

分来  
还是  
中质  
是否  
困难  
且最  
表示  
件除

李群

GUT  
作者  
部分  
200C  
包括  
无法  
200C  
质子  
选择  
图 1

# 额外的 $Z^0$ 玻色子和质子衰变的困难\*

李 铁 忠

(中国科学院高能物理研究所, 北京)

## 摘 要

本文讨论了如果第二个不太重的  $Z^0$  玻色子存在, 弱、电、强单纯群的统一理论的情况。建议一个既包含第二个  $Z^0$ , 又保持标准模型的结果, 并能克服  $SU(5)$  大统一理论中质子衰变困难的四个破缺标度的方案, 从标准模型的色和味的角度看, 这个方案不存在 bizarre 的费米子。最后将它推广到整个单纯李群里去。

## 一、引言

近来 Durkin 和 Langacker<sup>[1]</sup> 讨论了第二个  $Z^0$  玻色子的问题(如果将标准  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  的弱电模型<sup>[2]</sup>中的  $Z^0$  玻色子称做第一个  $Z^0$ ), 讨论了如果第二个  $Z^0$  存在, 弱中性流等实验结果对第二个  $Z^0$  引起的约束, 得到了有趣的结果, 增加了对第二个  $Z^0$  探讨的兴趣。也有些作者<sup>[3]</sup> 利用现有能量标度的数据分析在  $SU(2)_L \times U(1)_Y$  对称性之外, 在弱电理论中是否还有一个额外的  $U(1)$ , 结果发现未被现有的数据排除。事实上关于第二个  $Z^0$  是否存在的问题早被人们所关注, 许多作者<sup>[4]</sup> 颇有兴趣的探讨过这个问题。理论上的另一动机来自近年流行的  $E_8 \times E_8$  的超弦理论<sup>[5]</sup>, 它在四维空间里约化成一个等效的  $E_6$  理论,  $E_6$  自然地要求至少有第二个不太重的  $Z^0$ , 一个问题自然地出现了: 如果存在第二个  $Z^0$ , 标准的弱电模型势必至少要扩充至  $SU(2) \times U(1) \times U(1)$ 。于是可以问: 在这种情况下强、弱、电的  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1) \times U(1)$  的大统一理论(以下用“GUT”代替“大统一理论”一词)的情况如何? 这时最小的 GUT 显然不是  $SU(5)^{[6]}$ , 而  $SU(5)$ GUT 是个很漂亮的有许多优点的理论。例如, 一代的手征费米子有 15 个, 不多不少刚好填  $SU(5)$  的  $(10 + 5^*)$  维的表示, 不存在一个 bizarre 的费米子; 同一套最少的 Higgs 不但使得规范场的对称自发破缺, 而且也可以给出费米子的 Yukawa 耦合和它们的质量, 没有大统一标度的费米子; 这些以及两个标度的自发破缺完全保留了标准模型  $SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y$  的结果。但是  $SU(5)$ GUT 在质子衰变问题上遇到了不易克服的困难<sup>[7]</sup>, 理论上给出的质子衰变的寿命比实验的下限值小 200 倍。尽管 Glashow 本人<sup>[8]</sup>又提出了改进的方案,企图用  $SU(5)$  的  $(10 + 10^*)$  维表示中的某些部

本文 1987 年 9 月 12 日收到。

\* 国家自然科学基金资助的课题。

分来解决质子衰变的困难。这个方案不但没引起众人的兴趣，甚至是否能被人们接受也还是个问题。对此方案，如果说可以接受，那也是一个极牵强的理论。因此  $SU(5)$  GUT 中质子衰变的困难至今没获得解决，追求一个好的理论将是人们的期望。当前的问题是：是否可以找到一个自然的方案，在完全保留  $SU(5)$  GUT 成功的部分，改进或消除它的困难的前提下，将第二个  $Z^0$ （称  $Z_1^0$ ，要求  $m_{Z_1^0} \gtrsim 200\text{GeV}$ ）一起放在一个单纯群里去，并且最好从标准模型色和味的角度上看不出出现 bizarre 的费米子。

本文构造 GUT 的条件是：① 费米子表示是复的、反常抵消的、全反对称的不可约表示；② 高维表示只多出现一次；③ 基础表示及其共轭表示可出现任意多次。这些条件除最后一条外都与 Georgi<sup>[9]</sup> 的构造 GUT 的原则相同。

## 二、一个额外 $Z^0$ 的情况

众所周知，如果存在第二个  $Z^0$ ，GUT 至少是 5 秩群，而在我们的条件下 5 秩单纯李群有贡献的仅有  $SU(6)$  和  $SO(10)$ 。

### 1. $SU(6)$ 模型

5 秩群的 GUT 包括第二个  $Z^0$  本不足为奇，但包括大于  $200\text{GeV}$  的  $Z^0$  的  $SU(6)$  GUT 还未曾见过。而小于  $200\text{GeV}$  的  $Z^0$  已被排除<sup>[3]</sup>。 $SU(6)$  的 GUT 虽然也有许多作者<sup>[10]</sup>讨论过，但他们的模型大都是类矢的且包含  $SU(3) \times U(1)$  的弱电部分，其中大部分已被中性流等实验排除。其中尽管也包含第二个  $Z^0$ ，但它的质量太低，不可能大于  $200\text{GeV}$ ，因为他们的两个  $Z^0$  在同一个标度上破缺。所以他们的  $SU(6)$  GUT 不可能包括目前大家感兴趣的第二个  $Z^0$ 。他们的  $SU(6)$  都包括一些大家不感兴趣的近期又无法验证的 bizarre 的费米子。本文的  $SU(6)$  方案与他们的有四点不同：① 包括大于  $200\text{GeV}$  左右的第二个  $Z^0$ ；② 保持标准模型的全部结果；③ 改进了  $SU(5)$  GUT 的质子衰变的困难；④ 不存在别人  $SU(6)$  GUT 的缺点和问题。为实现上述物理要求需选择四个标度 ( $M_{W^\pm}, z^0, M_{Z_1^0}, M_s < M_b$ ) 的规范对称的自发破缺和如下的破缺链条(见图 1)：

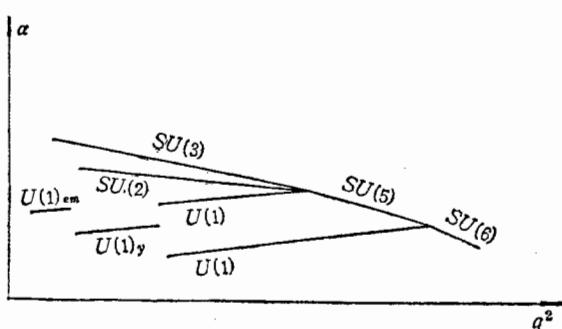


图 1

(2)<sub>L</sub>  
局中  
探讨  
外，  
关于  
理等  
个如  
是可  
(以)<sup>[6]</sup>  
,  
，不  
套最  
耦合  
了标  
遇到  
尽管  
些部

$$\begin{aligned}
 S(6) &\xrightarrow{H_1, M_6} SU(5) \times U(1) \\
 &\xrightarrow{H_2, M_5} SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1) \times U(1) \\
 &\xrightarrow{h_1, M_{Z_1^0}} SU(3)_c \times SU(2)_L \times U(1)_Y \\
 &\xrightarrow{h_2, M_{W^\pm}, Z^0} SU(3)_c \times U(1)_{em}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

实现(1)式的规范对称自发破缺的技术<sup>[11]</sup>和类似地详细计算技巧已为大家所熟悉<sup>[12]</sup>,不必将过程仔细写出. 实际上只要选两个伴随 Higgs 表示  $H_1$  和  $H_2$ , 再选两个矢量 Higgs 表示  $h_1$  和  $h_2$ , 并取下列真空期望值图式, 则可依次实现(1)式的规范对称的自发破缺:

$$\begin{aligned}
 \langle 0 | H_1 | 0 \rangle &= v_1 \text{ diag}(1, 1, 1, 1, 1, -5), \\
 \langle 0 | H_2 | 0 \rangle &= v_2 \text{ diag}(1, 1, 1, -2, -2, 1), \\
 \langle 0 | h_1^+ | 0 \rangle &= v \text{ diag}(0 0 0 0 1), \\
 \langle 0 | h_2^+ | 0 \rangle &= u \text{ diag}(0 0 0 0 1 0),
 \end{aligned} \tag{2}$$

其中  $v_1 > v_2 \gg v > u$ , 第二个  $Z^0$  的质量  $M_{Z_1^0}$  由  $v$  给出, 有待实验证实;  $u$  就是标准模型中的真空期望值, 它将产生标准模型的  $W^\pm$  和  $Z^0$  以及一代的 15 个手征费米子的质量, 这些已为实验证实;  $v_1$  和  $v_2$  是超高能标度的真空期望值, 它将产生重子数破坏的超重的规范玻色子的质量, 不产生超重的费米子. 关于  $v_1$ ,  $v_2$  的具体数值 (依次与破缺标度  $M_6$ ,  $M_5$  对应) 与通常的 GUT 一样, 到目前为止还是手放进去的, 到了与质子衰变联系起来的时候才可从实验方面获得信息. (2) 式第三个真空期望值图式的作用也可用引入第三个伴随 Higgs 表示  $H_3$  与  $h_1$  的联合代替, 即用

$$(\langle 0 | H_3 | 0 \rangle - \langle 0 | h_1 | 0 \rangle) \text{ 代替, 其中 } \langle 0 | H_3 | 0 \rangle = \frac{v}{6\sqrt{2}} \text{ diag}(1, 1, 1, 1, 1, -5),$$

这样破缺的更干净, 仅使  $Z_1^0$  获得质量. 规范对称的自发破缺到此已完成. 下面是关于费米子的情况.  $SU(6)$  群全反对称张量不可约表示独立的只有 6, 15 和 20 的三种. 20 维的是实表示. 复表示只有 6 和 15 维的. 因为要求费米子表示的和必须是反常抵消的. 所以我们用的无反常的最少的费米子表示可选 15, 6\* 和 6\* 维的三个不可约表示. 它们的显示式是

$$(\psi^{ab})_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & u_3^c & -u_2^c & -u^1 & -d^1 & -D^1 \\ -u_3^c & 0 & u_1^c & -u^2 & -d^2 & -D^2 \\ u_2^c & -u_1^c & 0 & -u^3 & -d^3 & -D^3 \\ u^1 & u^2 & u^3 & 0 & -e^+ & -E^+ \\ d^1 & d^2 & d^3 & e^+ & 0 & -E^{0c} \\ D^1 & D^2 & D^3 & E^+ & E^{0c} & 0 \end{pmatrix}_L \tag{3}$$

$$(\psi_a^1) = \begin{pmatrix} d_1^c \\ d_2^c \\ d_3^c \\ e^- \\ -\nu_e \\ \nu_{E^0} \end{pmatrix}_L, \tag{4}$$

$$(\psi_b^2) = \begin{pmatrix} D_1^c \\ D_2^c \\ D_3^c \\ E^- \\ -E^0 \\ \nu_{E^-} \end{pmatrix}_L, \tag{5}$$

(1)

不必  
Higgs

:

(2)

准模  
质量，  
超重  
标度  
联系  
引入  
5)，  
于费  
0维  
的所  
们的

(5)

(3)至(5)式的费米子表示与(2)式中的伴随表示不能构成 Yukawa 耦合(这是很幸运的否则将出现目前无法用实验证的大统一标度的费米子),但可与(2)式中的矢量 Higgs 表示和再引入的 15 重态的 Higgs 表示  $H^{ab}$  构成如下的 Yukawa 耦合(这个 15 重态的 Higgs  $H^{ab}$  并不对规范场的对称性起自发破缺的作用):

$$g\phi_L^{iT}c\phi_L^{ab}h_{jb}^+ + \text{H.C.} \quad i, j = 1, 2 \quad (6)$$

$$g'\epsilon_{abcde}\phi_L^{abT}c\phi_L^{cd}H^{ef} + \text{H.C.} \quad (7)$$

其中

$$\langle 0 | H^{ef} | 0 \rangle = k(\delta^{e5}\delta^{f6} - \delta^{e6}\delta^{f5}), \quad (8)$$

$k$  与  $u$  是同一个量级的真空期望值,(6)至(8)式在自发破缺后可得两个不同标度  $M_{W^\pm, Z^0}$  和  $M_{Z_1^0}$  的费米子的质量

$$M_d = M_e = M_c = ug, \quad (9)$$

$$M_u = 8kg', \quad (10)$$

$$M_D = M_E = vg, \quad (11)$$

其它质量为零的是相应的中微子。(9)和(10)式的  $M_d$ ,  $M_u$  和  $M_c$  的质量刚好是(3)式 15 维表示中的 10 维的费米子和(4)式 6\* 维表示中的 5\* 维的费米子自发破缺后在标度  $M_{W^\pm, Z^0}$  上获得的,即  $SU(5)$  的  $(10 + 5^*)$  维表示的费米子,这部分结果与  $SU(5)$  GUT 的完全一样。(11)式的质量  $M_D$  和  $M_E$  刚好是(3)式的 15 维表示中的 5 维的费米子和(5)式的 6\* 维表示中的 5\* 维的费米子自发破缺后在标度  $M_{Z_1^0}$  上获得的,即本文  $SU(6)$  方案比  $SU(5)$  GUT 多出的结果。从标准模型色和味的角度看上去它不是 bizarre 的费米子。关于进一步将  $M_D$  和  $M_E$  简并分开的问题,与  $SU(5)$  的  $M_d$  和  $M_e$  的简并分裂类似。这里我们先不去追求这些。

在  $q^2 > M_{Z_1^0}^2$  时,在对重整化群方程仅取最低次的贡献,忽略 Higgs 效应的情况下可得:

$$\sin^2 Q(q^2)_W = \frac{3}{8} \left\{ 1 + \frac{5}{\pi} \alpha(q^2) \left[ 2 \ln \left( \frac{M_6^2}{M_5^2} \right) - \frac{11}{18} \ln \left( \frac{M_6^2}{q^2} \right) \right] \right\} \quad (13)$$

$$\frac{\alpha(q^2)}{\alpha_s(q^2)} = \frac{3}{8} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \alpha(q^2) \left[ 10 \ln \left( \frac{M_6^2}{M_5^2} \right) - \frac{11}{2} \ln \left( \frac{M_6^2}{q^2} \right) \right] \right\}. \quad (14)$$

如果  $M_5 = M_6$  则(13)–(15)变成与  $SU(5)$  GUT 完全一样的结果<sup>[12]</sup>:

$$\sin^2 Q(q^2)_W = \frac{3}{8} \left[ 1 - \frac{55}{18\pi} \alpha(q^2) \ln \left( \frac{M_5^2}{q^2} \right) \right] \quad (15)$$

$$\frac{\alpha(q^2)}{\alpha_s(q^2)} = \frac{3}{8} \left[ 1 - \frac{11}{2\pi} \alpha(q^2) \ln \left( \frac{M_5^2}{q^2} \right) \right]. \quad (16)$$

若将在一定  $q^2$  值下的  $\alpha(q^2)$  和  $\alpha_s(q^2)$  的数值输入到(16)式中,约得  $M_5 \approx 10^{16} \text{ GeV}$ ,质子寿命  $\tau_p \approx 10^{38} \text{ 年}$ <sup>[13]</sup>。Ross 和 Goldman<sup>[14]</sup>对(15)和(16)做了一系列严肃的修正之后大约获得  $M_5 \approx 10^{14} \text{ GeV}$ ,  $\tau_p \approx 10^{30} \text{ 年}$ 。他们的修正:  $\alpha$  对  $q^2$  的依赖,两圈图的贡献,费米子和玻色子效应(包括单个 Higgs 双重态的效果)等,这些修正认真做起来是相当复杂的,但他们都是以公式(15)、(16)为基础去做进一步更精确的修正。因此我们也可以  $SU(5)$  GUT 的(15)、(16)式为基础与本文包括额外  $Z^0$  的  $SU(6)$  GUT 的(13)、(14)

式进行比较, 显见(13)、(14)式多出一个自由的参数  $\frac{M_6^2}{M_5^2}$  可调节, 由上述(16)式的讨论可知, 用(14)式显然可以改进质子衰变寿命的理论预言。举例说明, 在  $q^2 = (200 \text{ GeV})^2$  时, 采用  $\alpha^{-1} \approx 128.16$ ,  $\alpha_s \approx 0.116$ ,  $\frac{M_6^2}{M_5^2} \approx 7.2$ , 则由(14)式得到  $M_5 \sim 3.17 \times 10^{16} \text{ GeV}$ ,  $\tau_p \sim 10^{40}$  年。用 Ross 和 Goldman<sup>[14]</sup>对(15)、(16)做的一系列的修正一样的方法, 可对(13)、(14)式做一系列的修正, 同样大约可得  $M_5 \sim 3.17 \times 10^{14} \text{ GeV}$  和

$$\tau_p \sim 10^{32} \text{ 年}, \quad (17)$$

(17)式与质子衰变实验的下限值吻合<sup>[7]</sup>。将这套数据用于(13)式可得相应的 Weinberg 角  $\sin^2 \theta_W \approx 0.212$ , 也是在合理的范围内, 说明这一套数据对(13)、(14)式可得一套自洽地与实验符合的结果。这些具体数值的简单计算不必过份的严肃, 它仅仅是为了刻画这样一个问题: 本文包括额外  $Z^0$  的  $SU(6)$ GUT 在解决质子衰变的困难的问题上比  $SU(5)$  GUT 多出了一个可调的自由参数, 通过调节这个自由的参数可以得到与实验值符合的质子衰变的寿命, 同时也可以自洽地获得合理的 Weinberg 角的数值。

## 2. $SO(10)$ 模型

$SO(10)$  也有很多作者做过极详尽的研究<sup>[15]</sup>, 其中

$$\begin{aligned} SO(10) &\xrightarrow[M_G]{\text{adj.}} SU(5) \times U(1) \xrightarrow[M]{\text{adj.}} SU(3)_c \times SU(2) \times U(1) \times U(1) \\ &\rightarrow SU(3)_c \times SU(2) \times U(1) \end{aligned}$$

的破缺链条正是我们要讨论的, 符合本文的物理要求, 但早被 George 等人原则上讨论过了<sup>[16]</sup>。

## 三、任意个 $Z^0$ 的情况

Langacker 等人<sup>[1]</sup>也讨论了第三个  $Z^0$  玻色甚至任意多个  $Z^0$  的情况。因此也存在着这样一个问题: 如果存在第三个  $Z^0$  玻色子, 甚至存在任意多个  $Z^0$ , 那么包括这些  $Z^0$  的 GUT 的情况将是怎样呢? 沿着本文讨论的线索没困难的可将包括第三个  $Z^0$  或任意个  $Z^0$  的情况的 GUT 推广至  $SU(7)$ <sup>[17]</sup>,  $SU(n)$  以至整个单纯李群里去。由于这些 GUT 的技术和群论方法已为大家熟知, 故仅将推广时用到的主要点及其结果写出来。包括  $m$  个  $Z^0$  玻色子的最小的 GUT 是  $(4+m)$  秩的。按着卡当的分类, 对于秩为  $(4+m)$  的单纯李群, 仅仅存在着  $A_{4+m}$ ,  $B_{4+m}$ ,  $C_{4+m}$ ,  $D_{4+m}$  和  $E_6$ ,  $E_7$ ,  $E_8$  七类李代数。这些李代数的元素依次与经典群  $SU(5+m)$ ,  $SO(9+2m)$ ,  $SP(8+2m)$ ,  $SO(8+2m)$  和例外群  $E_6$ ,  $E_7$ ,  $E_8$  的生成元等同。然而这些群中仅  $SU(5+m)$ ,  $SO(6+4n)$  和  $E_6$  有复表示 ( $n = 1, 2, 3, \dots, m = 2n - 1$ )。

### 1. $SU(5+m)$ 的情况

对于  $SU(5+m)$  的 GUT, 为实现本文的一系列的物理要求, 规范对称的自发破缺的步骤和链条应采取如下的步骤(图 2):

(18)  
矢

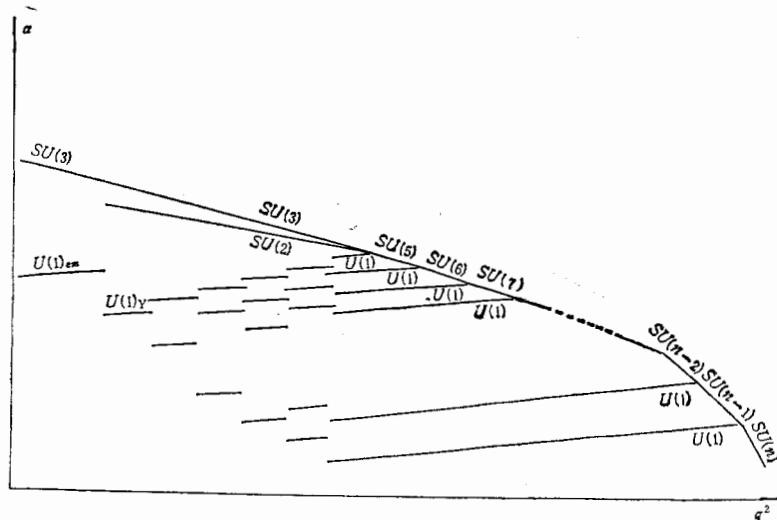


图 2

$$\begin{aligned}
 & SU(5+m) \xrightarrow{\text{adj. } H_1} SU(5+m-1) \times U(1) \\
 & \xrightarrow{\text{adj. } H_2} SU(5+m-2) \times U(1) \times U(1) \\
 & \quad \vdots \\
 & \xrightarrow{\text{adj. } H_m} SU(5) \times U(1) \times U(1) \times \cdots \times U(1) \\
 & \xrightarrow{\text{adj. } H_{m+1}} SU(3) \times SU(2) \times \underbrace{U(1) \times U(1) \times \cdots \times U(1)}_{(m+1) \uparrow} \\
 & \xrightarrow{\text{vect. } h_1} SU(3) \times SU(2) \times \underbrace{U(1) \times U(1) \times \cdots \times U(1)}_{m \uparrow} \\
 & \xrightarrow{\text{vect. } h_2} SU(3) \times SU(2) \times \underbrace{U(1) \times U(1) \times \cdots \times U(1)}_{(m-1) \uparrow} \quad (18) \\
 & \quad \vdots \\
 & \xrightarrow{\text{vect. } h_m} SU(3) \times SU(2) \times U(1) \\
 & \xrightarrow{\text{vect. } h_{m+1}} SU(3) \times U(1),
 \end{aligned}$$

(18)式的规范对称的自发破缺可以用  $(m+1)$  个伴随表示的 Higgs  $H_i$  和  $(m+1)$  个矢量表示的 Higgs  $h_i (i = 1, 2, \dots, m+1)$  并采用如下的真空平均值来实现:

$$\langle 0 | H_1 | 0 \rangle = v_1 \text{ diag}(1, 1, \dots, 1, -(4+m))$$

$$\langle \psi | H_{\perp} | \psi \rangle = \mu_0 \text{diag}(1, -1, 1, 1, 1, -1, 4, 1, \mu_0)$$

$$\langle 0 | H_{\text{int}} | \phi \rangle = - \mu \left( \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 = 1 \right) \phi_1 + \bar{\mu} \left( \epsilon_1 \epsilon_2 \epsilon_3 = -1 \right) \phi_2$$

$$\langle 0 | h_{i+1}^+ | 0 \rangle = v_{m+1} \operatorname{diag}(1, 1, 1, \frac{1}{2}(3+m), \frac{1}{2}(3+m), 1, \dots, 1) \quad (19)$$

$$|u_1 \dots u_n\rangle = u_1(0 \ 0 \dots 0 \ 1)$$

$$\langle 0 | h_{m+1}^+ | 0 \rangle = u_{m+1}(0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \cdots 0),$$

其中  $v_1 > v_2 > \dots > v_{m+1} \gg u_1 > u_2 > \dots > u_{m+1}$  ( $u_{m+1} \sim 250 \text{ GeV}$ )。我们将获得一系列的规范玻色子的质量，但相应于  $u_i$  真空期望值破缺标度的仅仅产生  $Z^0$  玻色子（对  $i \geq 1$ ），相应的中性规范玻色子将被命名为  $Z_m^0, Z_{m-1}^0, \dots, Z_2^0, Z_1^0, Z^0$  其质量有关系式  $M_{Z_m^0} > M_{Z_{m-1}^0} > \dots > M_{Z_2^0} > M_{Z_1^0} > M_{Z^0}$ 。我们定义  $m$  个  $U(1)$  荷的值，使得  $h_i$  的第  $(6+m-i)$  个分量是中性的色单态，以便发展成为真空期望值。对(18)式中矢量 Higgs 规范对称的自发破缺也可以用矢量 Higgs 和另外的伴随表示 Higgs  $H'_i$  的联合获得，如  $\langle 0 | H'_i | 0 \rangle - \langle 0 | h_i | 0 \rangle$ ，这样破缺的更干净。规范玻色子是  $A = \frac{1}{\sqrt{2}} \lambda \cdot A$ ，其中  $\lambda^i$  是  $(n^2 - 1)$  个  $SU(n)$  的生成元。费米子填充的不可约表示是一个二阶反对称张量  $\phi_L^{ab} = -\phi_L^{ba}$  和  $(m+1)$  个  $(4+m)$  维的厄米共轭的表示  $\phi_{aL}$ 。这些费米子不可约表示的和是反常抵消的。在反对称张量  $\phi_L^{ab}$  中的费米子在第 5 行之后（对于  $m \geq 1$ ）与  $M_Z$  的标度比较，全部在较高能量标度上破缺，因此它们的质量都是比较重的，且当  $m$  增加时费米子将越来越重，这是因为在  $\phi_L^{ab}$  中第 5 行后的左手费米子和相应的在  $m$  个  $\phi_{aL}^{r+1}$  ( $r = 1, 2, \dots, m$ ) 中左手反费米子能形成 Yukawa 耦合。在讨论  $SU_{4+m}$  群时，费米子表示直积的分解用杨图表表示较方便

$$\boxed{\square} \cdot \boxed{\square} = \boxed{\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}} + \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline \vdots & \vdots \\ \hline \end{array}} + \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline \vdots & \vdots \\ \hline \end{array}} \quad (20)$$

$$\overline{\boxed{\square}} \cdot \boxed{\square} = \boxed{\square} + (4+m) \boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline \vdots & \vdots \\ \hline \end{array}} \quad (21)$$

$$\overline{\boxed{\square}} \cdot \overline{\boxed{\square}} = \overline{\boxed{\begin{array}{|c|} \hline \vdots \\ \hline \end{array}}} + \overline{\boxed{\begin{array}{|c|c|} \hline \vdots & \vdots \\ \hline \end{array}}}, \quad (22)$$

易见伴随表示 Higgs 不与费米子耦合形成单态。这是幸运的，否则费米子质量的破缺标度将有大统一的量级。 $(m+1)$  个矢量 Higgs  $h_i$  能与(21)式中的不可约表示形成 Yukawa 耦合

$$g \phi_{aL}^{iT} c \phi_L^{ab} h_j^b + \text{H.C. } (i, j = 1, 2, 3, \dots, (m+1)) \quad (23)$$

若用(19)式的真空期望值则可得费米子的质量：

$$M_d = M_e, M_D = M_E, M_{D'} = M_{E'}, \dots, M_{D^{m-1}} = M_{E^{m-1}}. \quad (24)$$

这些费米子包含在  $\phi_L^{ab}$  和  $\phi_{aL}$  不可约表示之中，如果我们引进二阶反对称张量 Higgs  $H^{ab}$ ，

它能和(22)式中的表示  形成 Yukawa 耦合

$$g' \epsilon_{abcde} \phi_L^{abT} c \phi_L^{cd} H^{ej} + \text{H.C.} \quad (25)$$

如果我们用

一系  
(对  
系式  
的第  
Higgs  
手,如  
 $\lambda^i$  是

$\gamma_L^{ab} =$   
的和  
的标  
费米  
 $= 1$ ,  
示直

(20)  
(21)  
(22)  
皮缺  
成  
(23)  
24)  
 $I^{ab}$ ,  
(25)

$$\langle 0 | H^{ef} | 0 \rangle = \nu (\delta^{e5}\delta^{f6} - \delta^{e6}\delta^{f5}) \quad (26)$$

则可得与  $SU(5)$  GUT 相同的  $u$  夸克质量, 但 (26) 式不可能产生规范玻色子的质量,

$v \sim u_{m+1}$ . 当  $m=1$  时, (20) 式中的



$$\phi_{La}^T c \phi_{Lb} H^{ab} + H \cdot c. \quad (27)$$

然而(26)和(27)式不能产生费米子质量.

## 2. $SO(6 + 4n)$ 的情况

对于  $n \geq 2$  在  $SO(10)$  下,  $SO(6 + 4n)$  都是实表示 ( $n = \frac{m+1}{2}$ ). 这些不是人们感兴趣的.  $SO(10)$  的情况前面已提到.

## 3. $E_6$ 的情况

$E_6$  的 GUT 已被许多作者讨论过了<sup>[18]</sup>. 其中有的包括  $SU(3)_c \times SU(3) \times SU(3)$  子群, 不存在  $t$  夸克,  $\tau$  中性流是纯矢量的. 这些模型不是很吸引人的. Barbáeri 等<sup>[18]</sup> 人讨论了一个有趣的自发破缺的图式

$$E_6 \rightarrow SO(10) \otimes U(1) \rightarrow SU(5) \otimes U(1) \otimes U(1),$$

本来是我们应该讨论的; 在 27 维表示中有 15 个费米子获得小的质量, 即与  $SU_5$  GUT 的一样, 还有 10 个费米子是重的. 另一有趣的破缺是  $E_6 \rightarrow SU(6) \times SU(2)$ , 有可能将上述  $SU(6)$  的表示含进去, 不过本文先不追求这些.

## 四、小结

本文讨论了包括第二个  $Z^0$  的 GUT, 按本文构造 GUT 的原则, 只有  $SU(6)$  和  $SO(10)$ . 本文的  $SU(6)$  GUT 与其他作者的均不同. 由于要求第二个  $Z^0$  的质量大于  $200\text{GeV}$ , 它不可能与第一个  $Z^0$  在同一个标度上破缺. 因此必须增加新的破缺标度. 增加了新的破缺标度之后, 规范场对称性的自发破缺本身是一件非常简单的事, 因为原则已给出了. 问题在于费米子这头, 即用同一套最少的 Higgs 多重态构成的 Yukawa 耦合在自发破缺之后必须满足上述的四点物理要求. 为达到这些物理要求我们采取了四个标度的破缺  $M_{W^\pm, Z^0}$ ,  $M_{Z_1^0}$ ,  $M_5$  和  $M_6$ .  $M_{W^\pm, Z^0}$  和  $M_5$  与  $SU(5)$  GUT 的相同, 产生标准模型的结果. 新增加的  $M_{Z_1^0}$  是为了产生大于  $200\text{GeV}$  的  $Z_1^0$  玻色子的质量, 它产生的费米子的质量标度在标准模型之上且不是 bizarre.  $M_6$  是为了得到符合实验值的质子衰变的寿命, 同时也获了合理的 Weinberg 角. 整个过程无大统一标度的费米子出现, 显然, 这是  $SU(5)$  GUT 优点的保留. 最后, 为了回答如果第三个  $Z^0$  甚至任意个  $Z^0$  存在时 GUT 的情况将如何? 我们将上述讨论推广至整个单纯 Li 群里去.

## 参考文献

- [1] L. S. Durkin and Paul Langacker, *Phys. Lett.*, **166B**(1986), 436.
- [2] S. Weinberg, *Phys. Rev. Lett.*, **19**(1967), 1264.
- [3] V. Barger, N. G. Deshpande and K. Whisnant, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 30.
- [4] Chongshou Gao and Dandi Wu, *Phys. Rev.*, **D23**(1981), 2686.
- [5] E. Witten, *Nucl. Phys.*, **B258**(1985), 75;  
M. Dine et al., Princeton Preprint (1985);  
J. Breit, B. Ovrut and G. Segre, *Phys. Lett.*, **158B**(1985), 33;  
E. Cohen et al., CERN-TH. 4222(1985);  
S. M. Barr, Washington Preprint 40028-20P5.
- [6] H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.*, **32**(1974), 438.
- [7] W. J. Marciano, in: Proc. Fourth Workshop on Grand Unification (University of Pennsylvania) ed. A. Weldon (Birkhauser, Basel, 1983) to be published.  
Chang Chaohsi and Wu Yongshi, *Physics Letters*, **132B**(1983), 363.
- [8] P. H. Frampton and S. L. Glashow, *Physics Letters*, **131B**(1983), 340.
- [9] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B156**(1979), 126.
- [10] N. S. Baaklini, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 1932;  
P. Langacker, SLAC-PUB-2544, 1980.  
C. W. Kim and C. Roiesnel, *Phys. Lett.*, **93B**(1980), 343;  
J. Chakrabarti, M. Popovic and R. N. Mohapatra, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 3212;
- [11] L. F. Li, *Phys. Rev.*, **D9**(1974), 1723.
- [12] P. Langacker, SLAC-PUB-2544, June 1980.
- [13] A. J. Buras, J. Ellis, M. K. Gaillard and D. V. Nanopoulos, *Nucl. Phys.*, **B135**(1978), 66.
- [14] R. L. Ross, *Nucl. Phys.*, **B140**(1978), 1; T. J. Goldman and D. T. Ross, *Phys. Lett.*, **84B**(1979), 208; *Nucl. Phys.*, **B171**(1980), 273.
- [15] P. Langacker, SLAC-PUB-2544.
- [16] H. Georgi, *Nucl. Phys.*, **B155**(1979), 52, **B159**(1979), 16; *Phys. Lett.*, **82B**(1979), 392.
- [17] Zhongqi Ma, Tungsheng Tu, Peiyou Xue, Xianjian Zhou, BIHEP-TH-1980-3;  
Ma Zhongqi, Tu Tungsheng, Xue Peiyou, 中国科学, **4**(1981), 415, 5(1981), 550;  
Fangxiao Dong, Tungsheng Tu, Peiyou Xue and Xianjian Zhou, BIHEP-TH-1982-7.
- [18] P. Langacker, SLAC-PUB-2544m 1980.

论  
的、  
型之  
的并  
模基

## EXTRA $Z^0$ BOSONS AND THE DIFFICULTY OF PROTON DECAY

LI TIEZHONG

*(Institute of High Energy Physics, Academia Sinica, Beijing)*

### ABSTRACT

We discuss GUT including an extra  $Z^0$ , while preserving the results of the standard model, and surmounting the difficulty of the proton decay. The increasing fermions are not bizarre. Finally it is generalized to whole simple Lie group.

而核  
子核  
用关  
强课