



非线性光纤光学

第四部分 交叉相位调制

XPM—Cross Phase Modulation

陈根祥

北京交通大学 2006•秋



内容

- 不同频率光波之间的XPM效应
- 非线性双折射
- 反向准连续波之间的XPM相互作用
- **Summary & Comments**



不同频率光波之间的XPM效应



光纤中的场

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x E,$$

$$E = \sum_{i=1,2} E_i e^{j(\omega_i t - \beta_{i0} z)} = C \psi(u, v) \sum_{i=1,2} A_i(z, t) e^{j(\omega_i t - \beta_{i0} z)}$$

$$C = \left(\int_S |\psi|^2 ds \right)^{-1/2} \quad \text{归一化常数}$$

在两列波频率相差不大的情况下，可以认为具有基本相同的横向场分布

非线性极化

$$\mathbf{P}_{NL} = \mathbf{e}_x P_{NL} e^{j(\omega_0 t - \beta_0 z)}$$

$$\begin{aligned} P_{NL} &= \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{1111}^{(3)} |E|^2 E \\ &= P_{NL}(\omega_1) e^{j(\omega_1 t - \beta_{10} z)} + P_{NL}(\omega_2) e^{j(\omega_2 t - \beta_{20} z)} \\ &\quad + P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) e^{j[(2\omega_1 - \omega_2)t - (2\beta_{10} - \beta_{20})z]} \\ &\quad + P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) e^{j[(2\omega_2 - \omega_1)t - (2\beta_{20} - \beta_{10})z]} \end{aligned}$$

四波混频效应
暂不考虑

$$P_{NL}(\omega_1) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{1111}^{(3)} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) E_1 = \varepsilon_0 \varepsilon_{NL}^{(1)} E_1$$

$$P_{NL}(\omega_2) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{1111}^{(3)} (|E_2|^2 + 2|E_1|^2) E_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_{NL}^{(2)} E_2$$

$$P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{1111}^{(3)} E_1^2 E_2^*; \quad P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) = \frac{3}{4} \varepsilon_0 \chi_{1111}^{(3)} E_2^2 E_1^*$$

非线性折射率

$$\varepsilon_{NL}^{(1)} = \frac{3}{4} \chi_{1111}^{(3)} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2)$$

$$\varepsilon_{NL}^{(2)} = \frac{3}{4} \chi_{1111}^{(3)} (|E_2|^2 + 2|E_1|^2)$$

$$\Delta n_1 = \frac{\varepsilon_{NL}^{(1)}}{2n} = \frac{3}{8n} \chi_{1111}^{(3)} (|E_1|^2 + 2|E_2|^2) = n_2 (|E_1|^2 + 2|E_2|^2)$$

$$\Delta n_2 = \frac{\varepsilon_{NL}^{(2)}}{2n} = \frac{3}{8n} \chi_{1111}^{(3)} (|E_2|^2 + 2|E_1|^2) = n_2 (|E_2|^2 + 2|E_1|^2)$$

SPM项

XPM项

XPM耦合传输方程

在 ω_1 和 ω_2 附近: $\bar{\beta}_i = \beta_i + \Delta\beta_i \quad i=1,2$

$$\frac{\partial A_i(z, \omega - \omega_i)}{\partial z} + j(\beta_i - \beta_{i0})A_i(z, \omega - \omega_i) = -j\Delta\beta_i A_i(z, \omega - \omega_i)$$

$$\Delta\beta_i = \frac{\omega_i}{c} \int_S \Delta n_i |\psi|^2 ds / \int_S |\psi|^2 ds = \gamma_i (|A_i|^2 + 2|A_{3-i}|^2)$$

$$\gamma_i = \frac{\omega_i n_2}{c A_{eff}}$$

$$\beta_{in} = \left. \frac{\partial^n \beta}{\partial \omega^n} \right|_{\omega=\omega_i}$$

$$\frac{\partial A_i}{\partial z} + \beta_{i1} \frac{\partial A_i}{\partial t} - \frac{j}{2} \beta_{i2} \frac{\partial^2 A_i}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_{i3} \frac{\partial^3 A_i}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A_i = -j\gamma_i (|A_i|^2 + 2|A_{3-i}|^2) A_i$$

时延

色散

高阶
色散

损耗

SPM

XPM, 强度为
SPM的2倍



准连续波 (CW) 情形

对准连续波， A_1 和 A_2 随时间的变化可以忽略，方程成为：

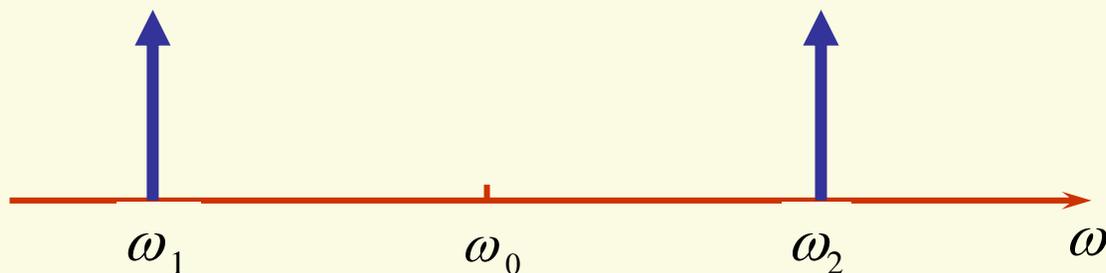
$$\frac{\partial A_i}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_i = -j\gamma_i (P_i^2 + 2P_{3-i}^2) A_i$$

其解为：

$$A_i(z) = A_i(0) e^{-\alpha z/2} e^{-j\gamma_i (P_i^2 + 2P_{3-i}^2) z}$$

在 $P_1 \neq P_2$ 的情况下，两列波所获得的非线性相位不同。

光纤色散对XPM的影响



由于光纤色散， A_1 与 A_2 的传输速度不同，对于宽度为 T_0 的脉冲，两脉冲在传输过程中的走离（walk-off）距离为：

$$L_{\text{walk-off}} = \frac{T_0}{|\beta_{11} - \beta_{21}|}$$

光纤在 ω_0 点处的色散为：

$$\beta_2 = \left. \frac{d\beta}{d\omega} \right|_{\omega_0} \approx \frac{\beta_{21} - \beta_{11}}{\omega_2 - \omega_1} \quad \longrightarrow \quad L_{\text{walk-off}} = \frac{T_0}{|\beta_2(\omega_2 - \omega_1)|}$$

色散对不同频率信号间的XPM效应有抑制作用！



Comments on SPM and XPM

- ❏ 在无色散区域，如果两个频率上的脉冲形状相同，则可得到与SPM相同形式的解，但脉冲所获得的非线性相位是SPM情况下的3倍
- ❏ XPM效应的强度是SPM效应的2倍
- ❏ 在存在色散的情况下，由于脉冲的走离，XPM效应可以到有效的遏制
- ❏ 在非零色散区域，XPM对高速传输系统的影响可以忽略
- ❏ XPM效应可造成波分复用信道间的干扰，每一信道的功波动都会转变为对其它信道的相位调制
- ❏ XPM可以用于OTDM解复用以及其它需要用光控制光的领域



光纤的非线性双折射效应

光纤中的场

在偏振保持光纤中 $n_x \neq n_y$ ，任意线偏振光场可写为：

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \tilde{E}_x + \mathbf{e}_y \tilde{E}_y = \frac{1}{2} (\mathbf{e}_x \hat{E}_x + \mathbf{e}_y \hat{E}_y) + c.c.$$

实数场：

$$\tilde{E}_i = \frac{1}{2} (\hat{E}_i + \hat{E}_i^*), \quad i = x, y$$

复数场：

$$\hat{E}_i = E_i e^{j(\omega_0 t - \beta_{i0} z)}, \quad i = x, y$$

$$E_i(u, v, z, t) = C \psi(u, v) A_i(z, t), \quad i = x, y$$

$$C = \left(\int_S |\psi|^2 ds \right)^{-1/2}$$

变换到频域：

$$E_i(u, v, z, \omega - \omega_0) = C \psi(u, v) A_i(z, \omega - \omega_0), \quad i = x, y$$

光纤的非线性极化

非线性极化:

$$(\mathbf{P}_{NL})_i = \varepsilon_0 \chi_{ijkl}^{(3)} \tilde{E}_j \tilde{E}_k \tilde{E}_l$$

对石英光纤:

$$\chi_{ijkl}^{(3)} = \chi_{xxyy}^{(3)} \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{xyxy}^{(3)} \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{xyyx}^{(3)} \delta_{il} \delta_{jk}$$

$$\chi_{xxyy}^{(3)} \approx \chi_{xyxy}^{(3)} \approx \chi_{xyyx}^{(3)} = \frac{1}{3} \chi_{1111}^{(3)}$$

$$\begin{aligned} (\mathbf{P}_{NL})_x &= \varepsilon_0 \left\{ \chi_{xxxx}^{(3)} \tilde{E}_x \tilde{E}_x \tilde{E}_x + \chi_{xxyy}^{(3)} \tilde{E}_x \tilde{E}_y \tilde{E}_y + \chi_{xyxy}^{(3)} \tilde{E}_y \tilde{E}_x \tilde{E}_y + \chi_{xyyx}^{(3)} \tilde{E}_y \tilde{E}_y \tilde{E}_x \right\} \\ &= \varepsilon_0 \left\{ \frac{3}{8} \chi_{xxxx}^{(3)} |\hat{E}_x|^2 \hat{E}_x + \frac{3}{4} \chi_{xxyy}^{(3)} \left(|\hat{E}_y|^2 \hat{E}_x + \frac{1}{2} \hat{E}_y^2 \hat{E}_x^* \right) + c.c. \right\} \\ &= \frac{1}{2} \frac{3\varepsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|\hat{E}_x|^2 + \frac{2}{3} |\hat{E}_y|^2 \right) \hat{E}_x + \frac{1}{3} \hat{E}_y^2 \hat{E}_x^* + c.c. \right] \\ &= \frac{1}{2} \left[P_x e^{j(\omega_0 t - \beta_{x0} z)} + c.c. \right] \end{aligned}$$

非线性极化

$$\mathbf{P}_{NL} = \frac{1}{2} \left[\mathbf{e}_x P_x e^{-j(\omega_0 t - \beta_{x0} z)} + \mathbf{e}_y P_y e^{-j(\omega_0 t - \beta_{y0} z)} \right] + c.c.$$

$$P_x = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_x|^2 + \frac{2}{3} |E_y|^2 \right) E_x + \frac{1}{3} E_y^2 E_x^* e^{j2\Delta\beta z} \right]$$

$$P_y = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left[\left(|E_y|^2 + \frac{2}{3} |E_x|^2 \right) E_y + \frac{1}{3} E_x^2 E_y^* e^{-j2\Delta\beta z} \right]$$

$$P_z = 0$$

四波混频
相位失配 $\Delta\beta = \beta_{x0} - \beta_{y0}$

在相位失配情况下:

$$D_i = \epsilon_0 (\epsilon_i + \epsilon_{NL,i}) E_i = \epsilon_0 \bar{\epsilon}_i E_i, \quad i = x, y$$

$$\epsilon_{NL,i} = \frac{3\epsilon_0}{4} \chi_{xxxx}^{(3)} \left(|E_i|^2 + \frac{2}{3} |E_j|^2 \right), \quad i = x, y, \quad i \neq j$$

非线性双折射

$$\bar{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + \varepsilon_{NL,i} = (n_i + \Delta n_i)^2$$

$$\Delta n_x = \frac{\varepsilon_{NL,x}}{2n_x} = n_{2x} \left(|E_x|^2 + \frac{2}{3} |E_y|^2 \right), \quad n_{2x} = \frac{3\varepsilon_0}{8n_x} \chi_{xxxx}^{(3)}$$

$$\Delta n_y = \frac{\varepsilon_{NL,y}}{2n_y} = n_{2y} \left(|E_y|^2 + \frac{2}{3} |E_x|^2 \right), \quad n_{2y} = \frac{3\varepsilon_0}{8n_y} \chi_{xxxx}^{(3)}$$

通常线性双折射较小 $n_x \approx n_y$ ，当 $|E_x|^2 \neq |E_y|^2$ 时，导致 $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ ，称为非线性双折射

各偏振分量间的非线性耦合方程

根据 P_x 和 P_y 的表达式，由横向场的波导模式方程应用微扰方法得到：

$$\Delta\beta_i = \gamma \left[\left(|A_i|^2 + \frac{2}{3} |A_j|^2 \right) A_i + \frac{1}{3} A_j^2 A_i^* e^{j2\Delta\beta z} \right], \quad i, j = x, y, \quad i \neq j$$

$$\frac{\partial A_x}{\partial z} + \beta_{x1} \frac{\partial A_x}{\partial t} - j \frac{\beta_{x2}}{2} \frac{\partial^2 A_x}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_x$$

$$= -j\gamma \left[\left(|A_x|^2 + \frac{2}{3} |A_y|^2 \right) A_x + \frac{1}{3} A_y^2 A_x^* e^{j2\Delta\beta z} \right]$$

$$\frac{\partial A_y}{\partial z} + \beta_{y1} \frac{\partial A_y}{\partial t} - j \frac{\beta_{y2}}{2} \frac{\partial^2 A_y}{\partial t^2} + \frac{\alpha}{2} A_y$$

$$= -j\gamma \left[\left(|A_y|^2 + \frac{2}{3} |A_x|^2 \right) A_y + \frac{1}{3} A_x^2 A_y^* e^{-j2\Delta\beta z} \right]$$



非线性双折射的影响与应用

- 引起光纤偏振态之间的耦合，产生偏振不稳定性
- 对于高速信号在高双折射光纤中的传输，非线性双折射的影响可以忽略
- 普通光纤的随机双折射非常小，非线性双折射所引起的偏振不稳定性较大
- 可用于制作Kerr光开关与光功率鉴别器等非线性器件

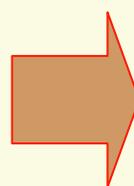


反向传输光波之间的XPM

场与方程

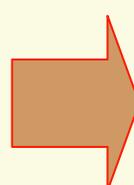
$$E(u, v, z, t) = e_x C \psi(u, v) \left[A_+(z, t) e^{j(\omega_0 t - \beta_0 z)} + A_-(z, t) e^{j(\omega_0 t + \beta_0 z)} \right]$$

- 反向传播的脉冲之间因快速走离而不存在XPM相互作用
- 对于准连续波, A_+ 和 A_- 基本不随时间变化, 其对时间的导数可以忽略
- 反向波之间的相位失配为 $\Delta\beta = 2\beta_0$, 四波混频效应无法产生


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_+}{\partial z} + \frac{\alpha}{2} A_+ = -j\gamma \left[(|A_+|^2 + 2|A_-|^2) A_+ \right] \\ \frac{\partial A_-}{\partial z} - \frac{\alpha}{2} A_- = j\gamma \left[(|A_-|^2 + 2|A_+|^2) A_- \right] \end{array} \right.$$

短光纤情形

- 由于波列自然长度的限制，即使对于准连续波， A_+ 和 A_- 之间的XPM效应也只能在较短的光纤上发生相互作用
- 由于光纤损耗很小，光纤较短时，光纤损耗项的影响可以忽略


$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial A_+}{\partial z} = -j\gamma[(P_+^2 + 2P_-^2)A_+] \\ \frac{\partial A_-}{\partial z} = j\gamma[(P_-^2 + 2P_+^2)A_-] \end{array} \right.$$

$$A_+(z) = \sqrt{P_+} e^{-j\varphi_+}; \quad A_-(z) = \sqrt{P_-} e^{-j\varphi_-}$$

$$\varphi_+(z) = \gamma(P_+ + 2P_-)z; \quad \varphi_-(z) = \gamma(P_- + 2P_+)z$$

- 反向XPM效应对Sagnac光纤陀螺仪的测量精度存在严重影响
- 采用对光源进行适当调制的方式可以有效地遏制XPM的影响



Summary and Comments

- 一个波长上的光功率变化将引起其它波长光信号的相位变化
- XPM的效率是SPM的2倍
- 不同偏振态光场之间的XPM效应可以导致光纤中产生非线性双折射，与光纤的随机双折射一起造成光波在传输过程中的偏振不稳定性
- XPM效应可广泛应用于需要进行光控制光的领域，如OTDM解复用，制作Kerr光开关与光功率鉴别器等非线性器件
- 反向传输准连续波之间的XPM效应对光纤陀螺仪有不利影响，可通过调制的方式加以遏制