

王正涛, 李建成, 姜卫平等. 基于 GRACE 卫星重力数据确定地球重力场模型 WHU-GM-05. 地球物理学报, 2008, 51(5): 1364~1371

Wang Z T, Li J C, Jiang W P, et al. Determination of earth gravity field model WHU-GM-05 using GRACE gravity data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2008, 51(5):1364~1371

基于 GRACE 卫星重力数据确定地球重力场模型 WHU-GM-05

王正涛^{1,2}, 李建成², 姜卫平², 晁定波²

1 中国测绘科学研究院大地测量与地球动力学研究所, 北京 100039

2 武汉大学测绘学院, 武汉 430079

摘 要 基于卫星轨道运动的能量积分方程, 可导出利用卫星跟踪卫星数据求解地球重力场的实用公式. 本文在 Jekeli 给出的公式基础上导出了基于能量守恒方程利用两颗低-低卫星跟踪的扰动位差求解重力位系数的严密关系式. 基于两颗 GRACE 卫星的观测数据, 采用本文导出的严密能量积分方法求解得到 120 阶的 GRACE 地球重力场模型, 命名为 WHU-GM-05; 将 WHU-GM-05 模型与国际上同类重力场模型 EIGEN-GRACE 系列和 GGM02S 分别在阶方差和大地水准面高等方面作了比较, 并与美国和中国的部分地区 GPS 水准观测值进行了精度分析. 结果表明基于本文推导的严密双星能量守恒方程得到的 WHU-GM-05 重力场模型精度与国际上同类重力场模型的精度相当.

关键词 GRACE, 重力场模型, 能量守恒

文章编号 0001-5733(2008)05-1364-08

中图分类号 P223

收稿日期 2007-12-28, 2008-06-13 收修定稿

Determination of earth gravity field model WHU-GM-05 using GRACE gravity data

WANG Zheng-Tao^{1,2}, LI Jian-Cheng², JIANG Wei-Ping², CHAO Ding-Bo²

1 *Institute of Geodesy and Geodynamics, Chinese Academy of Surveying and Mapping, Beijing 100039, China*

2 *School of Geodesy and Geomatics, Wuhan University, Wuhan 430079, China*

Abstract Based on the energy integral equation of satellite orbit-motion, some applied computation formulas for Earth gravity field recovery from satellite to satellite tracking data are presented, in which a strict expression of the difference of kinetic energy between two satellites on the same orbit in terms of KBR range-rate observation value is given. Using GRACE data from two satellites and the energy integral method, a gravity model up to degree 120 is derived, which is named WHU-GM-05. The tests of WHU-GM-05 series are performed by multi-comparisons, which include the comparisons between the model series and several analogous international geopotential models including EIGEN-GRACE series and GGM02S with respect to the corresponding degree variances and geoidal heights, and comparisons of the model geoidal heights with GPS leveling in the area of U. S. and China (some regions). The results show that the total accuracy of WHU-GM-05 is near to that of the models used in the comparisons.

Keywords GRACE, Gravity filed model, Energy conservation

基金项目 国家自然科学基金(40637034, 40704004)、国家基础测绘科技项目(1469990624201)、地理空间信息工程国家测绘局重点实验室经费项目(B2627)、地球空间环境与大地测量教育部重点实验室开放基金(905152533)资助。

作者简介 王正涛, 男, 1976 年出生, 2005 年博士毕业于武汉大学. 主要从事地球重力场的理论、方法与技术的科研和教学工作.
E-mail: ztwang@whu.edu.cn

1 引言

随着 20 世纪 90 年代卫星重力新技术的发展,大地测量学者们广泛致力于卫星重力场恢复中实用数学模型和计算方法的研究,提出了利用新的卫星观测数据采用空域法和时域法求解重力场的数学模型^[1,2],其中时域法的研究更多.自新的卫星重力任务 CHAMP、GRACE 分别于 2000 年和 2002 年实施以来,利用其观测值基于时域法求解重力位系数的计算模型和方法得到了广泛的研究,除了传统的动力学方法外,还有能量积分法、半解析法和卫星加速度方法等^[3~6].能量积分法原理是基于 1836 年提出的用于研究行星运动的 Jacobi 积分,有许多学者将其用于重力场的恢复^[7~9]的研究.因为能量法计算简单,国际上有许多学者将其应用于 CHAMP 和 GRACE 的重力场恢复^[3,5,10~13].本文推导给出了基于 KBR 观测值与卫星动能差的能量守恒方法严密表达式,并利用 GRACE 观测数据采用本文推导的严密能量积分方程求得 120 阶地球重力场模型 WHU-GM-05,并与国际上同类模型以及地面的真实观测值作了详细的比较.

2 能量积分法的数学模型

在惯性坐标系中,基于能量守恒原理单个卫星轨道运动的能量积分方程可表示为^[3]:

$$V = \frac{1}{2}(\dot{r}_{ix}^2 + \dot{r}_{iy}^2 + \dot{r}_{iz}^2) - \bar{\omega}(r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix}) - V_t - \Delta C - E_0, \quad (1)$$

$$\text{或 } T + E_0 = \frac{1}{2}(\dot{r}_{ix}^2 + \dot{r}_{iy}^2 + \dot{r}_{iz}^2) - \bar{\omega}(r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix}) - U_0 - V_t - \Delta C, \quad (2)$$

其中, T 是扰动位; E_0 是积分常数; r 和 \dot{r} 是卫星的位置和速度向量; $\bar{\omega}$ 是地球的平均旋转角速度; V_t 为各种潮汐影响的改正项; U_0 为正常重力位; ΔC 是由各种非保守力引起的能量损失.

方程右边的各项都能以高精度得到,第一项是单位质量的动能,第二项是所谓的“旋转位”.方程左边, T 和 E_0 是将要求解的未知量.方程可看作是观测方程,其中 T 可表示为:

$$T(r, \theta, \lambda) = \frac{\mu}{R} \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=0}^l \left[\frac{R}{r} \right]^{l+1} (\Delta \bar{C}_{lm} \cos m\lambda + \Delta \bar{S}_{lm} \sin m\lambda) \bar{P}_{lm}(\cos \theta), \quad (3)$$

这里所有的符号定义都可以参考相关书籍和文章^[14~18], $\Delta \bar{C}_{lm}$ 和 $\Delta \bar{S}_{lm}$ 是待估计的未知参数.

对于 GRACE 任务两颗卫星 A 和 B,它们之间的位差可表示为^[3]:

$$V_{AB} = V_A - V_B = \dot{r}_B \dot{r}_{AB} + \frac{1}{2} |\dot{r}_{AB}|^2 - \bar{\omega}[(r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix})|_A - (r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix})|_B] - \Delta V_{t_{AB}} - \Delta C_{AB} - E_{0_{AB}}, \quad (4)$$

方程右边的前两项可用 KBR 距离变率观测值 $\dot{\rho}_{AB}$ 严密表示,在这里省略详细的推导过程,表示如下:

$$\dot{r}_B \dot{r}_{AB} + \frac{1}{2} |\dot{r}_{AB}|^2 = |\dot{r}_B| \frac{\dot{\rho}_{AB}}{\cos \gamma} \cos \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\rho}_{AB}}{\cos \gamma} \right)^2, \quad (5)$$

这里角 β 和 γ 的几何意义如图 1 所示,其中:

$$\cos \gamma = \frac{(r_{AB})_x (\dot{r}_{AB})_x + (r_{AB})_y (\dot{r}_{AB})_y + (r_{AB})_z (\dot{r}_{AB})_z}{|r_{AB}| \cdot |\dot{r}_{AB}|}, \quad (6)$$

$$\cos \beta = \frac{(\dot{r}_B)_x (\dot{r}_{AB})_x + (\dot{r}_B)_y (\dot{r}_{AB})_y + (\dot{r}_B)_z (\dot{r}_{AB})_z}{|\dot{r}_B| \cdot |\dot{r}_{AB}|}, \quad (7)$$

相应方程(4)的观测方程可表示为:

$$T_{AB} + E_{0_{AB}} = |\dot{r}_B| \frac{\dot{\rho}_{AB}}{\cos \gamma} \cos \beta + \frac{1}{2} \left(\frac{\dot{\rho}_{AB}}{\cos \gamma} \right)^2 - \bar{\omega}[(r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix})|_A - (r_{ix}\dot{r}_{iy} - r_{iy}\dot{r}_{ix})|_B] - \Delta V_{t_{AB}} - \Delta C_{AB} - U_{0_{AB}}, \quad (8)$$

这里下标 AB 表示两个卫星的相应量之差,则有 T_{AB} 表示为^[19]:

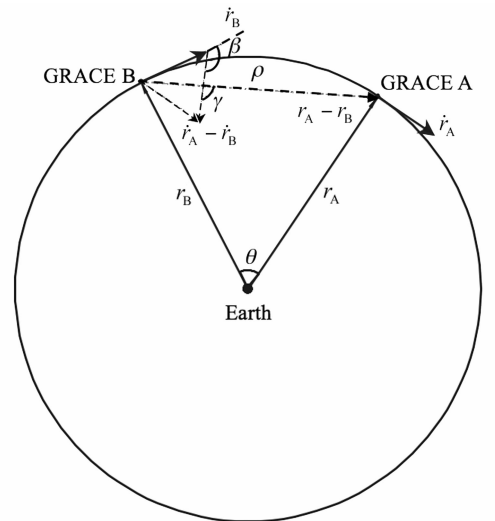


图 1 GRACE SST 原理的几何图示

Fig. 1 Geometry of GRACE SST

$$\begin{aligned}
 T_{AB} &= \frac{\mu}{R} \sum_{l=2}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^l \left\{ \begin{aligned} &\left[\left(\frac{R}{r_A} \right)^{l+1} \bar{P}_{lm}(\cos\theta_A) \cos m\lambda_A \right. \\ &\left. - \left(\frac{R}{r_B} \right)^{l+1} \bar{P}_{lm}(\cos\theta_B) \cos m\lambda_B \right] \Delta \bar{C}_{lm} \\ &+ \left[\left(\frac{R}{r_A} \right)^{l+1} \bar{P}_{lm}(\cos\theta_A) \sin m\lambda_A \right. \\ &\left. - \left(\frac{R}{r_B} \right)^{l+1} \bar{P}_{lm}(\cos\theta_B) \sin m\lambda_B \right] \Delta \bar{S}_{lm} \end{aligned} \right\} \\
 &= \frac{\mu}{R} \sum_{l=2}^{l_{\max}} \sum_{m=0}^l \{ [X_A^C - X_B^C] \Delta \bar{C}_{lm} + [X_A^S - X_B^S] \Delta \bar{S}_{lm} \}, \quad (9)
 \end{aligned}$$

这里 X^C 和 X^S 可用相应历元卫星位置的球坐标来计算. 由式(8)和(9), 即可建立地球重力场球谐展开位系数与 GRACE 精密轨道数据和 KBR 数据间的严密关系式.

3 所用数据及其预处理

3.1 求解 GRACE 重力场模型 WHU-GM-05 所用的数据

GRACE 卫星提供用户可用产品有 23 类, 而求解 GRACE 重力场模型 WHU-GM-05 所用的数据包括: (1) 精密轨道数据; (2) 加速度计数据; (3) 星像仪数据; (4) K 波段数据. 其中精密轨道数据有两个来源: JPL 的动力学轨道(2003 年 2 月 1 日至 2004 年 8 月 1 日), 慕尼黑工大(TUM)的简化动力学轨道和运动学轨道(2003 年 6 月 1 日至 2003 年 10 月 1 日). 其余三类数据均来自 JPL 公布的 Level-1B 产品, 数据时间跨度为 2003 年 2 月 1 日至 2004 年 8 月 1 日.

3.2 数据预处理

数据预处理是对用户数据产品进行必要的再加工, 目的是获得求解重力场模型所需要的符合质量要求的输入数据集和精度信息, 包括对系统偏差的校准, 信号传播过程中涉及的物理和几何因素的改正, 剔除含粗差或异常数据, 检验数据的可靠性, 得出观测值精度估计等. 其处理方法因数据类型不同而异, 下面就上述精密轨道数据、加速度计数据和 K 波段数据的预处理作简要说明, 星像仪数据一般不需用户处理.

对于精密轨道数据, 首先利用轨道数据自身的精度估计, JPL 的动力学轨道数据中每个记录的最后一个字节给出了数据质量标志, 慕尼黑的运动学轨道给出了最小二乘平差的后验 RMS, 因此可以利用质量标志或 RMS 删除数据中质量不合格的历元; 其次利用不同机构和不同方法得到的处理结果

进行比较, 验证其可靠性, 对于差别较大的历元作剔除处理. 同时利用发布数据的精度信息, 主要是轨道数据的精度, 建立平差中的观测值权矩阵.

对于 GRACE Level-1B 产品中的加速度数据, 它提供了 1 s 采样率的三个线性加速度分量和三个角加速度分量. 首先利用每个观测记录给出的质量标记进行质量控制; 其次分析加速度数据的可靠性, 例如: 当推进器点火, 卫星瞬间剧烈抖动时加速度计的抗干扰能力, 利用星像仪提供的数据将加速度计观测值转换到惯性坐标系中, 分析结果表明, 加速度数据有着良好的可靠性; 分析的结果还表明 GRACE 的加速度计有着很高的灵敏性; 最后, 检校加速度数据中的系统偏差, 对于加速度单独一个坐标轴方向有校准公式^[20]:

$$a_{\text{new}} = \text{bias} + \text{scale} \cdot a_{\text{ACC1B}}, \quad (10)$$

这里 a_{ACC1B} 为 Level-1B 产品提供的原始加速度, bias 和 scale 为检校参数. 本文首先使用 GRACE 数据中心发布的检校参数对加速度数据进行了检校, 接着利用已知的重力场模型和方程(2)对加速度数据进行进一步检校. 在方程(2)中 T 由已知位模型计算, 能量耗散项 ΔC 可用 bias 和 scale 线性表示. 对观测方程(2)在历元 t_i 和 t_{i-1} 之间求差, 则方程中的未知量 E_0 可被消除, 差值的方程中仅含有未知参数 bias 和 scale, 可利用最小二乘法求解得到. 本文在检校过程中使用的已知模型有 EGM96, OSU91A1F, TEG4 和 EIGEN2. 结果表明利用该方法对 GRACE 加速度数据检校是有效的. 同时可看出, 检校结果对选用的先验重力场模型并不敏感, 例如, 使用 EGM96 模型检校得到的参数 bias 与其他模型得到结果的差值非常小; 从结果中还可看出, 利用 EGM96 和 OSU91A1F 检校得到参数 scale 之差较大(0.13), 这主要是因为 OSU91A1F 模型相比其他几个模型的精度水平要低得多.

GRACE Level-1B 提供的 K 波段测距数据 KBR1B 包括三类数据: 有偏距离 BR(Biased Range)、距离变率 RR(Range Rate)和距离加速度 RA(Range Acceleration). 在 K 波段数据的预处理中需要进行电离层延迟、光时改正和几何改正(天线相位中心偏差)三项改正. 在 GRACE 发布的数据中, 已经加入了电离层延迟改正, 对于光时改正和几何改正需要根据数据中心提供的参数进行改正. 经过上述改正, 还需要利用公布的数据质量标志 QF(每一个记录最后一项为质量标志项)对数据进行筛选, 删除不正常的的数据. 需要注意的是, 2003 年 5 月 8 日以前的

GRACE A 数据和 2003 年 2 月 3 日以前的 GRACE B 数据中都观测到了大小在 340 左右的信噪比值(小于最小的允许值 450),但是这些信噪比值是错误的^[21],因此对应的 KBR 数据是有效的,而不应该剔除.此外,还可以通过相同历元的 KBR 距离变率观测值与使用精密轨道数据求得值相比较,来检测两类数据的相容性,比较结果表明它们有很好的 consistency.

4 GRACE 重力场模型 WHU-GM-05 及其检验

基于本文推导的严密能量积分公式,利用上述的 GRACE 卫星重力数据解得了最大阶数为 120 的 GRACE 重力场模型 WHU-GM-05. 主要的计算工作包括:GRACE 精密轨道数据的预处理,主要是将 JPL 60 s 采样的动力学轨道和 TUM 30 s 采样的简化动力学轨道统一到相同的时间系统中;利用 EGM96 重力场模型校准加速度数据,并利用坐标系之间的

转换关系分别求得科学参考框架和惯性参考框架中的加速度观测值;K 波段数据的预处理,求得改正后的观测值;利用能量积分方法计算两个 GRACE 卫星之间的位差时间序列;根据求得的时间序列推求能量观测方程的设计矩阵,利用共轭梯度法(PCCG)求解法方程得到重力场模型的位系数.

利用求得模型计算的大地水准面和重力异常分别如图 2 和图 3 所示.

WHU-GM-05 系列模型的检验采用了多种方法比较,包括与国际上同类模型间的比较(主要是比较不同模型计算的阶方差和大地水准面高)和与 GPS 水准观测值的比较. 用于比较的模型有 EGM96 (360/120), EIGEN-GRACE02S (150), EIGEN-CHAMP03S (140), GGM02S (160) 和 WDM94 (360)(原武汉测绘科技大学研制,1994), GPS 水准数据包括中国区域的三个 GPS 水准网(307 个点)和美国的 GPS 水准 A 级和 B 级网(2723 个点),如图 4 所示.

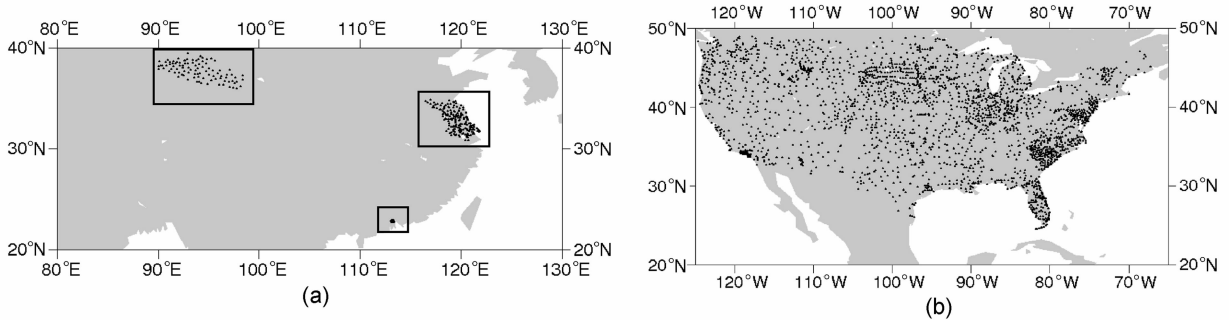


图 4 GPS 水准网的点位分布图

(a) 中国的三个 GPS 水准网;(b) 美国的 GPS 水准 A 级和 B 级网.

Fig. 4 Locations of GPS leveling networks used for comparisons

(a) In China; (b) In America.

检验结果示于下面的图 5~8 和表 1~3.

图 5 给出了 WHU-GM-05 与其他四个模型大地水准面的差值随纬度变化的曲线,其中与 WDM94 在高纬度地区差值较大,反映 GRACE 模型在此地区精度高于 WDM94,因其轨道倾角为 89° ,包含的极地重力场信息强于 WDM94,与 CHAMP 模型的差值在 90° 附近最大,因其倾角为 87° ,表明在此地区 GRACE 模型精度高于 CHAMP 模型;与 EIGEN-GRACE02S 差值最小,其次是 GGM02S,在两极均无大的突变.

图 6~8 显示了模型大地水准面之间高差的全球分布. 图 6 给出了 WHU-GM-05 与 EGM96 的比较,其差值的分布明显反映东半球(180°E 以东)差

值总体小于西半球,主要是因为 EGM96 在欧美地区采用大量的地面重力数据,而在中国青藏高原、非洲及南美地区缺乏地面重力观测,图中明显可见在局部重力数据缺乏地区(西半球山区和海洋及南美高原地区)差值大. 在海洋两者的精度接近.

图 7~8 是分别与 GGM02S 和 EIGEN-CHAMP03S 的比较. 从图 7 中可以看出,与 GGM02S 差有明显的局部变化,两个模型差别相对较大;共同之处是在两极均差别较大. 图 8 是 WHU-GM-05 与 EIGEN-CHAMP03S 的比较,突出反映有较大的局部不均匀,图上差值大的地区主要位于地形复杂区域,根据前面的比较分析,可反映 EIGEN-CHAMP 精度较低.

图 7 中出现有间隔型条带状差值, 主要是因为卫星飞行的轨迹未能够实现对地面的完全覆盖观测, 由此产生模型差值沿飞行轨迹的带状分布。

表 1~3 分别给出了 WHU-GM-05 等模型与 GPS/水准和 EGM96 模型大地水准面的比较。各模型计算得到的大地水准面高与中国三个局部地区

GPS 水准网比较(共 307 个点)(表 1), WDM94 模型差值最小, 为 0.64 m, 其次是 EGM96, 为 0.66 m, 两者相差仅 0.02 m, WDM94 模型精度高的原因在于它采用了中国区域的地面重力资料; 对 GRACE 模型, 仍然是 EIGEN-GRACE02S 差值最小, 为 0.83 m, 其次是 WHU-GM-05, 为 1.24 m, 与 EIGEN-

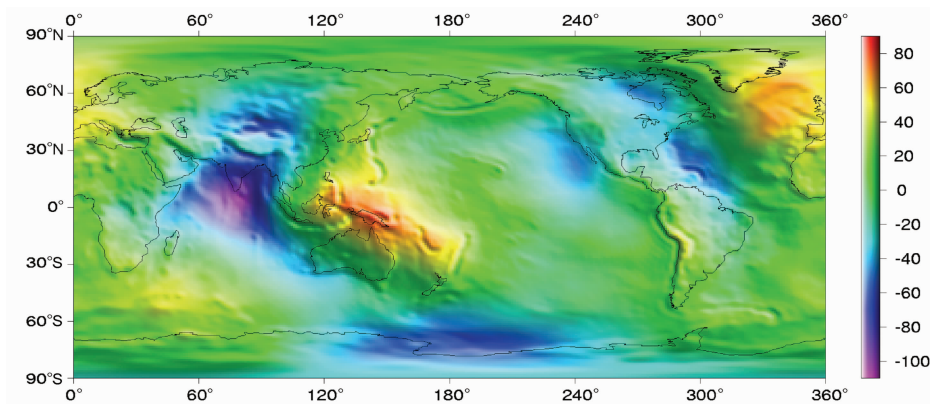


图 2 WHU-GM-05 模型的全球大地水准面(单位: m)
Fig. 2 Geoid of WHU-GM-05 (unit: m)

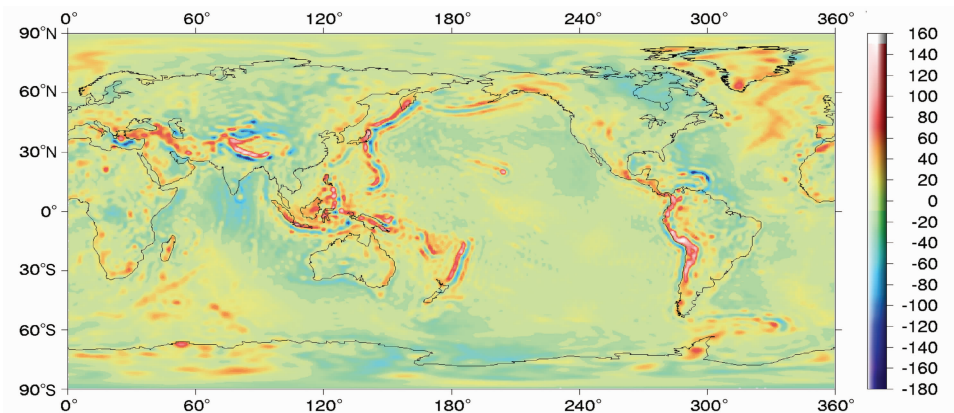


图 3 WHU-GM-05 模型的全球重力异常(单位: mGal)
Fig. 3 The anomaly field of WHU-GM-05 (unit: mGal)

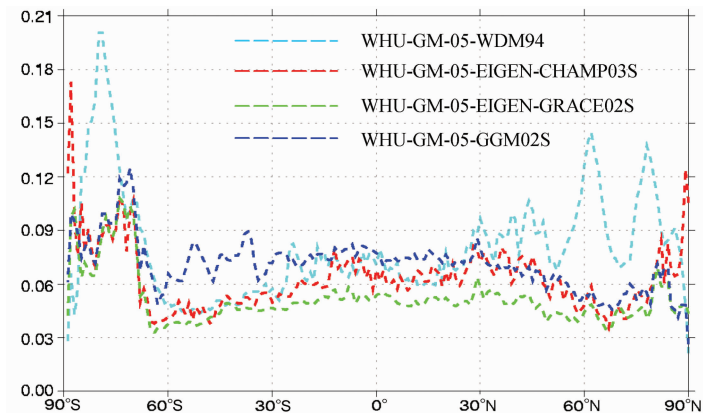


图 5 五种模型大地水准面高差沿纬圈 RMS(单位: m)

Fig. 5 Differences in geoid heights between five models along latitude (unit: m)

表 1 中国 GPS 水准网的检验

Table 1 Tests by GPS leveling networks in China

模型	展开阶数	采样周期 (day)	平均值(m)	最大值(m)	最小值(m)	均方根(m)
EGM96	360	—	-0.043	2.929	-3.163	0.660
EGM96	120	—	-0.058	3.086	-4.887	0.887
WDM94	360	—	-0.533	2.809	-5.277	0.639
GGM02S	160	363	-0.617	4.439	-5.732	1.943
EIGEN-GRACE02S	150	110	-0.260	3.157	-6.367	0.827
EIGEN-CHAMP03S	140	975	-0.838	4.657	-11.147	2.085
WHU-GM-05	120	60	0.567	3.339	-4.417	1.243

表 2 美国 GPS 水准网的检验

Table 2 Tests by GPS leveling networks in U. S.

模型	展开阶数	采样周期 (day)	平均值(m)	最大值(m)	最小值(m)	均方根(m)
EGM96	360	—	-1.062	1.668	-4.879	0.525
EGM96	120	—	-1.074	2.668	-5.739	0.798
WDM94	360	—	-0.775	2.068	-4.639	0.581
GGM02S	160	363	-1.077	2.358	-4.294	1.045
EIGEN-GRACE02S	150	110	-1.077	2.648	-5.169	0.760
EIGEN-CHAMP03S	140	975	-1.064	3.087	-6.049	0.896
WHU-GM-05	120	60	-1.092	2.588	-6.169	1.042

表 3 各种模型大地水准面高与 EGM96 模型值之差

Table 3 Difference in geoid heights between various models and EGM96

模型	展开阶数	采样周期 (day)	平均值(m)	最大值(m)	最小值(m)	均方根(m)
WDM94	360	—	-0.027	12.678	-16.63	1.434
GGM02S	160	363	-0.005	7.308	-11.872	1.144
EIGEN-GRACE02S	150	110	0.009	7.801	-11.373	0.793
EIGEN-CHAMP03S	140	975	-0.011	12.598	-17.626	1.127
WHU-GM-05	120	60	0.047	6.683	-11.399	0.887

GRACE02S 相差 0.41 m; 其余模型均在 2.0 m 左右。

表 2 给出了各模型大地水准面高与美国的 GPS 水准 A 级和 B 级网(共 2723 个点)比较的差值统计结果, EGM96 和 WDM94 分别为 0.52 m 和 0.58 m, 前者比后者精度高 0.06 m, EGM96 模型精度高同样是由于大量采用了美国的地面重力观测。GRACE 模型中, EIGEN-GRACE02S 差值最小, 为 0.76 m; 其余 GGM02S 和 WHU-GM-05 差值基本

相同, 分别为 1.045 m 和 1.042 m, 但比 CHAMP 模型 0.90 m 大 0.15 m。上述比较表明, WHU-GM-05 的真实精度比 EIGEN-GRACE02S 的精度低 0.28 m, 但与 GGM02S 精度相当。

最后各卫星重力模型大地水准面均与 EGM96 大地水准面作了比较(表 3), EIGEN-GRACE-02S 为 0.79 m, WHU-GM-05 为 0.89 m, 相差 0.1 m, CHAMP 模型为 1.13 m, GGM02S 为 1.14 m, 差值几乎相同, 但差值均高于 WHU-GM-05 模型。

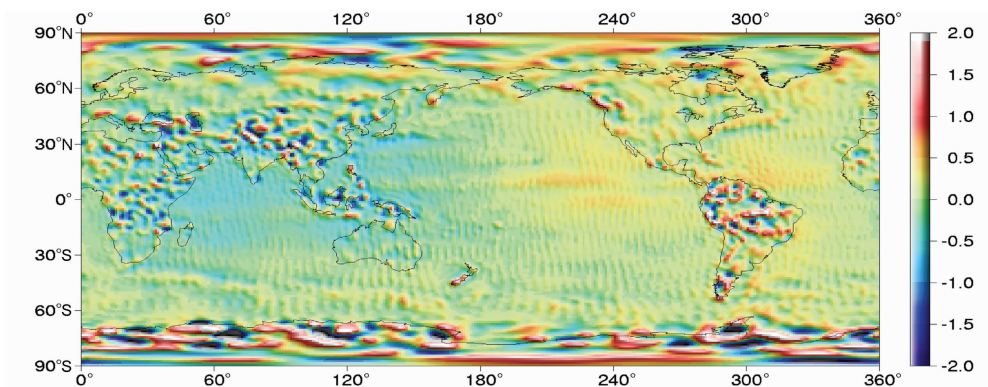


图 6 WHU-GM-05 模型与 EGM96 模型的大地水准面高之差(单位:m)

Fig. 6 Differences in geoid heights between WHU-GM-05 and EGM96 (unit: m)

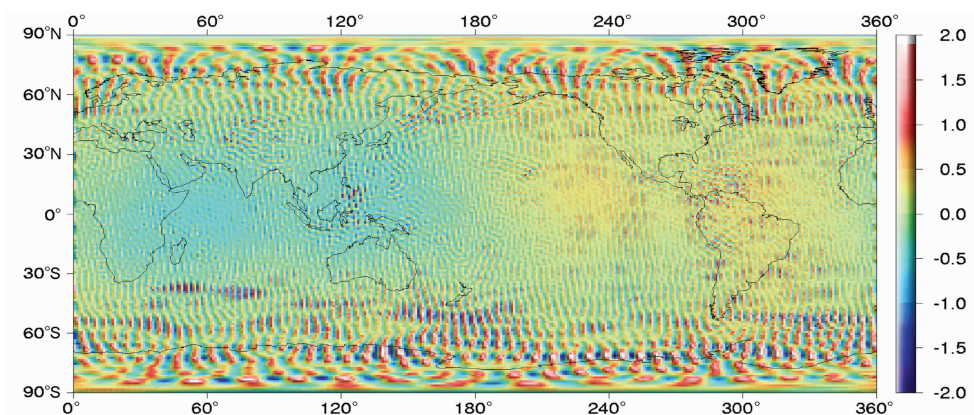


图 7 WHU-GM-05 模型与 GGM02S 模型的大地水准面高之差(单位:m)

Fig. 7 Differences in geoid heights between WHU-GM-05 and GGM02S (unit: m)

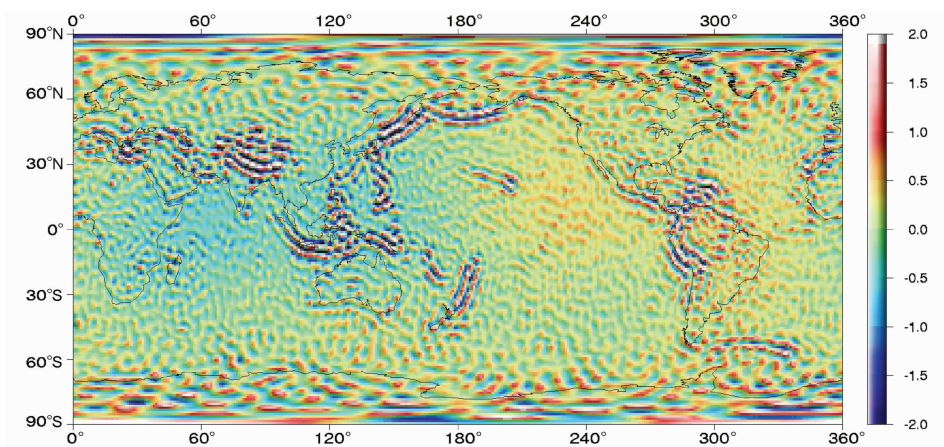


图 8 WHU-GM-05 模型与 EIGEN-CHAMP03S 模型的大地水准面高之差(单位:m)

Fig. 8 Differences in geoid heights between WHU-GM-05 and EIGEN-CHAMP03S (unit: m)

5 结论

检验的结果表明 GRACE 重力场模型 WHU-GM-05 接近国际上同类模型的精度水平. 从表 2 可

以看出,EGM96 模型的精度最高,均方根值为 0.52 m, 对于仅用卫星观测数据获得的模型, EIGEN-GRACE02S 精度最高,为 0.76 m, EIGEN-CHAMP03S 的精度为 0.90 m, GGM02S 和 WHU-GM-05 的精度相同,为 1.04 m. 因此可得到一个初步的结论: WHU-

GM-05 模型的真实精度约为米级,与最新公布的国际上同类 GRACE 卫星模型的精度比较,大约差 1~2 dm,同 EIGEN-GRACE02S 更为接近,基本上处于同一水平。检验结果同时说明基于能量守恒原理的能量积分方法用于求解 GRACE 重力场模型是有效的。

致谢 感谢德国 GFZ 的 Xu Guochang 博士、Peter Schwintzer 博士和 OSU 的 Christopher Jekeli 教授、Shin-Chan Han 博士提供相关资料和探讨;感谢德国 GFZ 的数据处理分析中心提供的 GRACE 数据,感谢慕尼黑工业大学 Drazen Švehla 博士提供的 POD 数据和相关资料,感谢美国 JPL 提供的 GRACE 数据。

参考文献 (References)

- [1] Rummel R, van Gelderen M, Koop R, et al. Spherical Harmonic Analysis of Satellite Gradiometry. Publications on Geodesy, New Series 39, Netherlands Geodetic Commission, 1993
- [2] Sunkel H. From Eotvos to Milligal. Final Report. ESA, 2002
- [3] Jekeli C. The determination of gravitational potential differences from satellite-to-satellite tracking. *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, 1999, **75**: 85~101
- [4] Han S C. Efficient determination of global gravity field from satellite-to-satellite tracking (SST) [Ph. D. Thesis]. Columbus: The Ohio State University, 2003
- [5] Sneeuw N. A semi-analytical approach to gravity field analysis from satellite observations [Ph. D. Thesis]. Munich: Technischen Universität München, 2000
- [6] Ditmar P, Eck van der Sluijs van der A A. A technique for Earth's gravity field modeling on the basis of satellite accelerations. *Journal of Geodesy*, 2004, **78**: 12~33
- [7] O'Keefe J. An application of Jacobi's integral to the motion of an earth satellite. *The Astronomical Journal*, 1957, **62** (1252): 265~266
- [8] Bjerhammar A. A New Approach to Satellite Geodesy. Alexandria: Research Institute for Geodetic Sciences, 1967
- [9] Hotine M, Morrison F. First integrals of the equations of satellite motion. *Journal of Geodesy*, 1969, **43**(1): 41~45
- [10] Tscherning C C. Computation of spherical harmonic coefficients and their error estimates using least-squares collocation. *Journal of Geodesy*, 2001, **75**: 12~18
- [11] Gerlach C, Sneeuw N, Visser P, et al. CHAMP gravity field recovery using the energy balance approach. *Advances in Geosciences*, 2003, **1**: 73~80
- [12] Han S C, Jekeli C, Shum C K. Efficient gravity field recovery using in site disturbing potential observable from CHAMP. *Geophysical Research Letters*, 2002, **29** (16): 789~794
- [13] 郑伟,邵成刚,罗俊等. 基于卫-卫跟踪观测技术利用能量守恒法恢复地球重力场的数值模拟研究. *地球物理学报*, 2006, **49**(3): 712~717
- Zheng W, Shao C G, Luo J, et al. Numerical simulation of Earth's gravitational field recovery from SST based on the energy conservation principle. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(3): 712~717
- [14] Li J. A formula for computing the gravity disturbance from the second radial derivative of the disturbing potential. *Journal of Geodesy*, 2002, **76**: 226~231
- [15] Li J. Integral formulas for computing the disturbing potential, gravity anomaly and the deflection of the vertical from the second-order radial gradient of the disturbing potential. *Journal of Geodesy*, 2005, **79**: 64~70
- [16] 申文斌,王正涛,晁定波. 利用卫星重力数据确定地球外部重力场的一种方法及模拟试验检验. *武汉大学学报信息科学版*, 2006, **31**(2): 189~193
- Shen W B, Wang Z T, Chao D B. An approach for determining the earth's external gravity field by using satellite gravity data and the simulation experiment. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2006, **31**(2): 189~193
- [17] 王正涛,李建成,晁定波. 海洋重力似大地水准面与区域测高似大地水准面的拟合问题. *武汉大学学报信息科学版*, 2005, **30**(3): 234~237
- Wang Z T, Li J C, Chao D B. Problem on fitting between marine gravity quasi-geoid and local altimetric quasi-geoid. *Geomatics and Information Science of Wuhan University* (in Chinese), 2005, **30**(3): 234~237
- [18] 周旭华,许厚泽,吴斌等. 用 GRACE 卫星跟踪数据反演地球重力场. *地球物理学报*, 2006, **49**(3): 718~723
- Zhou X H, Xu H Z, Wu B, et al. Earth's gravity field derived from GRACE satellite tracking data. *Chinese J. Geophys.* (in Chinese), 2006, **49**(3): 718~723
- [19] 王正涛. 卫星跟踪卫星测量确定地球重力场的理论与方法 [博士论文]. 武汉: 武汉大学, 2005
- Wang Z T. Theory and methodology of earth gravity field recovery by satellite-to-satellite tracking data [Ph. D. Thesis] (in Chinese). Wuhan: Wuhan University, 2005
- [20] Bettadpur S. Level-2 Gravity Field Product User Handbook. Austin: The GRACE Proj., Univ. of Tex., 2003
- [21] Frank F. GRACE AOD1B product description document. Potsdam: Geoforschungszentrum, 2003