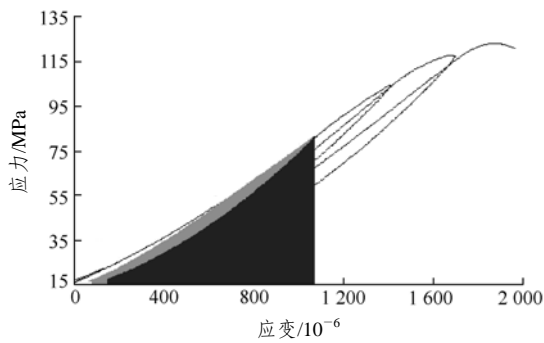
表 1 砂岩试样单轴循环压缩试验结果

Table 1 Testing results of sandstone sample under uniaxial cyclic compression

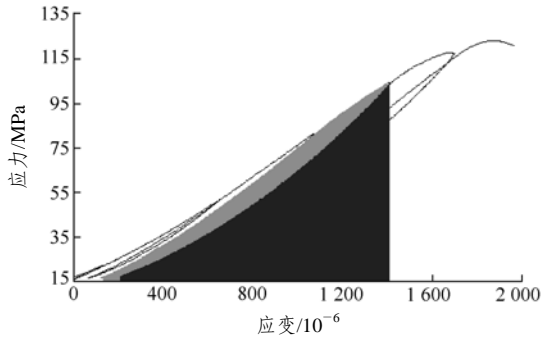
循环周次	上限应变 / 10^{-6}	上限应力 /MPa	总功 W / $(10^{-6} \text{ J} \cdot \text{mm}^{-3})$	弹性应变能 U^e / $(10^{-6} \text{ J} \cdot \text{mm}^{-3})$	割线模量 E_s /GPa	损伤变量 D	损伤能量释放率 Y / $(10^{-6} \text{ J} \cdot \text{mm}^{-3})$
1	139.32	22.59	618	579	79.32	0.000	579
2	637.71	50.86	10 567	9 209	79.14	0.002	9 227
3	1 070.46	81.55	31 175	27 174	78.78	0.007	27 366
4	1 410.24	104.52	54 976	46 291	78.32	0.013	46 901
5	1 687.43	117.97	75 118	59 805	75.89	0.043	62 492
6	1 905.84	122.99	83 965	-	-	-	-



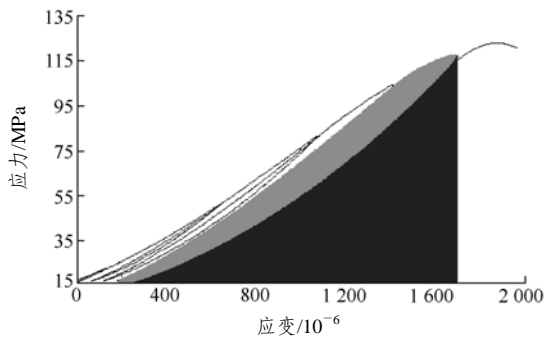
(a) 第 2 循环周次($\sigma = 50.86 \text{ MPa}$, $U^e = 9 209 \times 10^{-6} \text{ J/mm}^3$)



(b) 第 3 循环周次($\sigma = 81.55 \text{ MPa}$, $U^e = 27 174 \times 10^{-6} \text{ J/mm}^3$)



(c) 第 4 循环周次($\sigma = 104.52 \text{ MPa}$, $U^e = 46 291 \times 10^{-6} \text{ J/mm}^3$)



(d) 第 5 循环周次($\sigma = 117.97 \text{ MPa}$, $U^e = 59 805 \times 10^{-6} \text{ J/mm}^3$)

图 3 砂岩试样单轴循环压缩时的能量耗散

Fig.3 Energy dissipation of sandstone sample under uniaxial cyclic compression test

此外, 加卸载曲线所相应的弹性模量也是不同的, 这反映了岩样经受某一载荷后刚度的变化, 这种变化实际上就是能量耗散引起的不可逆损伤。通过计算可以将各个循环周次下的弹性模量计算出来, 计算时采用卸载曲线起点和终点连线的斜率, 即割线模量 E_s 来表示岩样的弹性模量。计算结果见图 4 及表 1。

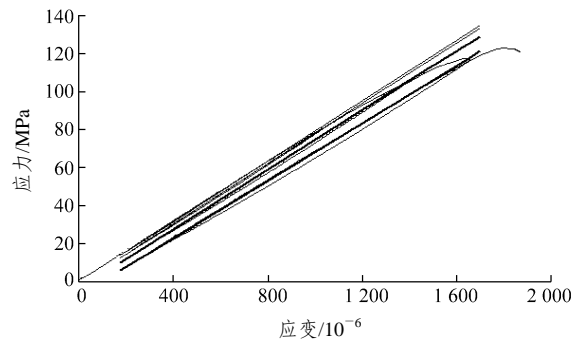


图 4 砂岩试样单轴循环压缩时的损伤演化

Fig.4 Damage evolution of sandstone sample under uniaxial cyclic compression

为了描述岩石的损伤演化, 需要计算岩石的损伤变量。损伤变量是一个热力学内变量, 可以采用间接描述方法来表征。考虑到弹性模量的变化可反映损伤演化, 故采用如下方法计算岩石的损伤变量 D , 即

$$D = 1 - \frac{E_s}{E_0} \quad (3)$$

式中： E_0 为没有损伤的岩石的弹性模量，可由试验计算得到，可以近似认为岩石在加载前没有损伤，故 E_0 可取第 1 循环周次时的弹性模量。计算结果见表 1，所得到是对应各循环周次下上限应力水平时的损伤变量，也就是在损伤演化中各载荷下的损伤变量。

岩石的损伤状态方程^[5]可表示为

$$Y = \frac{U^e}{1-D} \quad (4)$$

由式(4)计算得到各载荷下的损伤能量释放率，结果参见表 1。

通过试验分析，可以得到岩石变形破坏过程中各载荷下损伤变量及损伤能量释放率的计算值，而岩石的损伤演化也可由理论公式进行计算，下面将对二者作一比较。

岩石在单向循环拉伸载荷下的损伤演化方程可表示为

$$D = 1 - \exp\left[-B|Y - Y_0|^{\frac{1}{n}}\right] \quad (5)$$

将式(5)两边取对数可得

$$\ln[-\ln(1-D)] = \ln B + \frac{1}{n} \ln |Y - Y_0| \quad (6)$$

前文已经假定岩石在加载前没有损伤，于是有 $D_0 = 0$ ， $Y_0 = 0$ ，则式(6)可表示为

$$\ln[-\ln(1-D)] = \ln B + \frac{1}{n} \ln Y \quad (7)$$

不妨取

$$\left. \begin{aligned} y &= \ln[-\ln(1-D)] \\ x &= \ln Y \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

则式(7)是一个关于 x 和 y 的线性关系式：

$$y = ax + b \quad (9)$$

通过试验，可以计算得到 x 和 y 的数据集。于是通过对 x 和 y 的数据集进行线性拟合分析，可以判断 x 和 y 是否线性相关。若 x 和 y 线性相关，则可由拟合出的系数 a ， b 计算 B ， n ：

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{1}{a} \\ B &= e^b \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

分析结果见图 5，线性相关系数 $R > 0.98$ ，这就表明 x 和 y 的线性关系是存在的，也就是说岩石

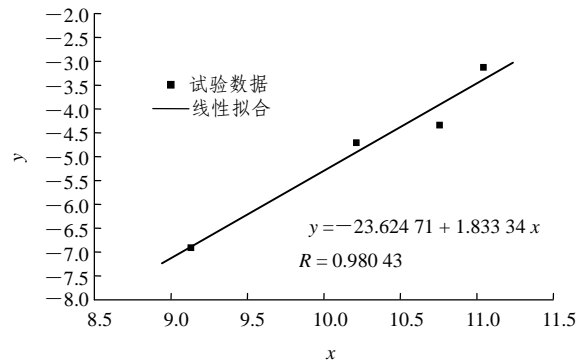


图 5 砂岩试样单轴循环压缩时的损伤演化方程拟合结果
Fig.5 Fitting result of damage evolution equation of sandstone sample under uniaxial cyclic compression

的损伤演化方程式(5)是符合试验结果的。进一步可求得岩石的材料参数 B 和 n ，并绘出岩石损伤演化的理论曲线。图 6 所示即为砂岩试样的损伤演化方程理论曲线与试验结果之间的比较，可见基于能量耗散的岩石损伤演化方程很好地表示了岩石在试验过程中的损伤演化。

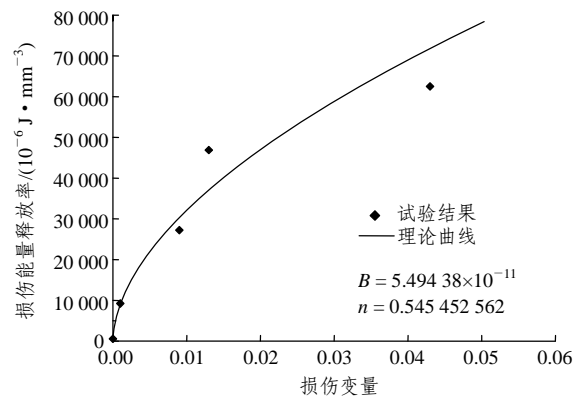


图 6 砂岩试样单轴循环压缩时的损伤演化方程理论曲线与试验结果的比较
Fig.6 Comparison between theoretical curve and testing result of damage evolution equation of sandstone sample under uniaxial cyclic compression

3 不同压力及加载速度下岩体内的耗散能与可释放应变能

岩体在不同加载速度及不同载荷水平下，其内部储藏的可释放应变能完全取决于在这些条件下岩体当时当地的卸荷弹性模量和卸荷泊松比，通过对岩体内耗散能及储藏的可释放应变能的总量及分布情况的计算，可估计岩体在下一时刻所处的状态。本文在不同的加载速度下对岩石试件进行了反复加卸载单轴压缩试验(见图 7)，得到了不同加载速度



图 7 反复加卸载后破坏的单轴压缩试件
Fig.7 Failure samples after cyclic loading and unloading under uniaxial compression

及不同载荷水平下岩石的卸荷弹性模量和卸荷泊松比以及耗散能和可释放应变能的变化规律。

在按位移加载的单轴压缩模式下, 试件基本呈静态破坏, 因而可认为试件吸收的能量被破坏前的损伤及破坏过程中的破裂消耗殆尽。经系列试验可得出如下结论:

(1) 在单轴压缩初期, 卸荷弹性模量与卸荷泊松比随载荷水平的增加而略有增加, 但到破坏前夕, 卸荷弹性模量才会逐步变小; 在静态加载所涉及的很宽范围内, 加载速度对卸荷弹性模量与卸荷泊松比的影响不十分明显; 只是随着加载速度的提高, 卸荷弹性模量与卸荷泊松比略有提高。试验结果见图 8 与 9。

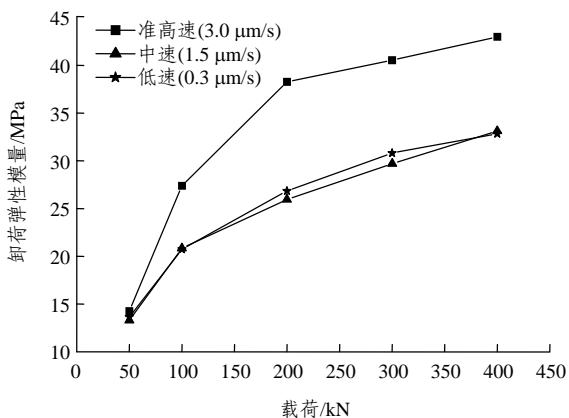


图 8 卸荷弹性模量随加载速度及载荷的变化曲线
Fig.8 Variable curves of unloading elastic modulus with loading velocity and load

(2) 坚硬的岩体在破裂前其内部的能量耗散值比较小, 破裂过程中的能量耗散值比较大, 几乎为 0.1 : 0.9 的比例关系; 而软弱的岩体在破裂前其内部的能量耗散值比较大, 破裂过程中的能量耗散值也比较大, 几乎为 0.4 : 0.6 的比例关系。

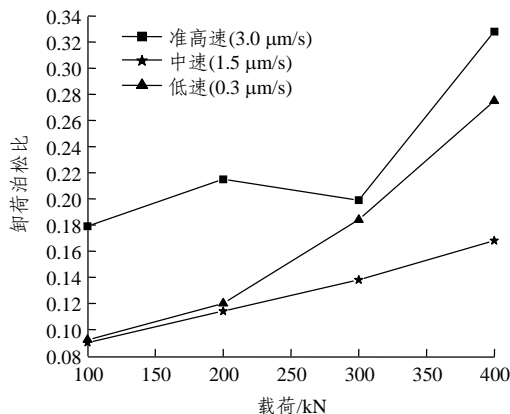


图 9 卸荷泊松比随加载速度及载荷的变化曲线
Fig.9 Variable curves of unloading Poisson's ratio with loading velocity and load

(3) 岩体破坏前, 单元内的能量耗散值与可释放应变能之比随加载速度的降低而逐步变大。这说明缓慢的加载可增大岩体单元内的能量耗散, 这也许是由于缓慢加载可使岩体单元内的微缺陷及塑性变形充分发育, 从而使耗散能增大。

(4) 由于卸荷弹性模量与应力及变形状态有关, 本文根据试验结果给出了卸荷弹性模量与岩体拉应变 ϵ_3 之间关系的经验公式:

$$E = E_0 \sqrt[4]{\frac{\epsilon_c - \epsilon_3 \epsilon_c / \epsilon_1}{\epsilon_3 + \epsilon_c}} \quad (11)$$

式中: ϵ_3 为岩体单元中可能的最大拉应变; ϵ_c 为三向等压时, 岩体材料趋于刚化时的总压应变值, 可以通过试验测定; ϵ_1 为单向拉伸时, 岩体应力 - 应变本构曲线终端的总拉应变值(见图 10)。式(11)对应的曲线见图 11, 此曲线的 3 个特征点为:

① 当岩体单元内可能的最大拉应变 ϵ_3 达到压缩应变 ϵ_c 时 ($\epsilon_c < 0$) (实际为三向压缩; 最小的压缩应变即可能的最大拉应变 ϵ_3 达到 ϵ_c 时 ($\epsilon_c < 0$)), 卸荷弹性模量 E 趋于无穷大。

② $\epsilon_3 = 0$ 时, 对应为完好材料, 卸荷弹性模量 E 就为初始弹性模量 E_0 。

③ $\epsilon_3 = \epsilon_1$ 时, 对应于完全拉破坏, 卸荷弹性模量 E 趋于 0。

式(11)和图 11 体现了当岩体材料因损伤变得松散, 最大拉应变为正, 并逐步增大至断裂值 ϵ_1 时, 卸荷弹性模量 E 趋近于 0; 而当可能的最大拉应变为负时, 即到了三向压缩变形状态, 卸荷弹性模量 E 逐步变得很大而趋于刚性。

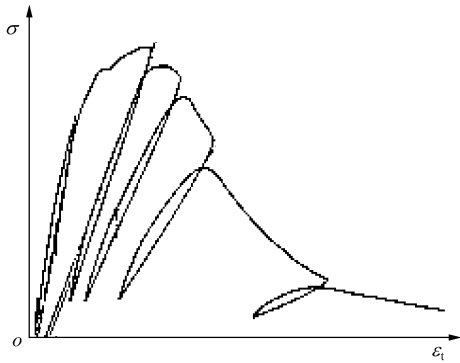


图 10 循环拉伸时的应力 - 应变曲线
Fig.10 Stress-strain curve under cyclic tension

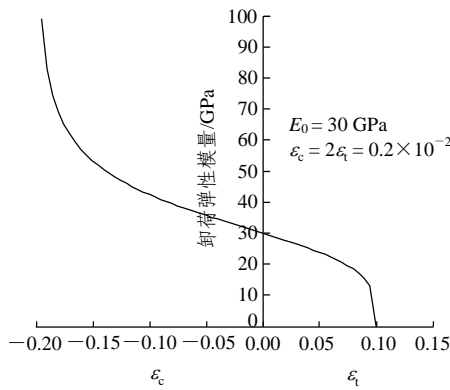


图 11 卸荷弹性模量与拉应变 ϵ_3 的关系示意图
Fig.11 Sketch of relationship between unloading elastic modulus and tensile strain ϵ_3

无论是单向还是三向应力状态，无论考虑塑性本构还是考虑损伤本构，无论考虑大变形还是小变形，在计算出了每个岩体单元的应力、应变值以后，根据这条材料曲线，就可得到卸荷弹性模量 E 的估计值，从而可计算出每个岩体单元内的可释放应变能。三向应力在三向应变上做的总功减去可释放应变能，即得到单元体内的耗散能，这些都是可以在有限元计算中完成的工作。

4 岩体单元的整体破坏准则

岩体单元的整体破坏是指单元内形成了贯通破裂面，失去了继续承受载荷的能力；岩体结构的整体破坏是指由于各岩体单元破裂面的连通，而使总体结构失去了正常工作的功能。根据岩石单元的变形破坏形态，可认为能量释放是引发岩体单元突然破坏的内在动力，因而本节根据岩体单元内的可释放应变能建立了岩体单元的整体破坏准则。该准则认为：外力对岩体所做的功一部分转化为介质内的

耗散能 U^d ，使岩体强度逐步丧失；另一部分转化为逐步增加的可释放应变能 U^e 。当 U^e 储存到一定程度，试图沿某一易于释放的方向释放；当这一方向的能量释放量达到该单元体破裂所需要的能量时，岩体单元产生整体破坏。 U^e 难以沿最大压应力 σ_1 方向释放，而易于沿最小压应力(或拉应力) σ_3 方向释放。据此，作者^[4]给出了岩体单元受压与受拉(见图 12)时的整体破坏准则：

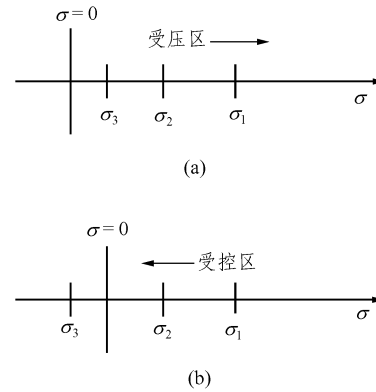


图 12 受力情况图

Fig.12 Illustration of stress status

(1) 受压情况($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \geq 0$ ，压应力为正)

此类整体破坏单元在主应力 σ_i 方向的能量释放率 G_i 为

$$G_i = K_i(\sigma_1 - \sigma_i)U^e \quad (i = 1, 2, 3) \quad (12)$$

式中： K_i 为材料常数。可释放应变能 U^e 在 3 个主应力方向按与最小压应力的差进行分配，显然，最大能量释放率发生在最小压应力方向，即 $G_3 = K_3(\sigma_1 - \sigma_3)U^e$ 。式(12)的定义体现了静水压力下不引起整体破坏的机制。

岩体单元发生整体破坏时满足：

$$G_3 = K_3(\sigma_1 - \sigma_3)U^e \geq G_c \quad (13)$$

式中： G_c 为受压时岩体单元发生整体破坏时的临界应变能释放率，可由单向压缩试验确定，即 $G_c = K_3 \frac{\sigma_c^3}{2E_0}$ 。经整理得到岩体受压时的整体破坏准则为

$$(\sigma_1 - \sigma_3)U^e = \frac{\sigma_c^3}{2E_0} \quad (14)$$

即

$$(\sigma_1 - \sigma_3)[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] = \sigma_c^3 \quad (15)$$

式中： σ_c 为岩体单轴抗压强度。从式(14)与(15)可

以看出, 因子 $\sigma_1 - \sigma_3$ 为岩体单元内的最大剪应力的 2 倍, 其值越大, 则此岩体单元越容易往 σ_3 方向发生错动破坏。此准则从另一角度也反映了在受压区岩体单元的剪切破坏机制。

(2) 受拉情况($\sigma_3 < 0$, 见图 12)

在岩体单元受拉的情况下, 储存的可释放应变能 U^e 在 3 个主应力方向按照主应力值大小进行分配, 最大应变能释放率发生在最大主拉应力 σ_3 方向。岩体单元发生整体破坏时满足:

$$G_3 = K_3 \sigma_3 U^e \geq G_t \quad (16)$$

式中: G_t 为岩体单元受拉发生整体破坏时的临界应变能释放率, 可以由单向拉伸试验确定, 即 $G_t = K_3 \frac{\sigma_t^3}{2E_0}$ 。经整理得到岩体受拉时的整体破坏准则为

$$\sigma_3 U^e \geq \frac{\sigma_t^3}{2E_0} \quad (17)$$

即

$$\sigma_3 [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_1\sigma_3)] \geq \sigma_t^3 \quad (18)$$

式中: σ_t 为岩体单轴抗拉强度。

(3) 与试验的比较

为了验证本节给出的整体破坏准则, 对白色大理石进行了系列单向及双向压缩试验。试件尺寸为 50 mm×50 mm×18 mm(长×宽×厚), 抗压强度为 40.58 MPa。部分试件及试验照片如图 13, 14 所示, 试验平均值与理论值的比较见表 2 与图 15。



(a) 加载前



(b) 破坏后

图 13 部分试件及试验照片
Fig.13 Partial samples and test photos



图 14 双向压缩破坏后大理石试件
Fig.14 Marble samples after bi-compression failure

表 2 双向压缩下理论值与试验平均值的比较
Table 2 Comparison of theoretical calculation results and testing average values under bi-compression

水平应力 σ_2 /MPa	卸荷泊松比	竖向破坏应力 σ_1 /MPa		相对误差/%
		试验平均值	理论值	
0.00	-	40.58	40.58	0.00(标定值)
7.78	0.16	58.28	40.89	-29.83
13.90	0.23	33.09	41.15	24.35
17.00	0.14	48.08	39.60	-17.64
23.50	0.28	47.53	40.38	-15.04
28.80	0.19	39.03	37.05	-5.07

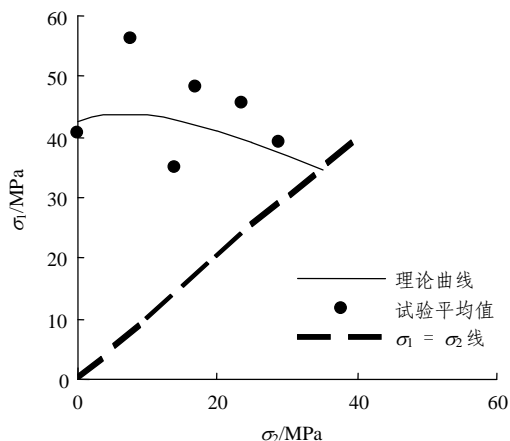


图 15 双向压缩下理论曲线与试验平均值的比较
Fig.15 Comparison between theoretical curve and testing average values under bi-compression

由图 15 与表 2 可以看出, 试验点与理论曲线符合得比较好。该准则按主应力排序进行计算, 所以在图 15 中 $\sigma_1 = \sigma_2$ 线的右下方, 属 $\sigma_1 < \sigma_2$ 的区域, 不再绘出理论曲线与试验点。在双向压缩空间, $\sigma_1 = \sigma_2$ 线左上方的理论曲线就已涵盖了所有可能的双向压缩应力组合。

5 关于层状岩体的能量型破坏准则

层状岩体是工程中大量遇到的岩体, 材料性能

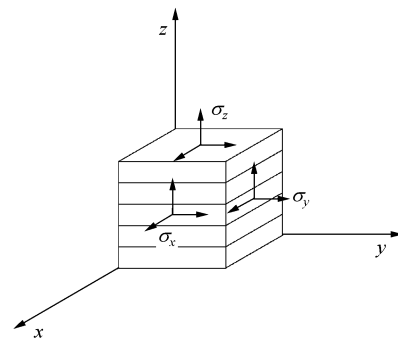
表现为横观各向同性甚至各向异性。由于层状岩体的结构特殊性，使得力学性能比一般岩体更为特殊^[24~29]，比如垂直层面方向的力学性能与平行层面方向的力学性能大不相同，每个方向上的抗拉与抗压性能也大不相同，特别是当应力主方向与层面斜交时，用常规的强度理论不便于分析，因而对于层状岩体破坏准则的研究显得十分必要。

本节引用了大家较为熟知的层状岩体的横观各向同性本构关系^[26]，分析了此本构关系在某些特殊情况下的表达式；对层状岩体单元，提出了便于进行破坏理论分析的层面内最大剪应力单元，定义了该岩体单元的广义体积膨胀势能与畸变能，认为这两种类型的广义能量之和能够度量层状岩体接近破坏的程度，从而构筑了层状岩体的一个破坏准则；由对层状岩体垂直于层面、平行于层面及平行于层面的巴西圆盘的三个受压强度指标实测值完成了准则中参数的确定，从而可以对各种加载条件下的层状岩体单元进行破坏分析。

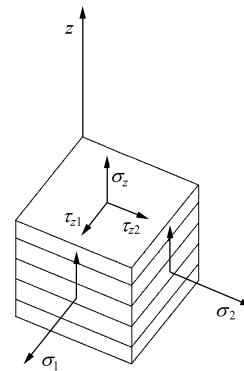
(1) 层面内的最大剪应力单元

在分析层状岩体强度时，为便于分析，总可沿平行于层面及垂直于层面的方位截取单元，得到图 16(a)所示的“一般层状岩体应力单元”。但这种岩体单元上的应力与 x, y 的坐标取向相关，应力数比较多，因而在一般情况下仍不便于力学分析。由于层面内为连续介质，各向同性，因而可以在层面内绕 z 轴旋转寻找主单元，如图 16(b)所示，注意忽略单元体尺度内沿 z 方向的应力变化，因而岩体单元上下两个 z 平面上的应力能自相平衡。这样，图 16(b)所示层状岩体单元上的应力就成了层状岩体结构中位置的函数，而与 x, y 的坐标取向无关，应力数也少了一个，这就是便于力学性能分析的“层面内主单元”。这种单元独立应力有 5 个，应力 - 应变关系^[26]为

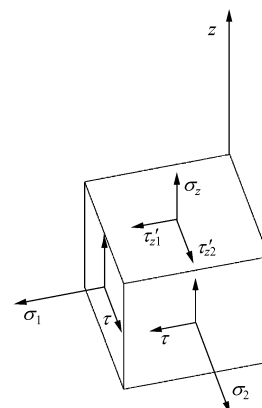
$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{z1} \\ \gamma_{z2} \end{Bmatrix}^e = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_e} & -\frac{\mu}{E_e} & -\frac{\mu_z}{E_z} & 0 & 0 \\ -\frac{\mu}{E_e} & \frac{1}{E_e} & -\frac{\mu_z}{E_z} & 0 & 0 \\ -\frac{\mu_z}{E_z} & -\frac{\mu_z}{E_z} & \frac{1}{E_z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_z} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_z \\ \tau_{z1} \\ \tau_{z2} \end{Bmatrix} \quad (19)$$



(a) 一般层状岩体应力单元上



(b) 层面内主单元



(c) 层面内最大剪应力单元

图 16 3 种层状岩体应力单元

Fig.16 Three kinds of stress elements of layered rock mass

式中： E_e 为各向同性面(σ_1 与 σ_2 所在面)内所有方向的弹性模量， E_z 为垂直于层面方向(z 方向)的弹性模量， μ 为各向同性面内的泊松比， μ_z 为垂直于各向同性面内的泊松比， G_z 为垂直于各向同性面内的剪切弹性模量。

对图 16(b)所示“层面内主单元”，当层面内的双向主应力不相等时，层面内存在最大剪应力。当岩体受压时，容易发生剪切破坏，基于对剪切破坏的关注，将此单元绕 z 轴旋转 45° ，就得到“层面内最大剪应力单元”。这种单元独立应力数也为

5 个, 这种单元的横观各向同性本构关系将由式(19)退化

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon^e &= \frac{\sigma(1+\mu)}{E_e} - \mu_z \frac{\sigma_z}{E_z} \\ \varepsilon_z^e &= \frac{\sigma_z}{E_z} - 2\mu_z \frac{\sigma}{E_z} \\ \gamma_{z1} &= \frac{1}{G_z} \tau_{z1} \\ \gamma_{z2} &= \frac{1}{G_z} \tau_{z2} \\ \gamma &= \frac{1}{G} \tau \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

其中,

$$\sigma = (\sigma_1 + \sigma_2) / 2, \quad \tau = (\sigma_1 - \sigma_2) / 2$$

式中: G 为平行于各向同性面内的剪切弹性模量。

(2) 能量型破坏准则

前面所叙层面内最大剪应力单元, 不存在层面方位与主应力斜交所带来的问题, 便于进行岩体破坏因素分析。本文认为, 岩体单元受力后所发生的体积膨胀及形状畸变非常容易导致破坏, 相反, 体积压缩则不容易发生岩体破裂。而层面内的最大剪应力单元承受的正好是等拉力或等压力, 体现了体积膨胀或压缩, 层面内的最大剪应力正好揭示了层面内可能产生的最大体积畸变; 再考虑 z 方向的拉压应力给膨胀或压缩带来的贡献及 z 平面上的剪应力给畸变带来的贡献, 通过能量的概念将所有这些量联系起来, 形成本文的层状岩体破坏准则。

本文定义这种岩体单元的体积膨胀势能为

$$U_p^e = 2 \times \frac{1}{2} (\sigma + k) \varepsilon^e + \frac{1}{2} (\sigma_z + k_z) \varepsilon_z^e \quad (21)$$

式中: k 与 k_z 均为考虑 σ 及 σ_z 方向拉压性质不同而引入的参数, 它们使得当岩体单元体积发生膨胀时, U_p^e 基本为正, 当体积发生收缩时, U_p^e 基本为负。该能量指标可以检验岩体单元临近拉破坏的程度。

本文定义这种岩体单元的畸变能为

$$U_q^e = \frac{1}{2} \tau \gamma^e + \frac{1}{2} \tau'_{z1} \gamma'_{z1}{}^e + \frac{1}{2} \tau'_{z2} \gamma'_{z2}{}^e \quad (22)$$

注意到

$$\tau'_{z1}{}^2 + \tau'_{z2}{}^2 = \tau_z'^2 \quad (23)$$

式中: τ_z' 为 z 平面上的全剪应力, 该能量指标可以检验岩体单元临近剪破坏的程度。两种能量之和体现了拉破坏与剪破坏的综合效果。

本准则认为, 当 U_p^e 与 U_q^e 之和达到某一临界能量值时, 岩体单元发生破坏或破裂:

$$U_q^e + U_p^e = \frac{1}{2} U_0^e \quad (24)$$

为了能与式(21), (22)相匹配, 以消去 1/2 因子, 本文设这个临界值为 $\frac{1}{2} U_0^e$ 。考虑到前面提到的本构关系式(20), 则式(24)变为

$$2(\sigma + k) \varepsilon^e + (\sigma_z + k_z) \varepsilon_z^e + \frac{1}{G} \tau^2 + \frac{1}{G_z} \tau_z'^2 = U_0^e \quad (25)$$

式(25)即为本文提出的关于层状岩体的能量型破坏准则。式中的 k , k_z 及 U_0^e 可分别通过平行于层面的抗压强度、垂直于层面的抗压强度以及平行于层面的巴西圆盘受压试验来确定:

$$\left. \begin{aligned} k_z &= \frac{a_{22} b_1 - a_{12} b_2}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \\ k &= \frac{a_{11} b_2 - a_{21} b_1}{a_{11} a_{22} - a_{12} a_{21}} \\ U_0^e &= \frac{\sigma_{zc} k_z + \sigma_{zc}^2}{E_z} - \frac{2\mu_z \sigma_{zc} k}{E_z} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

其中,

$$\left. \begin{aligned} a_{11} &= \frac{\sigma_{zc} + \mu_z \sigma_{xyc}}{E_z} \\ a_{12} &= - \left(\frac{2\mu_z \sigma_{zc}}{E_z} + \sigma_{xyc} \frac{1-\mu}{E_e} \right) \\ b_1 &= \frac{\sigma_{xyc}^2 (1-\mu)}{2E_e} - \frac{\sigma_{zc}^2}{E_z} + \frac{\sigma_{xyc}^2}{4G} \\ a_{21} &= \frac{\sigma_{zc} + \sigma_{zt} (1 + \mu_z n)}{E_z} \\ a_{22} &= - \left\{ \frac{2\mu_z \sigma_{zc}}{E_z} + \sigma_{zt} \left[\frac{n(1-\mu)}{E_e} + \frac{2\mu_z}{E_z} \right] \right\} \\ b_2 &= \frac{n\sigma_{zt}^2}{2} \left[\frac{n(1-\mu)}{E_e} + \frac{2\mu_z}{E_z} \right] - \frac{\sigma_{zc}^2}{E_z} + \frac{n^2 \sigma_{zt}^2}{4G} + \frac{\sigma_{zt}^2 (1 + n\mu_z)}{E_z} \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

式中: σ_{zc} 与 σ_{xyc} 为垂直于层面的抗压强度, σ_{zt} 为平行于层面受压的巴西圆盘中心点的水平破坏应力。依弹性力学对匀质巴西圆盘中心点的应力分析, 应取 $n = 3$; 本文为层状岩, 故取 $n \approx 3$ 。

对于某水库边坡的层状岩体，本文通过上述 3 种试验所测得的强度指标，以及此层状岩体的各个力学性能参数，再通过式(26)，建立了它的破坏准则为

$$2(\sigma - 457.8)\varepsilon^e + (\sigma_z - 352.5)\varepsilon_z^e + \frac{1}{G}\tau^2 + \frac{1}{G_z}\tau_z'^2 = 25 \tag{28}$$

图 17~19 为本文作者对层状岩体进行的双向压缩试验情况。图 20 中的椭圆为此准则在 $\sigma_1 - \sigma_z$ 平面所预示的一理论曲线。由于层状岩体抗拉与抗压性质不同，因而该理论曲线相对于坐标原点为一偏心椭圆。从图 20 可知，试验结果与理论曲线基本

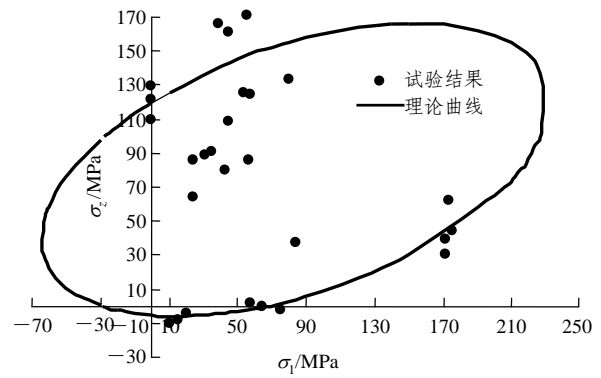


图 20 理论曲线与试验结果的比较($\sigma_2 = 0$)

Fig.20 Comparison between theoretical curve and experimental result($\sigma_2 = 0$)



图 17 部分破坏后试件

Fig.17 Some samples after failure

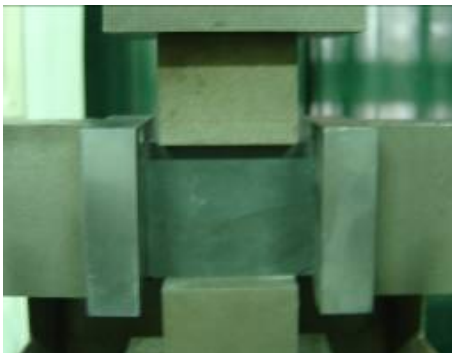


图 18 双向压缩试验前试样

Fig.18 Samples before bi-compression test

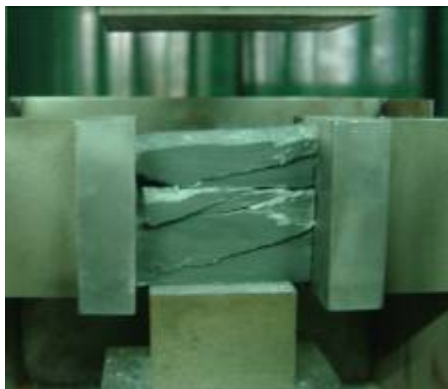


图 19 双向压缩试验后试样

Fig.19 Samples after bi-compression test

相符。当抗拉与抗压性质相等时，此理论曲线会成为一正椭圆，与 Mises 准则所给出的椭圆很相似，但 Mises 准则只考虑了畸变能，且只能预示拉压同性材料的剪破坏，对金属材料而言，即只预示屈服。

6 结 论

(1) 通过岩石(体)的应力 - 应变曲线、卸荷弹性模量与卸荷泊松比，定义了岩体单元能量耗散值与可释放应变能值；整个岩体结构的可释放应变能与耗散能为每个岩体单元相应能量值的叠加。

(2) 通过不同加载速度的单向反复加卸载压缩试验可知，岩体单元在受压初期，卸荷弹性模量与卸荷泊松比随载荷水平的增加而略有增加，到破坏前夕，卸荷弹性模量才会逐步变小；在静态加载所涉及的很宽范围内，加载速度对弹性模量与卸荷泊松比的影响不明显。

(3) 随着压力水平的增加，岩体内的耗散能与可释放应变能都会随之增加；坚硬的岩体在破裂前其内部的能量耗散值比较小，外力所做功几乎都转为岩体内可释放应变能，而软弱岩体破裂前，外力所做功有很大部分将被耗散掉，可释放应变能相对较小。这就是硬岩为何比软岩容易发生岩爆的原因。

(4) 岩体破坏前，单元内的能量耗散值与可释放应变能值之比随加载速度的降低而逐步变大。这说明缓慢加载可增大岩体单元内的能量耗散。

(5) 对于各向同性岩体，提出了一个分区定义的基于可释放应变能沿最小压应力方向释放导致破

坏的能量型准则。在双向加压的条件下, 试验值与理论值符合比较好。

(6) 对横观各向同性层状岩体, 提出了一个基于体积膨胀及体积畸变导致破坏的能量型准则, 该准则在主应力 $\sigma_1 - \sigma_z$ 平面为一偏心椭圆, 与本文的双压试验值符合比较好。

(7) 通过对砂岩进行循环压缩试验可以发现, 在岩石压缩过程中外载所做的功一部分使岩石弹性变形能增大, 另一部分将被耗散掉。能量耗散是导致岩石发生不可逆损伤的原因。

(8) 通过试验对基于能量耗散分析建立的岩石损伤演化方程进行了验证, 测定了相关参数指标。试验结果表明, 这一理论模型可以较好地描述岩石在压缩时的损伤演化过程。

参考文献(References):

- [1] 谢和平, SANDERSON D J, PEACOCK D C P. 雁型断裂的分形模型和能量耗散[J]. 岩土工程学报, 1994, 16(1): 1 - 7.(XIE Heping, SANDERSON D J, PEACOCK D C P. A fractal model and energy dissipation for an echelon fractures[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 1994, 16(1): 1 - 7.(in Chinese))
- [2] 谢和平. 岩石混凝土损伤力学[M]. 徐州: 中国矿业大学出版社, 1998.(XIE Heping. Damage mechanics of rocks and concrete[M]. Xuzhou: China University of Mining and Technology Press, 1998.(in Chinese))
- [3] 谢和平, 彭瑞东, 鞠 杨. 岩石变形破坏过程中的能量耗散分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(21): 3 565 - 3 570.(XIE Heping, PENG Ruidong, JU Yang. Energy dissipation of rock deformation and fracture[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(21): 3 565 - 3 570.(in Chinese))
- [4] 谢和平, 鞠 杨, 黎立云. 基于能量耗散与释放原理的岩石强度与整体破坏准则[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(17): 3 003 - 3 010.(XIE Heping, JU Yang, LI Liyun. Criteria for strength and structural failure of rocks based on energy dissipation and energy release principles[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(17): 3 003 - 3 010.(in Chinese))
- [5] 彭瑞东. 基于能量耗散及能量释放的岩石损伤与强度研究[博士学位论文][D]. 北京: 中国矿业大学, 2005.(PENG Ruidong. Damage and strength research for rocks based on the analysis of energy dissipation and energy release[Ph. D. Thesis][D]. Beijing: China University of Mining and Technology, 2005.(in Chinese))
- [6] 谢和平, 彭瑞东, 周宏伟, 等. 基于断裂力学与损伤力学的岩石强度理论研究进展[J]. 自然科学进展, 2004, 14(10): 1 086 - 1 092.(XIE Heping, PENG Ruidong, ZHOU Hongwei, et al. Progress in strength theory of rocks based on fracture mechanics and damage mechanics[J]. Progress in Nature, 2004, 14(10): 1 086 - 1 092.(in Chinese))
- [7] 彭瑞东, 谢和平, 鞠 杨. 砂岩拉伸过程中的能量耗散与损伤演化分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2007, 26(12): 2 526 - 2 531.(PENG Ruidong, XIE Heping, JU Yang. Analysis of energy dissipation and damage evolution of sandstone during tensile process[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2007, 26(12): 2 526 - 2 531.(in Chinese))
- [8] 谢和平, 彭瑞东, 鞠 杨, 等. 岩石破坏的能量分析初探[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(15): 2 603 - 2 608.(XIE Heping, PENG Ruidong, JU Yang, et al. On energy analysis of rock failure[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(15): 2 603 - 2 608.(in Chinese))
- [9] 赵忠虎. 基于能量耗散与能量释放的岩石变形破坏研究[博士学位论文][D]. 成都: 四川大学, 2007.(ZHAO Zhonghu. Research on deformation and failure of rocks based on the principle of energy dissipation and energy release[Ph. D. Thesis][D]. Chengdu: Sichuan University, 2007.(in Chinese))
- [10] 朱维申, 程 峰. 能量耗散本构模型及其在三峡船闸高边坡稳定性分析中的应用[J]. 岩石力学与工程学报, 2000, 19(3): 261 - 264.(ZHU Weishen, CHENG Feng. Constitutive model of energy dissipation and its application to stability analysis of shiplock slope in the Three Gorges Project[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2000, 19(3): 261 - 264.(in Chinese))
- [11] 华安增. 地下工程周围岩体能量分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(7): 1 054 - 1 059.(HUA Anzeng. Energy analysis of surrounding rocks in underground engineering[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(7): 1 054 - 1 059.(in Chinese))
- [12] 尤明庆, 华安增. 岩石试样破坏过程的能量分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(6): 778 - 781.(YOU Mingqing, HUA Anzeng. Energy analysis of failure process of rock specimens[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(6): 778 - 781.(in Chinese))
- [13] 徐靖南, 陶震宇. 开挖次数对围岩能量耗散之影响[J]. 地下空间, 1995, 15(2): 102 - 105.(XU Jingnan, TAO Zhenyu. Influence of number of excavation on energy dissipation of surrounding rock[J].

- Underground Space, 1995, 15(2): 102 - 105.(in Chinese))
- [14] MIKHALYUK A V, ZAKHAROV V V. Dissipation of dynamic-loading energy in quasi-elastic deformation processes in rocks[J]. Journal of Applied Mechanics and Technical Physics, 1996, 38(2): 312 - 318.
- [15] SUJATHAL V, CHANDRA-KISHEN J M. Energy release rate due to friction at bimaterial interface in dams[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2003, 129(7): 793 - 800.
- [16] STEFELER E D, EPSTEIN J S, CONLEY E G. Energy partitioning for a crack under remote shear and compression[J]. International Journal of Fracture, 2003, 120(4): 563 - 580.
- [17] 胡柳青, 李夕兵, 赵伏军. 冲击荷载作用下岩石破裂损伤的耗能规律[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(增 2): 2 304 - 2 308.(HU Liqing, LI Xibing, ZHAO Fujun. Study on energy consumption in fracture and damage of rock induced by impact loadings[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(Supp.2): 2 304 - 2 308.(in Chinese))
- [18] 高文学, 刘运通. 冲击荷载作用下岩石损伤的能量耗散[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(11): 1 777 - 1 780.(GAO Wenxue, LIU Yuntong. Energy dissipation of rock damage under impact loading[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(11): 1 777 - 1 780.(in Chinese))
- [19] 金丰年, 蒋美蓉, 高小玲. 基于能量耗散定义损伤变量的方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(12): 1 976 - 1 980.(JIN Fengnian, JIANG Meirong, GAO Xiaoling. Defining damage variable based on energy dissipation[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(12): 1 976 - 1 980.(in Chinese))
- [20] 喻 勇, 尹健民. 三峡花岗岩在不同加载方式下的能耗特征[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(2): 205 - 208.(YU Yong, YIN Jianmin. Energy dissipation properties of Three Gorges granite under different loading modes[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(2): 205 - 208.(in Chinese))
- [21] 赵阳升, 冯增朝, 万志军. 岩体动力破坏的最小能量原理[J]. 岩石力学与工程学报, 2003, 22(11): 1 781 - 1 783.(ZHAO Yangsheng, FENG Zengchao, WAN Zhijun. Least energy principle of dynamical failure of rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2003, 22(11): 1 781 - 1 783.(in Chinese))
- [22] 潘 岳, 王志强. 岩体动力失稳的功、能增量——突变理论研究方法[J]. 岩石力学与工程学报, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(PAN Yue, WANG Zhiqiang. Research approach on increment of work and energy — catastrophe theory of rock dynamic destabilization[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2004, 23(9): 1 433 - 1 438.(in Chinese))
- [23] 唐春安. 岩石破裂过程中的灾变[M]. 北京: 煤炭工业出版社, 1993.(TANG Chun'an. Catastrophe in the fracture process of rocks[M]. Beijing: China Coal Industrial Publishing House, 1993.(in Chinese))
- [24] 鲜学福, 谭学术. 层状岩体破坏机制[M]. 重庆: 重庆大学出版社, 1989.(XIAN Xuefu, TAN Xueshu. Failure mechanism of layered rock mass[M]. Chongqing: Chongqing University Press, 1989.(in Chinese))
- [25] 张玉军, 刘谊平. 层状岩体的三维弹塑性有限元分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2002, 21(11): 1 615 - 1 619.(ZHANG Yujun, LIU Yiping. 3D elastoplastic finite element analysis of layered rock mass[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2002, 21(11): 1 615 - 1 619.(in Chinese))
- [26] 黄醒春, 陶连金, 曹文贵. 岩石力学[M]. 北京: 高等教育出版社, 2005.(HUANG Xingchun, TAO Lianjin, CAO Wengui. Rock mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press, 2005.(in Chinese))
- [27] ADHIKARY D P, DYSKIN A V. A continuum model of layered rock masses with non-associative joint plasticity[J]. International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, 1998, 22(4): 245 - 261.
- [28] ADHIKARY D P, GUO H. An orthotropic Cosserat elastoplastic model for layered rocks[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2002, 35(3): 161 - 170.
- [29] KORACH C S, KEER L M. Stresses between 3D fractures in infinite and layered elastic solids[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2002, 69(17): 1 815 - 1 825.