

# 柔性支撑下的 Stewart 平台速度控制

保宏, 段宝岩, 米建伟

(西安电子科技大学 机电工程学院, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 针对大射电望远镜中舱索系统与 Stewart 平台存在强动力耦合特点, 研究了柔性支撑下的 Stewart 平台位姿跟踪问题. 将两系统的动力学耦合视为对 Stewart 平台的未知外扰, 通过利用高增益状态观测器, 提出了柔性支撑下 Stewart 平台速度控制方法. 数值仿真表明该方法有效地抑制了两系统间的动力耦合影响, 提高了 Stewart 平台的扫描精度.

**关键词:** 舱索系统; Stewart 平台; 动力耦合; 速度控制

**中图分类号:** TH271.4 **文献标识码:** A **文章编号:** 1001-2400(2006)04-0535-04

## Velocity control of Stewart platform with flexible supporting

BAO Hong, DUAN Bao-yan, MI Jian-wei

(School of Mechano-electronic Engineering, Xidian Univ., Xi'an 710071, China)

**Abstract:** By considering the special characteristic of distinct dynamical couple between cabin-cable system and Stewart platform, the tracking control of the Stewart platform on the flexible supporting structure is studied. The dynamic coupling between the two comprised systems are considered as the unknown to the Stewart platform. A velocity controller is proposed for the Stewart platform with the flexible supporting based high gain feedback observer. Numerical simulation shows that the dynamic coupling is attenuated effectively and that trajectory tracking is improved.

**Key Words:** cabin-cable system; Stewart platform; dynamical coupling; velocity control

中国科学家提出了新一代大型射电望远镜(LT)的创新设计方案<sup>[1]</sup>. 该方案中, 馈源指向跟踪系统由悬索-馈源舱粗调子系统和 Stewart 精调平台子系统组成(图 1), 一方面用 6 根跨度达上百米的钢索驱动馈源舱完成大范围扫描跟踪(粗调系统), 另一方面由安装在馈源舱内的 Stewart 平台实现高精度的馈源定位运动(精调系统). 显然, 该方案具有下面特点:(1)在外力扰动下馈源舱易产生大幅摆动<sup>[2]</sup>; (2)动力耦合, 即当 Stewart 平台运动时, 由于 Stewart 平台对馈源舱产生作用力, 使馈源舱产生振动, 反过来, 馈源舱振动又影响 Stewart 平台定位精度. 此外, 当馈源舱做空间扫描运动时, 仅能对馈源舱的位置进行测量, 速度和加速度是未知的. 显然, 这些特点增加了控制上的难度.

Stewart 平台已成为并联机构中的研究热点<sup>[3~5]</sup>, 但绝大多数的研究工作是基于 Stewart 平台基平台固定不动的条件下获得的. 对于具有不稳定基础 Stewart 平台的位置控制问题, 文[4, 5]提出了应用智能材料进行隔振的方法研究, 但前提是基础的幅很小, 这显然不适用于 LT. 而文[3]研究了 LT 中 Stewart 平台在风作用下的位姿控制问题, 提出了预测 PD 控制算法, 但其忽略了馈源舱和 Stewart 平台之间的动力耦合.

笔者在逆运学模型的基础上, 利用高增益观测器来抑制未知扰动对 Stewart 平台位姿干扰的基础上, 提出柔性支撑下 Stewart 平台逆速度控制算法. 数值模拟 LT50 m 模型在动力耦合影响下的 Stewart 平台轨迹跟踪, 取得了满意的结果.

收稿日期: 2005-08-07

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(10433020)

作者简介: 保宏(1971-), 男, 高级工程师.

## 1 问题提出

一般而言,对 Stewart 平台的位置规划,采用逆运动学方法,其表达式为

$$\dot{l} = J \dot{P} \quad (1)$$

式中  $J$  为 Jacobian 矩阵,  $\dot{l}$  为执行机构的运动速度,  $\dot{P} = [\dot{x}_p, \dot{y}_p, \dot{z}_p, \omega_x, \omega_y, \omega_z]^T$  为动平台运动速度. 式(1)表明,如果知道动平台的运行速度,即可求出执行机构的速度,反之,如果控制执行机构的速度,那么动平台将按预先轨迹运动. 但其前提条件是 Stewart 基平台固定不动,而对于 LT 系统,当执行机构按式(1)规划速率执行时,由于两系统间的动力耦合使得馈源舱产生振动,导致动平台运动轨迹与理想轨迹存在一定的偏差.

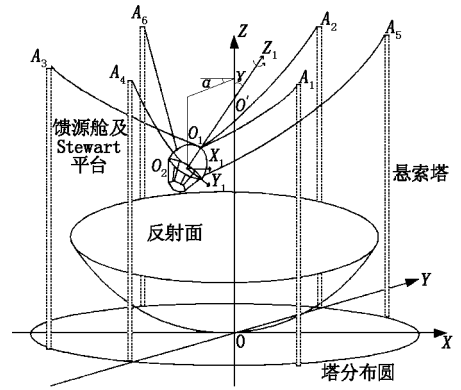


图 1 LT 模型示意图

## 2 速度控制器的设计

### 2.1 高增益反馈控制器

考虑到两系统的动力耦合,式(1)可重新写为

$$\dot{P} = J^{-1} \dot{l} + W \quad (2)$$

$$Y = P \quad (3)$$

这里,  $W$  表示未知外界扰动的速度,  $Y$  表示测量值. 从式(2)可知,当执行机构运行时,正是由于存在未知扰动  $W$ ,使得动平台不能按预定轨迹运行. 因此,输出值中必然包含有不确定因素的影响. 这里采用高增益观测器对输出值进行滤波处理<sup>[6]</sup>,

$$\dot{\hat{P}} = A \hat{P} + \Gamma_1 (\hat{P} - Y) \quad (4)$$

其中,  $\hat{P}$  表示  $P$  的估计值,  $\Gamma_1$  为对角常数矩阵. 通过对上式微分方程求解,可得到输出位姿的估计值,进而求得跟踪位置和姿态误差的估计值为

$$\hat{\rho} = (\Delta \hat{x}^2 + \Delta \hat{y}^2 + \Delta \hat{z}^2)^{1/2} \quad (5)$$

$$\hat{\rho}_\theta = (\Delta \hat{\theta}_x^2 + \Delta \hat{\theta}_y^2 + \Delta \hat{\theta}_z^2)^{1/2} \quad (6)$$

这里,  $\Delta \hat{x} = x_d - \hat{x}$ ,  $\Delta \hat{y} = y_d - \hat{y}$ ,  $\Delta \hat{z} = z_d - \hat{z}$ ,  $\Delta \hat{\theta}_x = \theta_{xd} - \hat{\theta}_x$ ,  $\Delta \hat{\theta}_y = \theta_{yd} - \hat{\theta}_y$ ,  $\Delta \hat{\theta}_z = \theta_{zd} - \hat{\theta}_z$ . 并且  $x_d, y_d, z_d, \theta_{xd}, \theta_{yd}, \theta_{zd}$  为动平台理想的位姿.

### 2.2 速度控制器

文[7]介绍信号的微分可由当前信号进行重构的思想,其表达式为

$$\dot{r}(t) = k_1 (r(t) - r_1) \quad (7)$$

其中  $k_1, r_1$  是调整参数,根据不同的对象取值不同. 将式(5), (6) 中的  $\hat{\rho}$  和  $\hat{\rho}_\theta$  分别代入式(7)中的  $r(t)$ , 整理化简得动平台位姿速度理论的规划为

$$v_d = \frac{\Delta \hat{x} \dot{\hat{x}} + \Delta \hat{y} \dot{\hat{y}} + \Delta \hat{z} \dot{\hat{z}} + \hat{\rho} k_1 (\hat{\rho} - r)}{\Delta \hat{x} \cos \varphi_1 + \Delta \hat{y} \cos \varphi_2 + \Delta \hat{z} \cos \varphi_3} \quad (8)$$

$$\omega_d = \frac{\Delta \hat{\theta}_x \dot{\hat{\theta}}_x + \Delta \hat{\theta}_y \dot{\hat{\theta}}_y + \Delta \hat{\theta}_z \dot{\hat{\theta}}_z + \hat{\rho}_\theta k_2 (\hat{\rho}_\theta - r_\theta)}{\Delta \hat{\theta}_x \cos \varphi_{d1} + \Delta \hat{\theta}_y \cos \varphi_{d2} + \Delta \hat{\theta}_z \cos \varphi_{d3}} \quad (9)$$

式中  $(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$  与  $(\varphi_{d1}, \varphi_{d2}, \varphi_{d3})$  分别为动平台当前位姿的估计值与理想位姿的方向余弦角. 由于仅能够对 Stewart 平台的位置进行测量,因此,式(8), (9)中的速度量是不知道的,下面介绍速度量的求法.

### 2.3 位姿速度估计器

根据文献[8]可知,馈源舱位姿的速度表达式为

$$\dot{P} = z + K_2 \xi \quad (10)$$

其中  $\dot{z} = K_3 \operatorname{sgn} \xi + K_4 \xi$  ,  
 $\xi = \hat{P} - P$  ,

这里,  $z$  为辅助变量,  $K_2, K_3, K_4$  为对角常数正定矩阵. 通过式(10)得到动平台位姿速度估计值并将此值代入式(8),(9),可得动平台位姿的规划速度,将规划速度代入式(1),可得执行机构的规划速度.

### 2.4 稳定性证明

选择 Lyapunov 函数为

$$V = \hat{P}^T Q \hat{P} + \gamma \xi^T Q \xi \quad (11)$$

式中  $\gamma_1$  为正实数,  $Q$  由式  $Q \Gamma_1 + Q^T \Gamma_1 = -I$  确定, 对式(11)求导并将式(3),(4)代入得到

$$\dot{V} = -\gamma |\xi|^2 - |\hat{P}|^2 - 2 P^T \Gamma_1 Q \hat{P} + 2 \dot{P}^T A^T Q \hat{P} \quad (12)$$

$$|\xi|^2 \leq |\hat{P}|^2 + |P|^2 + 2 |P| |\hat{P}| \quad (13)$$

由前面分析可知,  $P, \Gamma_1, Q, A$  均是已知量, 那么设存在正实数  $\rho_1, \rho_2$  以及  $\rho_3$  使得

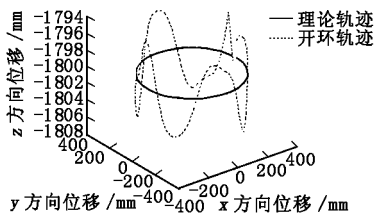
$$2 |P| |\hat{P}| < \rho_1 |\hat{P}| \quad (14)$$

$$2 P^T \Gamma_1 Q \hat{P} < \rho_2 |\hat{P}| \quad (15)$$

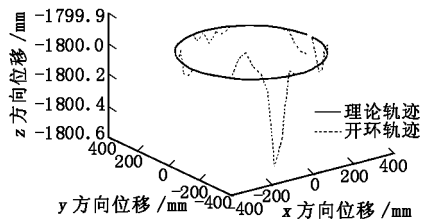
$$2 \dot{P}^T A^T Q \hat{P} < \rho_3 |\hat{P}| \quad (16)$$

将式(13)~(16)带入式(12)得  $\dot{V} \leq -\gamma(|\hat{P}|^2 + |P|^2) - \gamma \rho_1 |\hat{P}| - \rho_2 |\hat{P}| + \rho_3 |\hat{P}|$  .

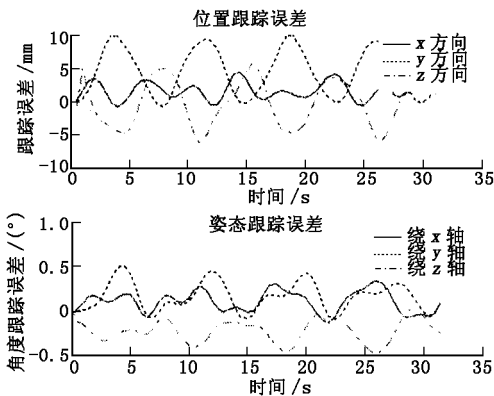
因此选择适当的参数, 如  $\gamma_1 = (\rho_3 - \rho_2) / \rho_1$ , 可使得  $\dot{V} < 0$ , 可见控制器是稳定的. 证毕.



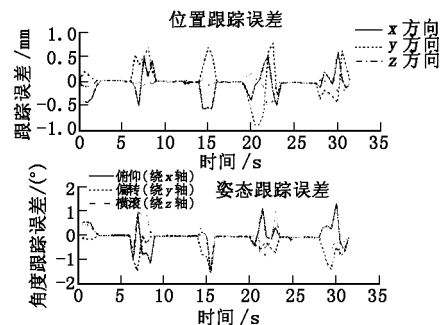
(a) 开环三维轨迹跟踪图



(a) 闭环三维轨迹跟踪图



(b) 开环位置与姿态误差图



(b) 闭环位置与姿态误差图

图 2 动平台开环轨迹图

图 3 动平台闭环轨迹图

## 3 仿真计算

假设馈源舱静止水平悬挂空中, 馈源舱直径 2.5 m, 重 720 kg, 索的直径为 1.5 cm, 弹性模量为 2.05 GPa, 塔高 15 m, 且均匀分布在直径 50 m 的圆周上, Stewart 下平台重 72 kg, 为简单起见, 忽略风的作用, 规划 Stewart 下平台在馈源舱中心点下方 1.8 m 处运行半径为 0.3 m 的水平圆(开环), 运行时间为 31.5 s, 馈源舱振动情况如图 2 所示. 由于馈源舱与 Stewart 平台之间存在着动力耦合, 当 Stewart 平台运动时, 引起馈源舱的振动, 而馈源舱的振动又反过来影响 Stewart 动平台末点的定位精度. 图 2 表示了两系统动力耦合因素对

Stewart 平台末点跟踪精度的影响,从图中可知,其在  $x, y, z$  3 个方向上的误差最大值分为 5 mm, 10 mm, -5 mm;引起动平台绕  $x, y, z$  3 轴的姿态角误差分别为  $0.4^\circ, 0.5^\circ, -0.6^\circ$ . 而馈源跟踪指向精度要求为 4 mm,可见两系统间的动力耦合因素必需考虑.

应用文中提出的方法,对上述过程重新仿真后(图 3),得到 Stewart 平台末点位置和姿态跟踪  $(x, y, z)$  3 轴最大误差分别为 (1.3 mm, -2 mm, 0.5 mm)和  $(-0.17^\circ, -0.15^\circ, 0.1^\circ)$ ,其跟踪精度有了明显的改进,证明了文中方法的有效性.这里  $x, y$  方向的误差最大值不同,主要是由于舱索系统非线性特性导致.文中仿真参数如下:

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \text{diagonal}(8, 8, 8, 16, 16, 16)^T, \\ \mathbf{K}_2 &= \text{diagonal}(10, 10, 10, 10, 10, 10)^T, \\ \mathbf{K}_3 &= \text{diagonal}(12, 12, 12, 12, 12, 12)^T, \\ \mathbf{K}_4 &= \text{diagonal}(33, 33, 33, 42, 42, 42)^T, \end{aligned}$$

## 4 结 论

(1) 通过仿真计算表明,文中方法可有效抑制舱索系统和 Stewart 平台间的动力耦合效应,提升 Stewart 平台的运动精度;

(2) 由于高增益控制器需要较高的采样率(文中为 0.01 s),而目前激光全站仪的采样周期为 0.2 s,因此建立更合理的状态观测是下一步的研究任务.

### 参考文献:

- [1] Duan Baoyan. A New Design Project of the Line Feed Structure for Large Spherical Radio Telescope and Its Nonlinear Dynamic Analysis[J]. J Mechatronics, 1999, 9(1): 53-64.
- [2] Qiu Yuanying, Chen Jie, Duan Baoyan, et al. Nonlinear Mechanics Analysis of the Suspended Feed Structure of the Largest Radio Telescope[J]. Journal of Xidian University, 2000, 27(4): 452-455.
- [3] Cheng Y, Ren G X, Dai S L. Vibration Control of Gough-Stewart Platform on Flexible Suspension[J]. IEEE Trans on Robotics and Automation, 2003, 19(3): 489-493.
- [4] Geng Z, Haynes L S. Six Degree-of-freedom Vibration Isolation Using Stewart Platform Manipulator[J]. J Robot Syst, 1993, 10(5): 725-744.
- [5] Cobb R G, Sullivan J M, Das A, et al. Vibration Isolation and Suppression System for Precision Payloads in Space[J]. Smart Material and Structures, 1999, 8(6): 781-790.
- [6] 李瑞棠. 自动控制理论基础[M]. 西安:西安电子科技大学出版社,1992.
- [7] Herrmann G, Spurgeon S K, Edwards C. Analysis of a Multirate Sampled-data Implementation of a Continuous-time, Sliding-mode Observer/controller Pair[J]. International Journal of Systems Science, 2004, 35(2): 109-121.
- [8] Xian B, Queiroz M S, Dawson D M, et al. A Discontinuous Output Feedback Controller and Velocity Observer for Nonlinear Mechanical Systems[J]. Automatica, 2004, (40): 695-700.

(编辑: 齐淑娟)